سیستم‌های فازی و کاربردها
شاپای چاپی: ۲۷۱۷-۴۴۰۹
سال چهارم، ویژه نامه شماره ۱ (آبان ۱۴۰۰)
شاپای الکترونیکی: ۲۷۱۷-۳۹۸۴
DOI:10.22034/JFSA.2021.137383
صص. ۴۹ تا ۷۰

طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای فازی با معیارهای پذیرش و رد نادقیق

رباب افشاری* و مهدیه عرفانیان

دانشگاه زنجان، دانشکده علوم، گروه آمار
دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده علوم ریاضی، گروه آمار

به یاد روانشاد دکتر بهرام صادقپور گیلده

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۴/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۷/۱

چکیده

یکی از ابزارهای مهم در حوزه کنترل کیفیت آماری، طرح نمونه‌گیری برای پذیرش است که بر اساس اطلاعات به دست آمده از نمونه گرفته شده از انباشته تولیدات، تصمیم‌گیری درباره کیفیت انباشته تحت بازرسی در هر مرحله از تولید که نیاز باشد، انجام می‌گیرد. با توجه به روش نمونه‌گیری بکار گرفته شده، تاکنون طرح‌های مختلفی توسط محققان در محیط کلاسیک و فازی مطرح شده‌اند. در این مقاله طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای برای پذیرش انباشته‌ای از تولیدات در صورتی که با آزمون فرضیه‌های فازی سر و کار داشته باشیم، معرفی می‌شود. در طرح معرفی شده، علاوه بر نادقیق انگاشتن نسبت اقلام معیوب انباشته، معیارهای پذیرش و رد انباشته نیز مقادیر فازی فرض می‌شوند. در طرح حاضر، برخلاف طرح دنباله‌ای موجود، ناحیه مربوط به ادامه نمونه‌گیری به سه بخش افراز شده و تصمیم‌گیری فازی درباره پذیرش، رد و یا ادامه نمونه‌گیری از انباشته تحت بررسی، با توجه به اینکه نقطه متناظر با تعداد اقلام معیوب مشاهده شده در هر مرحله از نمونه‌گیری در کدام ناحیه واقع شده (ادامه دارد)

عبارات و کلمات کلیدی: آزمون فرضیه فازی، کنترل کیفیت آماری، حساب اعداد فازی، طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای

Email(s): afshari@znu.ac.ir, m.erfaniyan@mail.um.ac.ir * Corresponding Author.

Mathematics Subject Classification (2010): 62A86

باشد، انجام می‌گیرد. در پایان از یک مثال کاربردی برای تفهیم بهتر مطالب استفاده می‌شود. نتایج حاصل نشان می‌دهد که طرح فازی معرفی شده، در حالت خاص، طرح دنباله‌ای موجود در حالت کلاسیک را نتیجه می‌دهد.

۱ سرآغاز

یکی از ابزارهای مهم در حوزه کنترل کیفیت آماری، طرح نمونه‌گیری برای پذیرش انباشته‌ای از تولیدات است. برای این منظور، بعد از دریافت انبوهی از تولیدات یک کارخانه، نمونه‌ای از آن انتخاب و مشخصه کیفیت مورد نظر در محصول تولیدی بازرسی می‌شود. سپس بر اساس اطلاعات حاصل از نمونه اخذ شده، تصمیم‌گیری درباره رد یا پذیرش انباشته انجام می‌گیرد. علیرغم اینکه نمونه‌گیری برای پذیرش، از بعد اقتصادی مقرون به صرفه است، اشکال عمده وارد بر آن، مواجه شدن با وقوع دو نوع خطای رد انباشته خوب و قبول انباشته بد است که به ترتیب خطای تولیدکننده (α) و خطای مصرف کننده (β) نامیده می‌شود. حجم نمونه و عدد پذیرش دو پارامتر در هر طرح نمونه‌گیری برای پذیرش است و منظور از طراحی هر طرح، تعیین مقدار عددی این دو پارامتر است.

یکی از معیارهای مهم در ارزیابی عملکرد یک طرح نمونه‌گیری برای پذیرش، منحنی مشخصه عملکرد [۱] (OC) آن طرح است که از ترسیم احتمال پذیرش انباشته در برابر نسبت اقلام معیوب واقعی انباشته بدست می‌آید. روش معمول در طراحی یک طرح، اقدام بر اساس معاهده بسته شده بین تولید کننده و مصرف کننده است به طوری که طبق آن معاهده، الزام عبور منحنی OC از دو نقطه $(\mathrm{AQL}, ۱-\alpha)$ و (LQL, β) تعیین می‌شود که در آن AQL و LQL به ترتیب سطح کیفیت قابل قبول [۲] و سطح کیفیت قابل رد [۳] است. شایان ذکر است که اجرای هر طرح نمونه‌گیری برای پذیرش معادل با آزمون فرضیه‌های $\begin{cases} H_۰ : p = \mathrm{AQL} \\ H_۱ : p = \mathrm{LQL} \end{cases}$ $(\mathrm{LQL} < \mathrm{AQL})$ است که در آن نسبت اقلام معیوب انباشته با p نشان داده می‌شود ([۲۳]).

یکی از روش‌های کلاس‌بندی طرح‌های نمونه‌گیری برای پذیرش بر اساس روش

[1] Operating characteristic curve
[2] Acceptable quality level
[3] Rejectable quality level

نمونه‌گیری استفاده شده است که بر این اساس، انواع طرح‌ها از جمله طرح نمونه‌گیری یک مرحله‌ای [۴] ، طرح نمونه‌گیری دو مرحله‌ای [۵] ، طرح نمونه‌گیری چند مرحله‌ای [۶] ، طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای [۷] و ... را می‌توان نام برد ([۲۳] و [۱]).

در زندگی روزمره بسیار با مفاهیم مبهمی مانند هوای سرد، وضعیت اقتصادی ضعیف، افراد قد بلند، لامپ کم نور، جنس ارزان، تولیدات کم مواجه می‌شویم که بیانگر مجموعه‌هایی با مرزهای نادقیق هستند. یکی از ایرادات وارد بر طرح‌های کلاسیک، دقیق انگاشته شدن تمامی مولفه‌های طرح است. زیرا در عمل امکان آنکه برخی از پارامترهای طرح به صورت نادقیق مشاهده یا گزارش شود، وجود دارد. به عنوان مثال، گاهی اوقات در مسائل تصمیم‌گیری، تخمین نسبت اقلام معیوب انباشته از طریق آزمایشات و قضاوت شخصی بوده و از متغیرهای زبانی مانند خیلی کم، کم، زیاد یا خیلی زیاد برای توصیف آن استفاده می‌شود. بنابراین در چنین شرایطی، طرح‌های مذکور کارایی لازم درباره تصمیم‌گیری برای پذیرش یا رد انبوهی از تولیدات را نخواهند داشت. یک شیوه برای رفع ضعف مورد اشاره، استفاده از نظریه مجموعه‌های فازی که اولین بار در مرجع [۲۹] معرفی شد، در طراحی طرح‌های نمونه‌گیری برای پذیرش است. کلاسی از طرح‌های نمونه‌گیری ساده مبتنی بر بهینه‌سازی فازی در مرجع [۱۶] آورده شده است. در مرجع [۲۶]، با در نظر گرفتن توزیع فوق هندسی و پواسن فازی برای مشخصه کیفیت مورد نظر، طرحی ارائه شد که در آن هم نسبت اقلام معیوب انباشته و هم حجم نمونه مقادیر نادقیق در نظر گرفته شده‌اند. در مراجع [۱۳] و [۱۲] به ترتیب طرح نمونه‌گیری وصفی دو مرحله‌ای در حضور مدل پواسن فازی و طرح نمونه‌گیری وصفی یک مرحله‌ای معرفی شدند. طرح نمونه‌گیری دو مرحله‌ای متغیر در حضور پارامتر فازی در مرجع [۵] ارائه شده است. در این مرجع، به تعیین پارامترهای بهینه طرح با استفاده از انجام یک مساله بهینه‌سازی پرداخته شده و نویسندگان بر اساس نتایج حاصل از مطالعات شبیه‌سازی نشان دادند طرح معرفی شده عملکرد بهتری نسبت به طرح نمونه‌گیری یک مرحله‌ای فازی دارد. طرح‌های نمونه‌گیری شرطی در یک محیط فازی در مراجع [۶] و [۸] بررسی شده‌اند که در آن همزمان از اطلاعات گذشته، کنونی و آتی فرایند تولیدی در ساخت

---
[4] Single sampling plan
[5] Double sampling plan
[6] Multiple sampling plan
[7] Sequential sampling plan

طرح‌های مذکور استفاده می‌شود. طرح تعویقی چندگانه متغیر در حضور بازرسی اصلاحی در مرجع [۴] معرفی شد که در آن نویسندگان از اعداد فازی مثلثی برای نمایش اطلاعات نادقیق استفاده کرده‌اند. برای مطالعه بیشتر در خصوص طرح‌های نمونه‌گیری برای پذیرش فازی می‌توان به مراجع [۲۸] ، [۱۹] ، [۱۸] ، [۱۷] و [۲۰] مراجعه کرد.

طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای [8] (SSP) ، طرحی بر پایه آزمون نسبت احتمال دنباله‌ای [9] (SPRT) است [۳۰]. در طرح SSP کلاسیک که مفهوم تعمیم یافته‌تری از طرح نمونه‌گیری دو مرحله‌ای است، نمونه‌های پی در پی از انباشته انتخاب و تعداد نمونه‌ها بر اساس نتایج حاصل از فرایند نمونه‌گیری تعیین می‌شود. از لحاظ تئوری، گاهی اوقات نمونه‌گیری دنباله‌ای آن قدر ادامه پیدا می‌کند تا کل انباشته بازرسی شود. اگر اندازه نمونه‌ای که در هر مرحله انتخاب می‌شود بیش از یک باشد، فرایند نمونه‌گیری را معمولاً نمونه‌گیری دنباله‌ای گروهی [10] می‌نامند و اگر حجم نمونه برابر با یک باشد، آنگاه فرایند نمونه‌گیری، نمونه‌گیری قلم به قلم [11] نامیده می‌شود [۲۳].

چنانکه اشاره شد، طرح SSP کلاسیک مبتنی بر انجام آزمون SPRT است که در آن فرضیه‌های آماری، دقیق انگاشته شده و از نظریه احتمال سنتی در ساخت آن استفاده می‌شود. اما در عمل امکان اینکه مقدار نسبت اقلام معیوب انباشته (p) به صورت یک متغیر زبانی (نادقیق) گزارش شود، وجود دارد. در چنین شرایطی، نظریه احتمال کلاسیک در طراحی طرح مذکور برای اخذ تصمیم کارایی لازم را نداشته و از روش باکلی [۱۵] در نظریه مجموعه‌های فازی استفاده می‌شود. تا کنون مطالعات بسیاری در خصوص آزمون فرضیه‌های آماری تحت شرایط فازی انجام گرفته است که از آن جمله می‌توان به مراجع [۹] و [۱۰] اشاره کرد که مولفان آن‌ها به بررسی آزمون فرضیه‌های آماری در حضور احتمال خطاهای نوع اول و نوع دوم فازی پرداخته‌اند. لم نیمن-پیرسون برای آزمون فرضیه‌های فازی [12] (FHT) در حضور مشاهدات فازی و غیر فازی به ترتیب در مراجع [۲۵] و [۲۷] بحث شده است. مرجع [۲۴] با در نظر گرفتن مشاهدات دقیق، به بررسی آزمون فرضیه‌های فازی به منظور تصمیم‌گیری درباره پذیرش یا رد فرضیه صفر پرداختند.

---

[8] Sequential sampling plan

[9] Sequential probability ratio test

[10] Group sequential sampling

[11] Item-by-item sequential sampling

[12] Fuzzy hypotheses testing

در این مرجع، نویسندگان ضمن معرفی مفهوم $p-$ مقدار فازی، روشی برای تصمیم‌گیری بر اساس مقایسه $p-$ مقدار فازی و سطح معناداری فازی معرفی نمودند. طرح SSP در حضور آزمون نسبت احتمال فازی در مراجع [۱۴] ، [۱۱] و [۷] بررسی شده است.

مطالب ارائه‌شده در مقاله حاضر بدین صورت است. بخش ۲، به بیان برخی مفاهیم مورد استفاده درباره نظریه مجموعه‌های فازی و FHT اختصاص یافته است. پس از مرور کوتاه روش اجرای طرح SSP کلاسیک در بخش ۳، شیوه اجرای طرح SSP فازی مبتنی بر SPRT برای FHT در حضور معیارهای پذیرش و رد فازی برای مشاهدات دقیق بر اساس رویکرد بکار گرفته شده در [۷] در بخش ۴ آورده می‌شود. همچنین در این بخش به منظور تشریح شیوه بکارگیری طرح معرفی شده، مثالی کاربردی ارائه شده است. در بخش پایانی، نتایج حاصل گزارش شده است.

۲ تعاریف

در این بخش مرور کوتاهی درباره برخی از تعاریف و مفاهیم بکار گرفته شده در این مقاله خواهیم داشت که جهت مطالعه بیشتر می‌توان به مراجع [۲] ، [۳] ، [۱۵] و [۲۱] مراجعه نمود.

تعریف ۱.۲. مجموعه فازی $\widetilde{M}$ از اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ بوسیله تابع عضویت آن $\mu_{\widetilde{M}} : \mathbb{R} \to [۰,۱]$ مشخص می‌شود که $\mu_{\widetilde{M}}(x)$ درجه عضویت x در مجموعه فازی $\widetilde{M}$ برای هر $x \in \mathbb{R}$ نامیده می‌شود. $\widetilde{M}$ یک مجموعه فازی نرمال نامیده می‌شود هر گاه x ای در $\mathbb{R}$ وجود داشته باشد به طوری که $\widetilde{M}(x) = ۱$. همچنین $\widetilde{M}$ یک مجموعه فازی محدب نامیده می‌شود هر گاه به ازای هر $x_۱, x_۲ \in \mathbb{R}$ و به ازای هر $\gamma \in [۰,۱]$ داشته باشیم $\tilde{M}(\gamma x_۱ + (۱-\gamma)x_۲) \geq \min(\tilde{M}(x_۱), \tilde{M}(x_۲))$.

تعریف ۲.۲. مجموعه λ-برش از $\widetilde{M}$، یک مجموعه غیر فازی است که آن را با $\widetilde{M}[\lambda]$ نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\widetilde{M}[\lambda] = \{x \in \mathbb{R} \mid \widetilde{M}(x) \geq \alpha\} \quad \forall \lambda \in [۰,۱].$$

تعریف ۳.۲. مجموعه فازی $\widetilde{M}$ یک عدد فازی نامیده می‌شود هرگاه (الف) $\widetilde{M}$ یک مجموعه فازی نرمال و محدب باشد، (ب) $\widetilde{M}$ نیم پیوسته بالایی باشد و (ج) $\widetilde{M}[\lambda]$ به ازای هر λ کراندار باشد.

اگر $\widetilde{M}$ یک عدد فازی باشد آنگاه $\widetilde{M}[\lambda]$ یک بازه بسته می‌شود که به صورت $\tilde{M}[\lambda] = [M^L[\lambda], M^U[\lambda]]$ نشان داده می‌شود و در آن $M^L[\lambda]$ و $M^U[\lambda]$ به ترتیب کران پایین و بالای $\widetilde{M}[\lambda]$ است به طوری که ([۲۹])

$$M^L[\lambda] = \inf\{x \in \mathbb{R}, \tilde{M}(x) \geq \lambda\},$$
$$M^U[\lambda] = \sup\{x \in \mathbb{R}, \tilde{M}(x) \geq \lambda\}.$$

تعریف ۴.۲. فرض کنید $\tilde{N}[\lambda] = [N^L[\lambda], N^U[\lambda]]$ و $\tilde{M}[\lambda] = [M^L[\lambda], M^U[\lambda]]$ به ترتیب λ-برش های دو عدد فازی $\tilde{N}$ و $\widetilde{M}$ باشند. عدد فازی $\tilde{N}$ کوچکتر یا مساوی عدد فازی $\widetilde{M}$ است و با نماد $\tilde{N} \preceq \widetilde{M}$ نشان داده می‌شود اگر و تنها اگر به ازای هر $\lambda \in [\circ, ۱]$ داشته باشیم $N^U[\lambda] \leq M^L[\lambda]$.

تعریف ۵.۲. فرض کنید Θ نمایانگر فضای پارامتر باشد. در هر FHT فرضیه‌های آماری به صورت

$$\begin{cases} H_\circ : & \text{است } H_\circ(\theta) \text{ دارای تابع عضویت } \theta \\ H_۱ : & \text{است } H_۱(\theta) \text{ دارای تابع عضویت } \theta \end{cases}$$

است که در آن به ازای $j = \circ, ۱$ منظور از عبارت

$$H_j : \text{است } H_j(\theta) \text{ دارای تابع عضویت } \theta$$

این است که θ یک مجموعه فازی در فضای پارامتر Θ است. توجه شود که در حالت کلاسیک، به ازای هر $j = \circ, ۱$، فرضیه‌های دقیق آماری $H_j : \theta \in \Theta_j$ معادل با

فرضیه‌های فازی با تابع عضویت

$$H_j(\theta) = \begin{cases} ۱ & \text{اگر } \theta \in \Theta_j \\ ۰ & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

است.

تعریف ۶.۲. متغیر تصادفی X با تابع چگالی با پارامتر فازی $\tilde{f}(x, \tilde{\theta})$ را در نظر بگیرید که در آن $\widetilde{\theta}$ یک عدد فازی است. آنگاه تحت فرضیه H_j ($j = ۰, ۱$)، $\lambda-$ برش FPDF برابر است با:

$$\begin{aligned} \widetilde{f}_j(x, \widetilde{\theta}_j)[\lambda] &= \left\{ f_j(x, \theta_j) : \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda] \right\}, \\ &= \left[f_j^L(x)[\lambda], f_j^U(x)[\lambda] \right], \end{aligned} \tag{۱}$$

که در آن

$$\begin{aligned} f_j^L(x)[\lambda] &= \min \left\{ f_j(x, \theta_j) : \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda] \right\}, \\ f_j^U(x)[\lambda] &= \max \left\{ f_j(x, \theta_j) : \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda] \right\}. \end{aligned} \tag{۲}$$

(در این مقاله به جای عبارت تابع چگالی با پارامتر فازی به اختصار از عبارت تابع چگالی فازی [۱۳] (FPDF) استفاده خواهیم کرد.)

تعریف ۷.۲. فرض کنید $X = (X_۱, X_۲, \ldots, X_n)$ یک نمونه تصادفی از جامعه‌ای با تابع چگالی احتمال فازی $\tilde{f}(x, \tilde{\theta})$ باشد. تابع آزمون $\phi(x)$ مربوط به آزمون فرضیه‌های آماری (۱) را در نظر بگیرید. فرض کنید $\widetilde{\alpha}_\phi = \widetilde{E}_۰(\phi(X))$ و $\widetilde{\beta}_\phi = ۱ - \widetilde{E}_۱(\phi(X))$ به ترتیب احتمال خطای نوع اول و نوع دوم فازی باشد که در آن به ازای هر $j = ۱, ۲$، $\widetilde{E}_j(\phi(X))$ مقدار مورد انتظار $\phi(X)$ تحت $\tilde{f}_j(x, \tilde{\theta})$ است. در این صورت $\lambda-$برش

[13] Fuzzy probability density function

$\widetilde{E}_j(\phi(X))$ برابر است با:

$$\begin{aligned}\widetilde{E}_j(\phi(X))[\lambda] &= \Big\{ \int \phi(x) f_j(x, \theta_j) dx : \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda] \Big\}, \\ &= \big[E_j^L[\lambda], E_j^U[\lambda]\big],\end{aligned}$$

که در آن

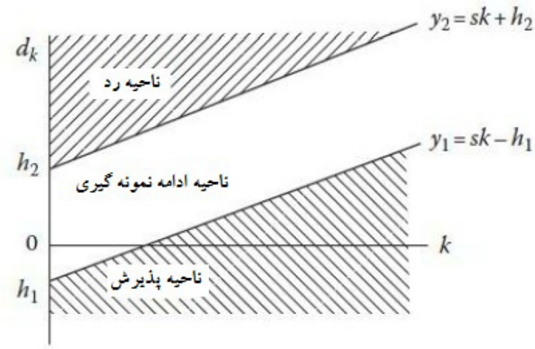
$$\begin{aligned}E_j^L[\lambda] &= \min \widetilde{E}_j(\phi(X))[\lambda], \\ E_j^U[\lambda] &= \max \widetilde{E}_j(\phi(X))[\lambda].\end{aligned}$$

۳ طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای کلاسیک

در این بخش، مرور کوتاهی بر چگونگی اجرای طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای کلاسیک مبتنی بر SPRT برای تصمیم‌گیری درباره رد یا پذیرش انباشته‌ای از تولیدات خواهیم داشت. این طرح معادل با انجام آزمون $\begin{cases} H_0 : \quad p = p_0 = \text{AQL} \\ H_1 : \quad p = p_1 = \text{LQL} \end{cases}$ است به طوری که منحنی OC طرح باید از نقاط $(\text{AQL}, 1-\alpha)$ و (LQL, β) عبور کند. روش عملکرد طرح در شکل ۱ نشان داده شده است [۲۳]. مجموع تعداد اقلام معیوب در این نمودار رسم شده است. برای هر نقطه، محور افقی نشان‌دهنده تعداد کل اقلام انتخاب شده تا آن زمان و محور عمودی نشانگر تعداد کل اقلام معیوب مشاهده شده است. اگر نقاط رسم شده در ناحیه بین کران‌های پذیرش و رد واقع شوند، آنگاه نمونه دیگری انتخاب می‌شود، به محض آنکه نقطه‌ای بر روی خط رد یا بالای آن قرار گیرد، انباشته رد می‌شود. زمانی که نقطه رسم شده بر روی خط پذیرش یا پایین آن واقع شود انباشته پذیرفته می‌شود. فرض کنید X_A و X_B به ترتیب نمایانگر خط پذیرش و رد باشند، در این صورت معادلات آنها برای مقادیر خاصی از p_1، p_2، $1-\alpha$ و β به صورت زیر است:

$$X_A = -h_1 + sn, \; X_B = h_2 + sn, \; h_1 = \frac{log(\frac{1-\alpha}{\beta})}{k}, \; h_2 = \frac{log(\frac{1-\beta}{\alpha})}{k},$$

$$k = log\Big(\frac{p_۲(۱-p_۱)}{p_۱(۱-p_۲)}\Big), \qquad s = \frac{log(\frac{۱-p_۱}{۱-p_۲})}{k}.$$



شکل ۱: *روش اجرای طرح دنباله‌ای*

۴ طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای فازی

در این بخش، قبل از معرفی روش اجرای طرح SSP برای تصمیم‌گیری درباره انباشته بر اساس SPRT برای FHT در حضور معیارهای پذیرش و رد نادقیق، ابتدا به تشریح روش اجرای SPRT برای FHT که در مراجع [۱۱] و [۱۴] ارائه شده‌اند، می‌پردازیم.

فرض کنید $X_۱, X_۲, \ldots$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با تابع چگالی احتمال فازی $\widetilde{f}(x,\widetilde{\theta})$ باشد. اگر $\widetilde{R}_۱, \widetilde{R}_۲, \ldots$ دنباله نسبت‌های درستنمایی فازی

باشد، داریم:

$$\begin{aligned}
\widetilde{R}_n(x)[\lambda] &= \left\{\frac{L_{\theta_\circ}(x_۱, x_۲, \ldots, x_n)}{L_{\theta_۱}(x_۱, x_۲, \ldots, x_n)}; \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda], j = \circ, ۱\right\}, \\
&= \left\{\frac{\prod_{i=۱}^n f_\circ(x_i, \theta_\circ)}{\prod_{i=۱}^n f_۱(x_i, \theta_۱)}; \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda], j = \circ, ۱\right\}, \\
&= \left[\frac{\prod_{i=۱}^n f_\circ^L(x_i, \theta_\circ)}{\prod_{i=۱}^n f_۱^U(x_i, \theta_۱)}, \frac{\prod_{i=۱}^n f_\circ^U(x_i, \theta_\circ)}{\prod_{i=۱}^n f_۱^L(x_i, \theta_۱)}\right], \\
&= \left[\frac{L_{\theta_\circ}^L[\lambda]}{L_{\theta_۱}^U[\lambda]}, \frac{L_{\theta_\circ}^U[\lambda]}{L_{\theta_۱}^L[\lambda]}\right], \\
&= \left[R_n^L[\lambda], R_n^U[\lambda]\right], \qquad (۳)
\end{aligned}$$

که در آن به ازای $j = \circ, ۱$، $f_j^L(x_i, \theta_j)$ و $f_j^U(x_i, \theta_j)$ به ترتیب مینیمم و ماکزیمم $\{f_j(x_i, \theta_j); \theta_j \in \widetilde{\theta}_j[\lambda]\}$ است.

حال دو عدد ثابت $k_\circ$ و $k_۱$ $(\circ < k_\circ < k_۱)$ را که هر یک تابعی از خطاهای داده شده α و β هستند، در نظر بگیرید (برای کسب اطلاعات بیشتر به [۱۱] مراجعه شود). در آن صورت روش اجرای SPRT برای FHT به صورت زیر است:

نمونه‌گیری را با مشاهده $x_۱$ آغاز می‌کنیم و مقدار $\widetilde{R}_۱[\lambda]$ متناظر با آن را بدست می‌آوریم. اگر $R_۱^U[\lambda] \leq k_\circ$ باشد آنگاه فرضیه $H_\circ$ را رد می‌کنیم. اگر $R_۱^L[\lambda] \geq k_۱$، فرضیه $H_\circ$ را می‌پذیریم. اگر $R_۱^L[\lambda] < k_۱$ و $R_۱^U[\lambda] > k_\circ$، نمونه‌گیری را دنبال و $x_۲$ را مشاهده می‌کنیم. حال برای $x_۱$ و $x_۲$ مقدار $\widetilde{R}_۲[\lambda]$ را بدست می‌آوریم. اگر $R_۲^U[\lambda] \leq k_\circ$، فرضیه $H_\circ$ را رد می‌کنیم. اگر $R_۲^L[\lambda] \geq k_۱$، فرضیه $H_\circ$ را می‌پذیریم. اگر $R_۲^L[\lambda] < k_۱$ و $R_۲^U[\lambda] > k_\circ$، نمونه‌گیری را دنبال و $x_۳$ را مشاهده می‌کنیم. سپس برای $x_۱$، $x_۲$ و $x_۳$ نسبت $\widetilde{R}_۳[\lambda]$ را بدست می‌آوریم و مشابه با آنچه که در بالا ذکر شد، عمل می‌کنیم. به طور کلی نمونه‌گیری را تا زمانی که $R_n^L[\lambda] < k_۱$ و $R_n^U[\lambda] > k_\circ$ است، ادامه می‌دهیم. ولی به محض رویت $R_n^U[\lambda] \leq k_\circ$ یا $R_n^L[\lambda] \geq k_۱$، نمونه‌گیری را پایان می‌دهیم و به ترتیب $H_\circ$ را رد می‌کنیم یا می‌پذیریم. بنابراین اگر C و A به ترتیب نمایانگر نواحی رد و پذیرش SPRT برای آزمون فرضیه‌های آماری ۱ باشد، آنگاه

$C = \bigcup_{n=1}^{\infty} C_n$ و $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ است به طوری که

$$C_n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n); R_j^L[\lambda] < k_1, R_j^U[\lambda] > k_0,$$
$$j = 1, 2, \ldots, n-1, R_n^U[\lambda] \leq k_0\} \qquad (۴)$$

$$A_n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n); R_j^L[\lambda] < k_1, R_j^U[\lambda] > k_0,$$
$$j = 1, 2, \ldots, n-1, R_n^L[\lambda] \geq k_1\}. \qquad (۵)$$

بنابراین λ−برش احتمالات خطای نوع اول و دوم فازی به صورت زیر است [۱۱]:

$$\begin{aligned}\widetilde{\alpha}[\lambda] &= \left\{\sum_{n=1}^{\infty} \int_{C_n} L_{\theta_0}(x_1, x_2, \ldots, x_n) dx_1 dx_2 \ldots dx_n; \theta_0 \in \widetilde{\theta}_0[\lambda]\right\},\\ &= [\alpha^L[\lambda], \alpha^U[\lambda]],\\ \widetilde{\beta}[\lambda] &= \left\{\sum_{n=1}^{\infty} \int_{A_n} L_{\theta_1}(x_1, x_2, \ldots, x_n) dx_1 dx_2 \ldots dx_n; \theta_1 \in \widetilde{\theta}_1[\lambda]\right\},\\ &= [\beta^L[\lambda], \beta^U[\lambda]],\end{aligned} \qquad (۶)$$

که در آن

$$\alpha^L[\lambda] = \min \widetilde{\alpha}[\lambda],\ \ \alpha^U[\lambda] = \max \widetilde{\alpha}[\lambda]$$

$$\beta^L[\lambda] = \min \widetilde{\beta}[\lambda],\ \ \beta^U[\lambda] = \max \widetilde{\beta}[\lambda].$$

ملاحظه ۱.۴. در آزمون نسبت دنباله‌ای، اندازه نمونه یک متغیر تصادفی است به طوری که ([۲۲])

$$P(N < \infty) = 1.$$

در طرح SSP فازی موجود، معیارهای پذیرش و رد (k_0 و k_1) مقادیر دقیق در نظر گرفته شده‌اند. حال سوالی که مطرح می‌شود این است که اگر این معیارها مقادیر نادقیق باشند، روش اجرای طرح SSP مبتنی بر SPRT به چه صورت خواهد بود؟ هم چنین

تأثیر آن‌ها بر روند تصمیم‌گیری درباره رد یا پذیرش انباشته تحت بازرسی چگونه است؟ در پاسخ به این سوال، ابتدا لم زیر را در نظر بگیرید.

لم ۲.۴. *فرض کنید $\widetilde{\alpha}$ و $\widetilde{\beta}$ به ترتیب احتمال خطای نوع اول و دوم فازی مربوط به SPRT به ازای دو مقدار ثابت فازی $\widetilde{A}$ و $\widetilde{B}$ ($\widetilde{B} \preceq \widetilde{A} < ۰$) باشد. آنگاه*

الف) $\widetilde{A}' = \frac{\widetilde{\alpha}}{۱-\widetilde{\beta}} \preceq \widetilde{A} \preceq \widetilde{B} \preceq \frac{۱-\widetilde{\alpha}}{\widetilde{\beta}} = \widetilde{B}'$

ب) اگر $\widetilde{\alpha}'$ و $\widetilde{\beta}'$ اندازه خطای نوع اول و دوم SPRT به ازای $\widetilde{A}'$ و $\widetilde{B}'$ باشد آنگاه $\widetilde{\alpha}' + \widetilde{\beta}' \preceq \widetilde{\alpha} + \widetilde{\beta}$.

اثبات. به مرجع [۷] رجوع شود. □

با توجه به لم ۲.۴ و با در نظر گرفتن اینکه اگر معیارهای پذیرش و رد انباشته اعداد فازی $\widetilde{A}'$ و $\widetilde{B}'$ باشند، در مرجع [۷] متد جدیدی برای اخذ تصمیم‌گیری درباره رد یا پذیرش انباشته‌ای از تولیدات ارائه شده است. این روش برای انباشته‌ای ارائه شده که تحت بررسی طرح SSP براساس SPRT در حضور مشاهدات دقیق است و در ادامه به تشریح جزئیات آن پرداخته خواهد شد.

۱.۴ روش اجرای طرح SSP مبتنی بر SPRT با معیارهای رد و پذیرش فازی

فرض کنید نسبت اقلام معیوب انباشته، مقداری نادقیق گزارش شده باشد. برای سادگی در محاسبات، کلیه مقادیر فازی در نظر گرفته شده در این مطالعه، اعداد فازی مثلثی فرض می‌شوند. آزمون فرض زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} H_۰: \quad \widetilde{p} = \widetilde{p}_۰ = \widetilde{\mathrm{AQL}} \\ H_۱: \quad \widetilde{p} = \widetilde{p}_۱ = \widetilde{\mathrm{RQL}} \end{cases} \qquad (۷)$$

که در آن $\widetilde{\mathrm{AQL}}$ و $\widetilde{\mathrm{RQL}}$ به ترتیب سطح کیفیت قابل قبول و رد فازی با احتمال پذیرش $۱ - \widetilde{\alpha}$ و $\widetilde{\beta}$ هستند. فرض کنید X_i نشانگر تعداد اقلام معیوب در هر مرحله از نمونه‌گیری باشد. در آن صورت اگر i امین کالای بازرسی شده معیوب باشد، آنگاه $X_i = ۱$ و در غیر

این صورت داریم $X_i = \circ$. پس متغیر تصادفی X_i دارای توزیع برنولی با پارامتر فازی $\widetilde{p}$ است ([۱۵]).

فرض کنید $\widetilde{p}_\circ[\lambda] = [p_\circ^L, p_\circ^U]$، $\widetilde{p}_۱[\lambda] = [p_۱^L, p_۱^U]$، $\widetilde{\alpha}[\lambda] = [\alpha^L, \alpha^U]$ ، $\widetilde{\beta}[\lambda] = [\beta^L, \beta^U]$ به ترتیب $\lambda-$ برش $\widetilde{p}_\circ$، $\widetilde{p}_۱$، $\widetilde{\alpha}$ و $\widetilde{\beta}$ باشد. با بکارگیری رابطه (۳) و با آگاهی از اینکه $\circ < \widetilde{p} < ۱$، داریم:

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_n(x)[\lambda] &= \left\{ \prod_{i=۱}^{n} \frac{p_\circ^{x_i}(۱-p_\circ)^{۱-x_i}}{p_۱^{x_i}(۱-p_۱)^{۱-x_i}}; p_j \in \widetilde{p}_j[\lambda], j=\circ,۱ \right\},\\ &= \left\{ \left(\frac{p_\circ(۱-p_۱)}{p_۱(۱-p_\circ)}\right)^{\sum_{i=۱}^n x_i} \left(\frac{۱-p_\circ}{۱-p_۱}\right)^n; p_j \in \widetilde{p}_j[\lambda], j=\circ,۱ \right\}. \end{aligned} \quad (۸)$$

قرار دهید

$$\begin{aligned}\widetilde{Z}_n(x)[\lambda] &= \mathbf{Ln}\big(\widetilde{R}_n(x)[\lambda]\big)\\ &= [Z_n^L[\lambda], Z_n^U[\lambda]], \end{aligned} \quad (۹)$$

که در آن $Z_n^L[\lambda]$ و $Z_n^U[\lambda]$ به ترتیب مینیمم و ماکزیمم $\widetilde{Z}_n(x)[\lambda]$ است. در نتیجه داریم

$$\begin{aligned}Z_n^L[\lambda] &= \sum_{i=۱}^n x_i \mathbf{Ln}\left(\frac{p_\circ^L(۱-p_۱^U)}{p_۱^U(۱-p_\circ^L)}\right) + n\mathbf{Ln}\left(\frac{۱-p_\circ^U}{۱-p_۱^L}\right),\\ Z_n^U[\lambda] &= \sum_{i=۱}^n x_i \mathbf{Ln}\left(\frac{p_\circ^U(۱-p_۱^L)}{p_۱^L(۱-p_\circ^U)}\right) + n\mathbf{Ln}\left(\frac{۱-p_\circ^L}{۱-p_۱^U}\right).\end{aligned}$$

حال فرض کنید $\widetilde{X}_A$ و $\widetilde{X}_R$ به ترتیب بیانگر خطوط پذیرش و رد فازی باشند و

$$\begin{aligned}\widetilde{X}_A[\lambda] &= \big[X_A^L[\lambda], X_A^U[\lambda]\big],\\ \widetilde{X}_R[\lambda] &= \big[X_R^L[\lambda], X_R^U[\lambda]\big].\end{aligned}$$

می‌دانیم $\sum_{i=۱}^n x_i$ نشاندهنده تعداد اقلام معیوب مشاهده شده تا nامین مرحله نمونه‌گیری است. با بکارگیری لم ۲.۴ و رابطه (۹)، روش اجرای طرح SSP مبتنی بر

SPRT با معیارهای پذیرش و رد فازی به صورت زیر خواهد بود:

- اگر $\sum_{i=1}^{n} x_i \geq X_R^U[\lambda]$ آنگاه فرض H_0 را رد می‌کنیم.
- اگر $\sum_{i=1}^{n} x_i \leq X_A^L[\lambda]$ آنگاه فرض H_0 را می‌پذیریم.
- اگر $X_A^U[\lambda] < \sum_{i=1}^{n} x_i < X_R^L[\lambda]$ آنگاه نمونه‌گیری را ادامه می‌دهیم.
- اگر $X_R^L[\lambda] \leq \sum_{i=1}^{n} x_i < X_R^U[\lambda]$ آنگاه درباره رد فرض H_0 و یا ادامه نمونه‌گیری نمی‌توان با قطعیت تصمیم گرفت، به طوری که فرض H_0 با درجه $d = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - X_R^L[\lambda]}{X_R^U[\lambda] - X_R^L[\lambda]}$ رد می‌شود یا با درجه $1 - d$ به نمونه‌گیری ادامه می‌دهیم.
- اگر $X_A^L[\lambda] < \sum_{i=1}^{n} x_i \leq X_A^U[\lambda]$ آنگاه درباره پذیرش فرض H_0 و یا ادامه نمونه‌گیری نمی‌توان با قطعیت تصمیم گرفت، به طوری که فرض H_0 با درجه $d' = \frac{X_A^U[\lambda] - \sum_{i=1}^{n} x_i}{X_A^U[\lambda] - X_A^L[\lambda]}$ پذیرش می‌شود یا با درجه $1 - d'$ به نمونه‌گیری ادامه می‌دهیم،

که در آن

$$X_R^L[\lambda] = h_2^{(l)} + ns^{(l)}\ ,\ X_R^U[\lambda] = h_2^{(b)} + ns^{(b)}, \tag{10}$$

$$X_A^L[\lambda] = -h_1^{(b)} + ns^{(l)}\ ,\ X_A^U[\lambda] = -h_1^{(l)} + ns^{(b)}, \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
s^{(l)} &= \frac{\mathrm{Ln}\frac{1-p_0^U}{1-p_1^L}}{k^{(b)}}\ ,\ s^{(b)} = \frac{\mathrm{Ln}\frac{1-p_0^L}{1-p_1^U}}{k^{(l)}},\\
h_2^{(l)} &= \frac{\mathrm{Ln}\frac{1-\beta^U}{\alpha^U}}{k^{(b)}}\ ,\ h_2^{(b)} = \frac{\mathrm{Ln}\frac{1-\beta^L}{\alpha^L}}{k^{(l)}},\\
k^{(b)} &= \mathrm{Ln}\left(\frac{p_1^U(1-p_0^L)}{p_0^L(1-p_1^U)}\right)\ ,\ k^{(l)} = \mathrm{Ln}\left(\frac{p_1^L(1-p_0^U)}{p_0^U(1-p_1^L)}\right),\\
h_1^{(l)} &= \frac{\mathrm{Ln}\frac{1-\alpha^U}{\beta^U}}{k^{(b)}}\ ,\ h_1^{(b)} = \frac{\mathrm{Ln}\frac{1-\alpha^L}{\beta^L}}{k^{(l)}}.
\end{aligned}$$

با توجه به آنچه که در بالا ذکر شد، توابع عضویت نواحی رد $(\tilde{R})$ ، پذیرش $(\tilde{A})$ و ادامه نمونه‌گیری $(\tilde{C})$ با فرض $u = \sum_{i=1}^{n} x_i$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mu_{\tilde{R}}(u) = \begin{cases} 1 & \text{اگر} \quad X_R^U[\lambda] \leq u \\ d & \text{اگر} \quad X_R^L[\lambda] \leq u < X_R^U[\lambda], \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} 1 & \text{اگر} \quad u \leq X_A^L[\lambda] \\ d' & \text{اگر} \quad X_A^L[\lambda] < u \leq X_A^U[\lambda], \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}}(u) = \begin{cases} 1-d' & \text{اگر} \quad X_A^L[\lambda] < u \leq X_A^U[\lambda] \\ 1 & \text{اگر} \quad X_A^U[\lambda] < u < X_R^L[\lambda] \\ 1-d & \text{اگر} \quad X_R^L[\lambda] \leq u < X_R^U[\lambda]. \end{cases}$$

که در آن $\lambda \in [0, 1]$ است. به وضوح، در حالتی که $\lambda = 1$ باشد، توابع عضویت فوق، به توابع نشانگر مربوط به نواحی رد، پذیرش و ادامه نمونه‌گیری در حالت کلاسیک تبدیل می‌شوند.

مثال ۳.۴. در این مثال (برگرفته از مرجع [۷]) می‌خواهیم طرح SSP فازی مبتنی بر SPRT را تحت شرایط داده شده زیر به ازای $\lambda = 0, 0/4, 0/8, 1$ طراحی کنیم:

$$\widetilde{p}_0 = (0/009, 0/01, 0/011)\ ,\ \widetilde{p}_1 = (0/05, 0/06, 0/07)$$

$$\widetilde{\alpha} = (0/049, 0/05, 0/051)\ ,\ \widetilde{\beta} = (0/09, 0/1, 0/11).$$

برای این منظور، ابتدا با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۱)، $\lambda-$ برش خطوط پذیرش و رد فازی را به ازای $\lambda = 0, 0/4, 0/8, 1$ بدست می‌آوریم. به عنوان مثال، کران‌های بالا و

پایین خطوط رد و پذیرش به ازای $\lambda = ۰/۴$ برابر می‌شود با:

$$X_A^L[۰/۴] = -۱/۴۸۱۳ + ۰/۰۲۳۹n\ ,\ X_A^U[۰/۴] = -۱/۱۷۱۶ + ۰/۰۳۷۶n$$

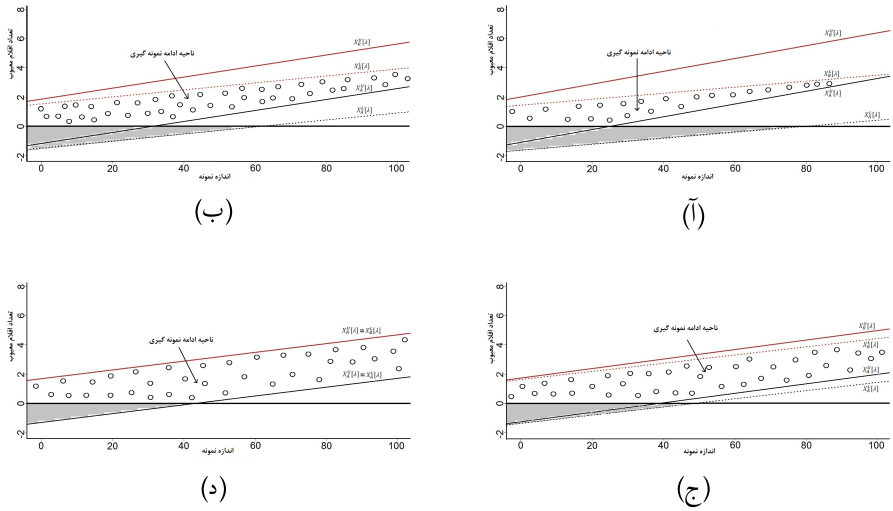
$$X_R^L[۰/۴] = ۱/۵۳۴۶ + ۰/۰۲۳۹n\ ,\ X_R^U[۰/۴] = ۱/۸۶۲۴ + ۰/۰۳۷۶n.$$

در شکل ۲ نمودار $\lambda-$ برش خطوط پذیرش و رد به ازای $\lambda = ۰, ۰/۴, ۰/۸, ۱$ ترسیم شده است. در این شکل برای هر نقطه، محور افقی بیانگر تعداد کل نمونه‌های بازرسی شده تا آن زمان و محور عمودی نشانگر تعداد کل اقلام معیوب مشاهده شده است. با توجه به شکل ۲، شیوه عملکرد طرح برای تصمیم‌گیری درباره انباشته تحت بازرسی به صورت زیر بیان می‌شود:

- اگر نقطه رسم شده دقیقاً بین کران بالای خط پذیرش و کران پایین خط رد واقع شود، فرایند نمونه‌گیری تا اخذ تصمیم‌گیری ادامه می‌یابد.
- اگر نقطه رسم شده رو یا بالای کران بالای خط رد قرار بگیرد، انباشته رد می‌شود.
- اگر نقطه ترسیم شده رو یا پایین کران پایین خط پذیرش واقع شود، انباشته پذیرفته می‌شود.
- اگر نقطه ترسیم شده در فاصله $(X_A^L[\lambda], X_A^U[\lambda]]$ قرار بگیرد، آنگاه با قطعیت نمی‌توان درباره پذیرش یا ادامه نمونه‌گیری تصمیم گرفت. به طوری که انباشته با درجه $\frac{X_A^U[\lambda]-\sum_{i=۱}^n x_i}{X_A^U[\lambda]-X_A^L[\lambda]}$ و $\frac{\sum_{i=۱}^n x_i - X_A^L[\lambda]}{X_A^U[\lambda]-X_A^L[\lambda]}$ به ترتیب پذیرفته می‌شود یا نمونه‌گیری ادامه می‌یابد.
- اگر نقطه ترسیم شده در فاصله $[X_R^L[\lambda], X_R^U[\lambda])$ قرار بگیرد، آنگاه با قطعیت نمی‌توان درباره رد یا ادامه نمونه‌گیری تصمیم گرفت. به طوری که انباشته با درجه $\frac{\sum_{i=۱}^n x_i - X_R^L[\lambda]}{X_R^U[\lambda]-X_R^L[\lambda]}$ و $\frac{X_R^U[\lambda]-\sum_{i=۱}^n x_i}{X_R^U[\lambda]-X_R^L[\lambda]}$ به ترتیب رد می‌شود یا نمونه‌گیری ادامه می‌یابد.

در شکل ۲(د) که نمودار مربوط به حالت $\lambda = ۱$ (عدم وجود ابهام در نسبت اقلام معیوب انباشته) را نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود که کران بالا و پایین مربوط به هر دو خط رد و

پذیرش بر هم منطبق شده و به عبارت دیگر در حالتی که نسبت اقلام معیوب دقیق گزارش شده است، طرح پیشنهادی همان طرح SSP کلاسیک را نتیجه داده است.



شکل ۲: *عملکرد گرافیکی طرح SSP به ازای (آ)* $\lambda = ۰$ *(ب)* $\lambda = ۰٫۴$ *(ج)* $\lambda = ۰٫۸$ *(د)* $\lambda = ۱$.

برای تفهیم بهتر شیوه تصمیم‌گیری در روش ارائه شده، مقادیر عددی کران‌های بالا و پایین خطوط رد و پذیرش در جدول ۱ به ازای $\lambda = ۰٫۴, ۱$ و مقادیر مختلف n گزارش شده است. به عنوان مثال، طبق جدول ۱، وقتی $n = ۸۶$ و $\lambda = ۰٫۴$ باشد، مکان نقطه $(۸۶, \sum_{i=۱}^{۸۶} x_i)$ را روی دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم، سپس با توجه به موقعیت مکانی نقطه مذکور، به صورت زیر تصمیم‌گیری می‌شود:

- اگر نقطه رسم شده در فاصله $(۲٫۰۶, ۳٫۵۹)$ قرار گیرد، آنگاه نمونه‌گیری برای تصمیم ادامه می‌یابد.
- انباشته رد می‌شود هرگاه نقطه رسم شده در فاصله $[۵٫۱۰, \infty)$ قرار بگیرد.
- انباشته پذیرفته می‌شود اگر هیچ کالای معیوبی در نمونه بازرسی شده، وجود نداشته باشد.
- اگر نقطه رسم شده در فاصله $[۰٫۵۸, ۲٫۰۶)$ قرار بگیرد، آنگاه انباشته مورد نظر با

درجه $\frac{۲٫۰۶-\sum_{i=۱}^{۸۶} x_i}{۱٫۴۸}$ پذیرفته می‌شود یا با درجه $\frac{\sum_{i=۱}^{۸۶} x_i-۰٫۵۸}{۱٫۴۸}$ نمونه‌گیری ادامه می‌یابد.

- اگر فاصله $[۳٫۵۹, ۵٫۱۰)$ شامل نقطه رسم شده باشد، آنگاه انباشته مورد نظر به ترتیب با درجات $\frac{\sum_{i=۱}^{۸۶} x_i-۳٫۵۹}{۱٫۵۱}$ و $\frac{۵٫۱۰-\sum_{i=۱}^{۸۶} x_i}{۱٫۵۱}$ رد می‌شود یا نمونه‌گیری ادامه می‌یابد.

لازم به ذکر است که نتایج بدست آمده از جدول ۱ برای حالت $\lambda = ۱$ دقیقاً همان نتایج مربوط به طرح کلاسیک گزارش شده در مرجع [۲۳] است. طبق جدول ۱، اگر نقطه رسم شده در بازه $(۱, ۴)$ قرار گیرد، آنگاه نمونه‌گیری ادامه می‌یابد. انباشته را رد می‌کنیم هر گاه نقطه رسم شده در فاصله $[۴, \infty)$ قرار گیرد و انباشته را می‌پذیریم اگر نقطه رسم شده در فاصله $[۰, ۱]$ قرار گیرد. شایان ذکر است که منظور از نمادهای a و b در این جدول، به ترتیب عدم امکان پذیرش و رد می‌باشد.

جدول ۱: *پارامترهای طرح SSP مربوط به مثال ۳.۴ به ازای* $\lambda = ۰٫۴, ۱$

n	$X_A^L[۰٫۴]$	$X_A^U[۰٫۴]$	$X_R^L[۰٫۴]$	$X_R^U[۰٫۴]$	$X_A^L[۱]$	$X_A^U[۱]$	$X_R^L[۱]$	$X_R^U[۱]$
۱	a	a	b	b	a	a	b	b
۲	a	a	۱٫۵۸	۱٫۹۳	a	a	۲	۲
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۴۴	a	۰٫۴۸	۲٫۵۸	۳٫۵۱	۰	۰	۳	۳
۴۵	a	۰٫۵۲	۲٫۶۱	۳٫۵۵	۰	۰	۳	۳
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۶۲	۰٫۰۰۴	۱٫۱۶	۳٫۰۲	۴٫۱۹	۰	۰	۳	۳
۶۳	۰٫۰۲	۱٫۲۰	۳٫۰۴	۴٫۲۳	۰	۰	۳	۳
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۸۵	۰٫۵۵	۲٫۰۳	۳٫۵۷	۵٫۰۶	۱	۱	۴	۴
۸۶	۰٫۵۸	۲٫۰۶	۳٫۵۹	۵٫۱۰	۱	۱	۴	۴
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۹۸	۰٫۸۶	۲٫۵۱	۳٫۸۸	۵٫۵۵	۱	۱	۵	۵
۹۹	۰٫۸۹	۲٫۵۵	۳٫۹۰	۵٫۵۹	۱	۱	۵	۵

۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله، طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای مبتنی بر SPRT برای آزمون فرضیه‌های فازی معرفی شد که در آن برخلاف طرح‌های موجود نمونه‌گیری دنباله‌ای فازی، معیارهای رد و پذیرش انباشته‌ای از تولیدات، مقادیر نادقیق هستند. در این طرح، ناحیه ادامه نمونه‌گیری به سه بخش افراز می‌شود. اگر نقطه مربوط به تعداد کل اقلام معیوب مشاهده شده در n امین مرحله نمونه‌گیری در بخش میانی ناحیه مذکور واقع شود، برای تصمیم‌گیری درباره انباشته تحت بازرسی، نمونه‌گیری با قطعیت ادامه می‌یابد. در غیر این صورت با درجه معینی انباشته رد، پذیرش یا نمونه‌گیری دنبال می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد طرح معرفی شده در حالت عدم وجود ابهام در نسبت اقلام معیوب گزارش شده، طرح SSP کلاسیک را نتیجه می‌دهد. تعمیم و بررسی رویکرد معرفی شده برای اجرای طرح نمونه‌گیری دنباله‌ای گروهی می‌تواند برای مطالعات آتی در نظر گرفته شود.

مراجع

[۱] افشاری، ر. و صادقپور گیلده، ب. (۱۳۹۸) طرح نمونه‌گیری برای پذیرش انباشته‌ای از تولیدات با کیفیت فازی: چرا و چگونه؟. مجله سیستم‌های فازی و کاربردها، دوره ۲، شماره ۱، صص. ۲۵ تا ۴۵.

[۲] طاهری، س.م.، آشنایی با نظریه مجموعه های فازی، چاپ دوم، انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۷۸.

[۳] طاهری، س.م.، ماشین چی، م.، مقدمه ای بر احتمال و آمار فازی، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان، ۱۳۸۷.

[4] Afshari, R. and Sadeghpour Gildeh, B. (2020) On the rectifying multiple deferred state plan in the presence of uncertain parameter, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 1(39), 1197-1211.

[5] Afshari, R., Sadeghpour Gildeh, B. and Ahmadi Nadi, A. (2019) Fuzzy double variable sampling plan, Journal of Quality Engineering and Production Optimization, 4(2) 83-98.

[6] Afshari, R., Sadeghpour Gildeh, B. and Sarmad, M. (2018) Multiple deferred state sampling plan with fuzzy parameter, International Journal of Fuzzy Systems, 20(2), 549-557.

[7] Afshari, R. and Sadeghpour Gildeh, B. (2017) Modified sequential sampling plan using fuzzy SPRT, 5 th Iranian Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, 16th Conference on Fuzzy Systems and 14th Conference on intelligent systems, Qazvin Islamic Azad University (Iran), Indexed in IEEE.

[8] Afshari, R., Sadeghpour Gildeh, B. and Sarmad, M. (2017) Fuzzy multiple deferred state attribute sampling plan in the presence of inspection errors, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 33(1), 503-514.

[9] Arnold, B. F. (1998) Testing fuzzy hypotheses with crisp data, Fuzzy Sets and Systems, 94(3), 323-333.

[10] Arnold, B.F. (1996) An approach to fuzzy hypothesis testing, Metrika, 44(1), 119-126.

[11] Baloui Jamkhaneh, E. and Sadeghpour Gildeh, B. (2013) Sequential sampling plan using fuzzy SPRT, Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 25(3), 785-791.

[12] Baloui Jamkhaneh, E. and Sadeghpour Gildeh, B. (2012) Acceptance double sampling plan using fuzzy poisson distribution. World Applied Sciences Journal, 16(11), 1578-1588.

[13] Baloui Jamkhaneh, E., Sadeghpour Gildeh, B. and Yari, G. (2011) Acceptance single Sampling plan with fuzzy parameter. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 8(2), 47-55.

[14] Baloui Jamkhaneh, E. and Sadeghpour Gildeh, B. (2010) Sequential sampling plan by variable with fuzzy parameters, Journal of Mathematical Computation Science, 1(4), 392-401.

[15] Buckley, J. J., (2006), Fuzzy probability and statistics. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.

[16] Chakraborty, T. K. (1992) A class of single sampling plans based on fuzzy optimization. Quality Control and Applied Statistics, 37(7), 359-362.

[17] Grzegorzewski, P. (2001). Acceptance Sampling Plans by Attributes with Fuzzy Risks and Quality Levels. In Frontiers in Statistical Quality Control 6 (pp. 36-46). Physica, Heidelberg.

[18] Kahraman, C., Bekar, E. T., and Senvar, O. (2016) A Fuzzy Design of Single and Double Acceptance Sampling Plans. In Intelligent Decision Making in Quality Management (pp. 179-211). Springer, Cham.

[19] Kahraman, C., and Kaya, I. (2010) Fuzzy Acceptance Sampling Plans. In Production Engineering and Management Under Fuzziness (pp. 457-481). Springer, Berlin, Heidelberg.

[20] Khan, M. Z., Khan, M. F., Aslam, M., and Mughal, A. R. (2019) Design of fuzzy sampling plan using the Birnbaum-Saunders distribution. Mathematics, 7(1), 9.

[21] Klir G. J. and Yuan B., (1995) Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications. Prentice Hall, New Jersey.

[22] Lehmann, L. and Casella, G. (2006) Theory of Point Estimation, Springer Science and Business Media.

[23] Montgomery, D. C. (2020) Introduction to Statistical Quality Control. Wiley, New York.

[24] Parchami, A., Taheri, S. M. and Mashinchi, M. (2010) Fuzzy p-value in testing fuzzy hypotheses with crisp data, Statistical Papers, 51(1), 209-226.

[25] Taheri, S. M. and Behboodian, J. (1999) Neyman-Pearson lemma for fuzzy hypotheses testing, Metrika, 49(1), 3-17, 1999.

[26] Tong, X. and Wang, Z. (2012) Fuzzy acceptance sampling plans for inspection of geospatial data with ambiguity in quality characteristics. Computers & Geosciences, 48(11), 256-266.

[27] Torabi, H., Behboodian, J. and Taheri, S. M. (2006) Neyman–Pearson lemma for fuzzy hypotheses testing with vague data, Metrika, 64(3), 289-304.

[28] Turanoglu, E., Kaya, I. and Kahraman, C. (2012) Fuzzy acceptance sampling and characteristic curves. International Journal of Computational Intelligence Systems, 5(1), 13-29.

[29] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy sets, Information and Control, 8(3), 338-353.

[30] Wald, A. (1947) Sequential Analysis. Wiley, New York.