سیستم های فازی و کاربردها
سال هفتم، شماره دوم (پائیز و زمستان ۱۴۰۳)
صص. ۱۴۹ تا ۱۸۰
شاپای چاپی: ۲۷۱۷-۴۴۰۹
شاپای الکترونیکی: ۲۷۱۷-۳۹۸۴
DOI:10.22034/JFSA.2025.479866.1243

بررسی عملکرد و درجه‌بندی اعتباری صندوق‌های سرمایه‌گذاری با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی خوشبینانه-بدبینانه

حسین منصوری[۱]، حمیدرضا ملائی[۱,*]، سید هادی موسوی نسب[۲]، زهرا فیروزی[۲]، عمران محمدی[۳]

[۱] گروه مدیریت صنعتی، واحد کرمان، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمان، ایران
[۲] گروه مهندسی صنایع، واحد کرمان، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمان، ایران
[۳] دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۰۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۲۷

نوع مقاله: علمی - پژوهشی

چکیده. هدف پژوهش حاضر، ارائه رویکردی کارآمد به منظور تجزیه و تحلیل عملکرد، درجه‌بندی اعتباری و رتبه‌بندی صندوق‌های سرمایه‌گذاری با قابلیت در نظر گرفتن ساختار شبکه‌ای حاکم بر آنها و همچنین عدم قطعیت موجود در بازارهای مالی می‌باشد. در این راستا، به منظور مدل‌سازی ساختار شبکه‌ای و داخلی صندوق‌های سرمایه‌گذاری از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مبتنی بر تجزیه کارایی جمعی استفاده شده است. در ادامه به منظور مقابله با داده‌های غیرقطعی که دارای ماهیت فازی هستند، از تلفیق برنامه‌ریزی امکانی و برنامه‌ریزی محدودیت(ادامه دارد)

2010 *Mathematics Subject Classification.* 03B52; 60A86
* Corresponding author
E-mails: h_mansouri@iau.ac.ir, hrmollaei@iau.ac.ir, h_mousavi@iau.ac.ir, z.firoozi@iau.ac.ir, e_mohammadi@iust.ac.ir.
عبارات و کلمات کلیدی. صندوق‌های سرمایه‌گذاری، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، عدم قطعیت، بهینه‌سازی فازی، برنامه‌ریزی امکانی، اندازه‌های امکان و الزام.

© ۱۴۰۳ (انجمن سیستم‌های فازی)

شانسی بهره گرفته شده است. در نهایت کارآمدی رویکرد پیشنهادی تحت دو حالت خوشبینانه و بدبینانه با استفاده از داده‌های مربوط به تعدادی از صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در بازار سرمایه ایران مورد بررسی قرار گرفته است. تجزیه و تحلیل نتایج مذکور حاکی از توانمندی رویکرد پیشنهادی پژوهش در ارزیابی عملکرد و تحلیل کارایی صندوق‌های سرمایه‌گذاری می‌باشد..

۱. مقدمه و بیان مسئله

صندوق‌های سرمایه‌گذاری یکی از مهم‌ترین نهادها و سازوکارهای مفید و کلیدی در بازارهای سرمایه هستند [۱]. عملکرد و نقش آنها بدین صورت است که ابتدا منابع مالی را از سرمایه‌گذاران جذب می‌کنند و سپس در سبد متنوعی از اوراق بهادار و گزینه‌های مختلف همچون سهام، اوراق قرضه و غیره با توجه به هدف و نوع صندوق، اقدام به سرمایه‌گذاری حرفه‌ای می‌نمایند [۲]. توجه به این نکته ضروی است که صندوق‌های سرمایه‌گذاری به دلیل ایفای نقش واسطه مالی و مهیا نمودن شرایط و امکان سرمایه‌گذاری غیرمستقیم برای افراد غیرحرفه‌ای، دارای مزایای متعددی برای سرمایه‌گذاران و فعالین در بازارهای مالی هستند [۳]. از جمله مهم‌ترین مزایا و ویژگی‌های مطلوب صندوق‌های سرمایه‌گذاری می توان به مدیریت حرفه‌ای، نقد شوندگی بالا، کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، انعطاف پذیری و تنوع بخشی اوراق بهادار، صرفه‌جویی نسبت به مقیاس، نظارت و شفافیت اطلاعاتی و پایین بودن هزینه معاملات اشاره نمود [۴].

لازم به ذکر است که با توجه به متنوع بودن صندوق‌های سرمایه‌گذاری، این فرصت و امکان برای سرمایه‌گذاران فراهم می‌باشد که با توجه به میزان ریسک‌پذیری خویش، نوعی از صندوق سرمایه‌گذاری که متناسب با سلیقه سرمایه‌گذاری آنها می‌باشد را انتخاب نمایند. علی‌رغم تقسیم‌بندی‌های مختلفی که وجود دارد، در یک تقسیم‌بندی کلی صندوق‌های سرمایه‌گذاری به سه دسته صندوق‌های سرمایه‌گذاری با سبد ثابت، محدود و نامحدود طبقه‌بندی می‌شوند [۵].

صندوق‌های سرمایه‌گذاری با سبد ثابت در طول فعالیت خود دارای یک سبد سرمایه‌گذاری ثابت از دارایی‌های مالی و اوراق بهادار هستند. در حالی که دو دسته دیگر بنا به نظر مدیران، صندوق‌ها دارایی‌های سبد خود را تغییر می‌دهند. صندوق‌های سرمایه‌گذاری محدود، تعداد واحدهای مشخصی داشته و بدون امکان باز خرید، واحدی را باطل یا صادر ننموده بلکه صرفاً واحدهای آنها میان سرمایه‌گذاران خرید و فروش میشود. حال آن که صندوق‌های سرمایه‌گذاری نامحدود به صدور و ابطال واحدها می‌پردازند. در این صندوق‌ها، خریداران قادرند به راحتی واحدهای سرمایه‌گذاری را خریداری کنند.

صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک که عموم صندوق‌های سرمایه‌گذاری کشور از این نوع هستند، نوعی صندوق سرمایه‌گذاری نامحدود محسوب شده و به سه دسته صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام، با درآمد ثابت و مختلط تقسیم می‌گردند. از جمله مهم‌ترین انواع صندوق‌های سرمایه‌گذاری دیگر می‌توان به صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامله، صندوق‌های زمین و ساختمان، بازنشستگی، نیکوکاری، پشتیبانی و صندوق‌های سرمایه‌گذاری شاخصی اشاره نمود.

با توجه به جایگاه مهم و نقش اثرگذار صندوق‌های سرمایه‌گذاری به‌عنوان یک ابزار کلیدی در مدیریت مالی و سرمایه‌گذاری، کیفیت و نحوه عملکرد آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۶]. از این‌رو با ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران می‌توانند با مقایسه عملکرد صندوق مورد نظر خویش نسبت به شاخص‌های بازار و سایر صندوق‌ها، اقدام به اتخاذ تصمیم‌گیری‌های آگاهانه‌تری نمایند [۷]. همچنین، فرآیند ارزیابی و تجزیه و تحلیل عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری، موجب افزایش شفافیت و مسئولیت‌پذیری مدیران صندوق‌ها گشته و به شناسایی نقاط قوت و ضعف موجود در استراتژی‌های مدیریت سبد سرمایه‌گذاری کمک می‌نماید. در نهایت، این روند به بهبود کیفیت خدمات و افزایش اعتماد سرمایه‌گذاران به بازارهای مالی منجر می‌شود [۸].

لازم به توضیح است به منظور ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری، می‌توان از رویکردهای مختلفی استفاده نمود که رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها یکی از محبوب‌ترین و پرکاربردترین رویکردهای حوزه ارزیابی عملکرد است [۹]. این رویکرد به عنوان یک روش ناپارامتریک و مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی، توانایی ارزیابی کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم گیرنده متجانس را با توجه به شاخص‌های ورودی و خروجی دارا می‌باشد [۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴]. اما توجه به این نکته ضروری است که در فرآیند اندازه‌گیری عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری به دلیل وجود ساختار شبکه‌ای و روابط داخلی و همچنین عدم قطعیت موجود در داده‌های مالی، نمی‌توان از مدل‌های کلاسیک و سنتی تحلیل پوششی داده‌ها استفاده نمود.

با توجه به نکات فوق و به منظور مقابله با چالش‌های مذکور، هدف این پژوهش ارائه یک رویکرد توانمند و انعطاف‌پذیر به منظور اندازه‌گیری عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری با قابلیت در نظر گرفتن روابط داخلی و ساختار شبکه‌ای و همچنین مقابله با داده‌های مبهم و فازی می‌باشد. از این‌رو در این مقاله اقدام به ارائه رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی خوشبینانه–بدبینانه به عنوان رویکرد پیشنهادی پژوهش می‌گردد. بدین منظور از روش تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مبتنی بر تجزیه کارایی جمعی، برنامه‌ریزی امکانی و برنامه‌ریزی محدودیت شانسی استفاده شده است.

ساختار بخش‌های آتی این پژوهش بدین صورت است که ابتدا در بخش ۲، پیشینه تجربی پژوهش شامل مرور ادبیات مطالعات مرتبط با موضوع مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس در بخش ۳، پیشینه نظری پژوهش شامل معرفی تمامی روش‌ها و مفاهیم مورد نیاز در مقاله ارائه می‌شوند. در ادامه در بخش ۴، رویکرد پیشنهادی پژوهش به منظور ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری مدل‌سازی می‌گردد. سپس در بخش ۵، به تجزیه و تحلیل نتایج تجربی حاصل از پیاده‌سازی و اجرای رویکرد پیشنهادی پژوهش با بهره‌گیری از یک مطالعه موردی در بازار سرمایه ایران پرداخته می‌شود. در نهایت نیز در بخش ۶، علاوه بر نتیجه‌گیری و جمع‌بندی پژوهش، یک سری پیشنهاد برای مطالعات و تحقیقات آتی ارائه میگردد.

۲. پیشینه تجربی پژوهش

در این بخش مروری بر مطالعات و پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه کاربرد رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به منظور ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری انجام خواهد شد. بر این اساس، پرماچاندرا و همکاران [۱۵] برای نخستین بار از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای برای ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری استفاده کردند. آنها با بهره‌گیری از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای اقدام به ارزیابی عملکرد خانواده‌های صندوق‌های سرمایه‌گذاری با در نظر گرفتن ساختار داخلی آنها نمودند. لازم به ذکر است که ساختار پیشنهادی آنها، به ترتیب دارای دو مرحله مدیریت عملیات و مدیریت سبد سرمایه‌گذاری می‌باشد. به طوری که هزینه‌های مدیریت و هزینه‌های بازاریابی به عنوان ورودی‌های مرحله اول، ارزش خالص دارایی به عنوان اندازه میانی و رابط دو مرحله، اندازه صندوق، انحراف معیار بازدهی (ریسک)، نسبت هزینه خالص و نسبت گردش معاملات به عنوان ورودی‌های مازاد مرحله دوم و در نهایت متوسط بازدهی به عنوان خروجی نهایی سیستم در نظر گرفته شده‌اند. همچنین پرماچاندرا و همکاران [۱۶] در مطالعه و پژوهشی دیگر به بررسی و تجزیه و تحلیل اهمیت صندوق‌های سرمایه‌گذاری و ضرورت استفاده از ساختار شبکه‌ای در فرآیند ارزیابی عملکرد آنها پرداختند.

در ادامه گالاگدرا و همکاران [۱۷]، ساختار پیشنهادی ارائه شده در پرماچاندرا و همکاران [۱۵] را تعمیم دادند. بدین صورت که مدل دو مرحله‌ای پیشنهادی آنها شامل خروجی مازاد جریان نقدی کل به سرمایه‌گذاران در مرحله اول می‌باشد که سیستم را ترک می‌کند و به مرحله دوم وارد نمی‌شود. لازم به ذکر است آنها با استفاده از داده‌های واقعی و با هدف ارزیابی عملکرد خانواده‌های صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در ایالت متحده آمریکا، اقدام به پیاده‌سازی رویکرد پیشنهادی خویش نمودند. سانچز گونزالز و همکاران [۱۸]، فعالیت‌های اصلی صندوق سرمایه‌گذاری شامل

مدیریت سبد سرمایه‌گذاری و مدیریت بازاریابی و توزیع را به کارایی عملکرد مدیریت عملیاتی آن مرتبط نمودند. آنها در اسپانیا از یک مدل نوین تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مبتنی بر متغیرهای کمکی بدین منظور استفاده کردند.

سپس گالاگدرا و همکاران [۱۹]، ساختار شبکه‌ای حاکم بر صندوق‌های سرمایه‌گذاری را به صورت یک ساختار سه مرحله‌ای شامل مدیریت عملیات، مدیریت منابع و مدیریت سبد سرمایه‌گذاری در نظر گرفتند. در ادامه نیز گالاگدرا [۲۰]، خروجی غیرقابل کنترل مسئولیت اجتماعی را در مرحله اول در فرآیند ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری لحاظ نمود. لازم به ذکر است که در هر دو پژوهش قبلی از داده‌های مربوط به صندوق‌های سرمایه‌گذاری فعال در ایالت متحده آمریکا به منظور نشان دادن کارآمدی و توانمندی رویکردهای پیشنهادی بهره گرفته شده است.

همچنین هسیه و همکاران [۲۱]، از یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با ساختار دو مرحله‌ای برای تجزیه و تحلیل کیفیت تصمیم‌گیری و بازدهی صندوق‌های سرمایه‌گذاری در تایوان در یک دوره ده ساله استفاده نمودند. در مطالعه‌ای دیگر، گالاگدرا و همکاران [۲۲] روشی را برای ارزیابی اینکه آیا یک صندوق سرمایه‌گذاری، هزینه‌ها و مخارج خود را به طور موثر، نسبت به همتایان خود، در ایجاد بازده برای سرمایه‌گذاران مدیریت می‌کند یا خیر، پیشنهاد کردند. آنها بدین منظور اقدام به بررسی تعداد قابل توجهی از شرکت‌های سهامی خاص ایالات متحده آمریکا به عنوان مطالعه موردی با استفاده از یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای نمودند.

تیسولاس [۲۳] با مدل‌سازی یک رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای به ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری از منظر کارایی مدیریت عملیاتی و سبد سرمایه‌گذاری پرداختند و رویکرد پیشنهادی خویش را در صندوق‌های فلزات گرانبها پیاده‌سازی نمودند. فوکویاما و گالاگدرا [۲۴] در پژوهشی جامع نشان دادند که وقتی فرآیند مدیریت صندوق‌های سرمایه‌گذاری به صورت یک ساختار شبکه‌ای مفهوم‌سازی می‌شود، می‌توان اطلاعات ارزشمندی را از داده‌های خاص صندوق‌های سرمایه‌گذاری، مشابه با فرآیند داده کاوی در مورد داده‌های بزرگ استخراج نمود. آنها همچنین نشان می‌دهند که چگونه انواع مختلف ساختارهای شبکه‌ای می‌توانند عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری را از دیدگاه‌های مختلف مانند مدیریت عملیاتی، مدیریت بازاریابی و فروش، مدیریت پرداخت‌ها و مدیریت سبد سرمایه‌گذاری مورد ارزیابی قرار دهند.

پیکانی و همکاران [۲۵] نیز اقدام به ارائه رویکردی نوین به منظور ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری با قابلیت در نظر گرفتن ساختار داخلی آنها و همچنین عدم قطعیت موجود در داده‌های مالی نمودند. آنها یک رویکرد جدید تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استوار را با در نظر گرفتن ساختار دو مرحله‌ای برای صندوق‌های سرمایه‌گذاری مورد مدل‌سازی قرار دادند. لازم به توضیح

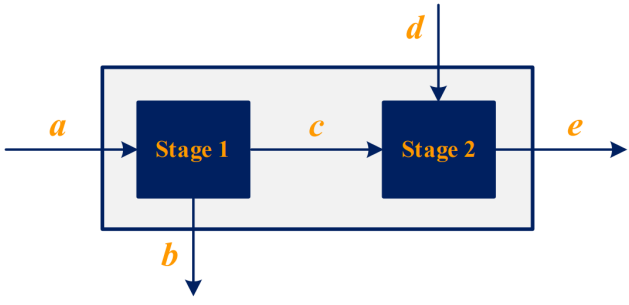
است که در این راستا از روش پیشرو و پسرو به منظور مدل‌سازی ساختار شبکه‌ای صندوق‌ها و همچنین از رویکرد بهینه‌سازی استوار مبتنی بر مجموعه‌های عدم قطعیت به منظور برخورد با عدم قطعیت داده‌ها بهره گرفتند.

در نهایت شجاعی و همکاران [۲۶]، یک شاخص بهره‌وری مالم کوئیست شبکه‌ای جدید با هدف اندازه‌گیری تغییرات بهره‌وری صندوق‌های سرمایه‌گذاری در خلال دو دوره زمانی مختلف تحت ساختار دو مرحله‌ای و داده‌های غیرقطعی و همچنین شناسایی روند عملکردی آنها شامل پیشرفت، پسرفت و رکود معرفی نمودند. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد در موضوع پژوهش، تعداد مطالعات محدودی توسط پژوهشگران مختلف صورت گرفته است و امر این نشان‌دهنده شکاف تحقیقاتی و پتانسیل قابل توجه حوزه مذکور برای انجام پژوهش‌های نظری و کاربردی جدید می‌باشد.

۳. پیشینه نظری پژوهش

در این بخش به ارائه روش‌ها و مفاهیم پایه‌ای و مورد نیاز به منظور ارائه رویکرد پیشنهادی پژوهش پرداخته می‌شود. از این‌رو در زیربخش‌های آتی، ابتدا چگونگی مدل‌سازی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای تحت رویکرد تجزیه کارایی جمعی برای یک ساختار دو مرحله‌ای شرح داده می‌شود. سپس در زیربخش بعدی، فرمول‌ها و روابط مورد استفاده در حوزه برنامه‌ریزی امکانی و برنامه‌ریزی محدودیت شانسی به منظور در نظر گرفتن و مقابله با عدم قطعیت فازی موجود در مدل پیشنهادی ارائه می‌شود.

۱.۳. رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای. همان‌طور که پیش‌تر نیز مطرح گردید، در این بخش به ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پایه پژوهش به منظور ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری براساس روش تجزیه کارایی جمعی پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که روش تجزیه کارایی جمعی اولین بار توسط چن و همکاران [۲۷] ارائه شده است و یکی از کارآمدترین و پرکاربردترین روش‌های مدل‌سازی در حوزه تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای می‌باشد [۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵]. به منظور آشنایی با روش مذکور، فرض کنید $\mathcal{Q}$ واحد تصمیم گیرنده شبکه‌ای تحت ساختار دو مرحله‌ای ارائه شده در شکل (۱)، وجود داشته باشد. لازم به توضیح است هر یک از واحدهای تصمیم گیرنده دارای F ورودی اولیه a_f و G خروجی ترک‌کننده b_g در مرحله اول، در ادامه H اندازه میانی c_h و اتصال‌دهنده دو مرحله و در نهایت دارای I ورودی مازاد d_i و J خروجی نهایی e_j در مرحله دوم می‌باشد. همچنین وزن‌های مربوط به هر یک از ورودی‌های اولیه، خروجی‌های ترک‌کننده، اندازه‌های میانی، ورودی‌های مازاد و خروجی‌های نهایی



شکل ۱: نمایش ریاضی ساختار دو مرحله‌ای واحدهای تصمیم گیرنده

سیستم به ترتیب به صورت θ_f، λ_g، ξ_h، μ_i و φ_j تعریف می‌شوند. علاوه بر این اندیس k نیز نشان‌دهنده واحد تصمیم گیرنده تحت بررسی و مورد ارزیابی می‌باشد.

اکنون پس از معرفی نمادگذاری‌های ریاضی مورد استفاده در پژوهش و با توجه به ساختار دو مرحله‌ای ارائه شده در شکل (۱)، لازم به توضیح است که به منظور محاسبه جداگانه کارایی مرحله اول و مرحله دوم واحد تصمیم گیرنده مورد ارزیابی تحت شرایط بازده به مقیاس ثابت، می‌توان به ترتیب از مدل‌های (۱.۳) و (۲.۳) به شرح ذیل استفاده نمود:

$$\Lambda_k^1 = \max \frac{\sum_{g=1}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h}{\sum_{f=1}^{F} a_{fk}\theta_f} \tag{۱.۳}$$

$$s.t. \frac{\sum_{g=1}^{G} b_{gq}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hq}\xi_h}{\sum_{f=1}^{F} a_{fq}\theta_f} \le 1, \qquad \forall q$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h \ge 0, \qquad \forall f, g, h$$

$$\Lambda_k^2 = \max \frac{\sum_{j=1}^{J} e_{jk}\varphi_j}{\sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} d_{ik}\eta_i} \tag{۲.۳}$$

$$s.t. \frac{\sum_{j=1}^{J} e_{jq}\varphi_j}{\sum_{h=1}^{H} c_{hq}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} d_{iq}\eta_i} \le 1, \qquad \forall q$$

$$\xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge 0, \qquad \forall h, i, j$$

بر اساس روش تجزیه کارایی جمعی، چن و همکاران [۲۷] پیشنهاد نمودند که کارایی کل Λ_k° واحد تصمیم گیرنده مورد ارزیابی، از میانگین حسابی و مجموع وزن‌دار شده کارایی مرحله اول $\Lambda_k^{۱}$ و مرحله دوم $\Lambda_k^{۲}$ طبق رابطه (۳.۳) محاسبه گردد:

$$\Lambda_k^{\circ} = \omega_k^{۱}\Lambda_k^{۱} + \omega_k^{۲}\Lambda_k^{۲} \tag{۳.۳}$$

لازم به ذکر است که در رابطه (۳.۳)، پارامترهای $\omega_k^{۱}$ و $\omega_k^{۲}$ به ترتیب نشان‌دهنده میزان اهمیت و نقش هر یک از مراحل اول و دوم در مقدار کارایی کل واحد تصمیم گیرنده مورد ارزیابی بوده و مجموع آنها برابر یک می‌باشد. اکنون با توجه به توضیحات مذکور و با بهره‌گیری از رابطه (۳.۳)، مدل ریاضی (۴.۳) به منظور محاسبه کارایی کل واحد تصمیم گیرنده مورد ارزیابی به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\Lambda_k^{\circ} = \max \omega_k^{۱}\left(\frac{\sum_{g=۱}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f}\right) + \omega_k^{۲}\left(\frac{\sum_{j=۱}^{J} e_{jk}\varphi_j}{\sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{ik}\eta_i}\right) \tag{۴.۳}$$

$$s.t. \frac{\sum_{g=۱}^{G} b_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hq}\xi_h}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fq}\theta_f} \le ۱, \qquad \forall q$$

$$\frac{\sum_{j=۱}^{J} e_{jq}\varphi_j}{\sum_{h=۱}^{H} c_{hq}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{iq}\eta_i} \le ۱, \qquad \forall q$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge ۰, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

توجه به این نکته ضروری است که به منظور امکان‌پذیری خطی‌سازی مدل (۴.۳)، پیشنهاد می‌گردد که از روابط (۵.۳) و (۶.۳) برای پارامترهای $\omega_k^{۱}$ و $\omega_k^{۲}$ استفاده گردد:

$$\omega_k^{۱} = \frac{\sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{ik}\eta_i} \tag{۵.۳}$$

$$\omega_k^{۲} = \frac{\sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{ik}\eta_i}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{ik}\eta_i} \tag{۶.۳}$$

سپس با جایگذاری روابط (۵.۳) و (۶.۳) به عنوان وزن پیشنهادی هر یک از مراحل در محاسبه کارایی کل در مدل ریاضی (۴.۳) و ساده‌سازی آن‌ها، مدل (۷.۳) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\Lambda_k^{\circ} = \max \frac{\sum_{g=1}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{j=1}^{J} e_{jk}\varphi_j}{\sum_{f=1}^{F} a_{fk}\theta_f + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} d_{ik}\eta_i} \tag{۷.۳}$$

$$s.t. \frac{\sum_{g=1}^{G} b_{gq}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hq}\xi_h}{\sum_{f=1}^{F} a_{fq}\theta_f} \le 1, \qquad \forall q$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{J} e_{jq}\varphi_j}{\sum_{h=1}^{H} c_{hq}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} d_{iq}\eta_i} \le 1, \qquad \forall q$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge 0, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

در نهایت با بهره‌گیری از تبدیلات معمول چارنز و کوپر [۳۶]، فرآیند خطی‌سازی مدل برنامه‌ریزی کسری مذکور تحت ماهیت ورودی محور صورت پذیرفته و مدل نهایی (۸.۳) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\Lambda_k^{\circ} = \max \sum_{g=1}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{j=1}^{J} e_{jk}\varphi_j \tag{۸.۳}$$

$$s.t. \sum_{f=1}^{F} a_{fk}\theta_f + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} d_{ik}\eta_i = 1$$

$$\sum_{g=1}^{G} b_{gq}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hq}\xi_h - \sum_{f=1}^{F} a_{fq}\theta_f \le 0, \qquad \forall q$$

$$\sum_{j=1}^{J} e_{jq}\varphi_j - \sum_{h=1}^{H} c_{hq}\xi_h - \sum_{i=1}^{I} d_{iq}\eta_i \le 0, \qquad \forall q$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge 0, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

توجه به این نکته ضروری است که مدل (۸.۳) می‌تواند دارای جواب بهینه چندگانه باشد و به همین دلیل تجزیه اندازه کارایی کل به منظور محاسبه کارایی مراحل، ممکن است یکتا نباشد. در واقع به ازای امتیاز کارایی کل یکسان برای واحد تصمیم گیرنده مورد ارزیابی، امکان دستیابی به ترکیب‌های کارایی متفاوت برای مراحل اول و دوم وجود دارد. لذا به منظور برطرف نمودن این چالش، طبق

تکنیک پیشنهادی کائو و هوانگ [۳۷]، با ثابت نگه داشتن امتیاز کارایی کل حاصل از حل مدل (۸.۳)، اگر مرحله اول برای تصمیم گیرنده از اهمیت و ارجحیت بیشتری برخوردار باشد، آنگاه امتیاز کارایی مرحله اول از مدل (۹.۳) به صورت زیر تعیین می‌گردد:

$$
\begin{aligned}
(۹.۳) \qquad \Lambda_k^{۱} = \max\ & \frac{\sum_{g=۱}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f} \\
s.t. & \frac{\sum_{g=۱}^{G} b_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hq}\xi_h}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fq}\theta_f} \le ۱, \qquad \forall q \\
& \frac{\sum_{j=۱}^{J} e_{jq}\varphi_j}{\sum_{h=۱}^{H} c_{hq}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{iq}\eta_i} \le ۱, \qquad \forall q \\
& \frac{\sum_{g=۱}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{j=۱}^{J} e_{jk}\varphi_j}{\sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} d_{ik}\eta_i} = \Lambda_k{}^{\circ *} \\
& \theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge ۰, \qquad \forall f, g, h, i, j
\end{aligned}
$$

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد مدل (۹.۳) نیز یک مدل برنامه‌ریزی کسری می‌باشد که مجدد با استفاده از تبدیلات معمول چارنز و کوپر [۳۶]، فرآیند خطی‌سازی آن در قالب مدل (۱۰.۳) صورت پذیرفته است:

$$
\begin{aligned}
(۱۰.۳) \qquad \Lambda_k^{۱} = \max\ & \sum_{g=۱}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hk}\xi_h \\
s.t. & \sum_{f=۱}^{F} a_{fk}\theta_f = ۱ \\
& \sum_{g=۱}^{G} b_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} c_{hq}\xi_h - \sum_{f=۱}^{F} a_{fq}\theta_f \le ۰, \qquad \forall q \\
& \sum_{j=۱}^{J} e_{jq}\varphi_j - \sum_{h=۱}^{H} c_{hq}\xi_h - \sum_{i=۱}^{I} d_{iq}\eta_i \le ۰, \qquad \forall q
\end{aligned}
$$

$$\left(\sum_{g=1}^{G} b_{gk}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{j=1}^{J} e_{jk}\varphi_j\right)$$
$$- \Lambda_k^{\circ *}\left(\sum_{f=1}^{F} a_{fk}\theta_f + \sum_{h=1}^{H} c_{hk}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} d_{ik}\eta_i\right) = 0$$
$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \geq 0, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

در نهایت پس از محاسبه امتیاز کارایی کل و کارایی مرحله اول که به ترتیب از حل مدل‌های (۸.۳) و (۱۰.۳) تعیین می‌گردند، می‌توان امتیاز مربوط به کارایی مرحله دوم را نیز با استفاده از رابطه (۱۱.۳) به شرح ذیل محاسبه نمود:

$$\Lambda_k^{2*} = \frac{\Lambda_k^{\circ *} - \omega_k^{1*}\Lambda_k^{1*}}{\omega_k^{2*}} \tag{۱۱.۳}$$

لازم به ذکر است که در فرآیند تجزیه اندازه کارایی کل، اگر مرحله دوم برای تصمیم گیرنده از اهمیت و ارجحیت بیشتری برخوردار باشد، می‌توان به طریق مشابه ابتدا مقدار کارایی مرحله دوم و سپس مقدار کارایی مرحله اول را محاسبه نمود.

۲.۳. رویکرد برنامه‌ریزی امکانی. تاکنون در حوزه برنامه‌ریزی غیرقطعی، رویکردهای مختلفی با توجه به ماهیت و نوع عدم قطعیت موجود در داده‌ها معرفی شده‌اند که رویکرد برنامه‌ریزی امکانی، یکی از رویکردهای پرکاربرد و توانمند حوزه برنامه‌ریزی ریاضی فازی می‌باشد [۳۸]. رویکرد مذکور مبتنی بر نظریه امکان بوده و اولین بار زاده [۳۹] اصول اساسی آن را در نظریه مجموعه فازی ارائه نمود. وی پیشنهاد نمود که با متغیرهای فازی دارای توزیع امکان، همانند متغیرهای تصادفی دارای توزیع احتمالی رفتار شود. همچنین مطرح نمود که در حوزه برنامه‌ریزی خطی فازی می‌توان ضرایب فازی را به عنوان متغیرهای فازی و محدودیت‌ها را به عنوان رویدادهای فازی در نظر گرفت [۴۰].

بر این اساس، می‌توان با استفاده از اندازه‌های مختلف همچون امکان، الزام، اعتبار و اندازه عمومی فازی و همچنین برنامه‌ریزی محدودیت شانسی ارائه شده توسط چارنز و کوپر [۴۱]، چگونگی وقوع رویدادهای فازی و محدودیت‌های فازی را اندازه‌گیری کرد [۴۲]. به منظور آشنایی با اصول و روابط حوزه برنامه‌ریزی امکانی و به ویژه اندازه‌های امکان و الزام، ابتدا به تعریف اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای به عنوان پرکاربردترین اعداد فازی پرداخته می‌شود. لازم به توضیح است که تابع عضویت عدد فازی مثلثی $\tilde{\Theta} = (\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3)$ با شرایط $\Theta_1 < \Theta_2 < \Theta_3$ و همچنین عدد فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{\Phi} = (\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4)$ با شرایط $\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3 < \Phi_4$ به ترتیب در

قالب روابط (۱۲.۳) و (۱۳.۳) ارائه شده‌اند [۴۳، ۴۴]:

$$\mu(\zeta)=\begin{cases}\dfrac{\zeta-\Theta_1}{\Theta_2-\Theta_1}, & \text{if } \Theta_1\le\zeta\le\Theta_2;\\ \dfrac{\Theta_3-\zeta}{\Theta_3-\Theta_2}, & \text{if } \Theta_2\le\zeta\le\Theta_3;\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases} \tag{۱۲.۳}$$

$$\mu(\zeta)=\begin{cases}\dfrac{\zeta-\Phi_1}{\Phi_2-\Phi_1}, & \text{if } \Phi_1\le\zeta\le\Phi_2;\\ 1, & \text{if } \Phi_2\le\zeta\le\Phi_3;\\ \dfrac{\Phi_4-\zeta}{\Phi_4-\Phi_3}, & \text{if } \Phi_3\le\zeta\le\Phi_4;\\ 0, & \text{otherwise.}\end{cases} \tag{۱۳.۳}$$

همان‌طور که در روابط (۱۲.۳) و (۱۳.۳) ملاحظه می‌گردد، عدد فازی مثلثی حالت خاص عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشد، لذا به منظور جامعیت بیشتر رویکرد پیشنهادی، تمامی روابط و مدل‌ها در پژوهش پیش‌رو تحت عدد فازی ذوزنقه‌ای ارائه می‌شوند. توجه به این نکته ضروری است که در ادامه این بخش با در نظر گرفتن عدد فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{\Phi}$ و همچنین $\dagger$ به عنوان یک عدد قطعی، روابط مربوط به چگونگی قطعی‌سازی محدودیت‌های شانسی فازی در یک سطح اطمینان مشخص Ω تحت اندازه‌های امکان و الزام ارائه می‌شوند [۴۲]. لازم به توضیح است که اندازه‌های امکان P و الزام N در فضای امکان $(\Gamma,\Delta(\Gamma),P)$ تعریف می‌شوند، به طوری که مجموعه جهانی و غیرتهی Γ شامل تمامی رخدادهای ممکن و $\Delta(\Gamma)$ مجموعه توانی Γ می‌باشد. بر این اساس، امکان وقوع رخدادهای فازی $\{\tilde{\Phi}\le\dagger\}$ و $\{\tilde{\Phi}\ge\dagger\}$ به ترتیب در قالب روابط (۱۴.۳) و (۱۵.۳) معرفی شده است:

$$P\{\tilde{\Phi}\le\dagger\}=\begin{cases}0, & \text{if } \Phi_1\ge\dagger;\\ \dfrac{\dagger-\Phi_1}{\Phi_2-\Phi_1}, & \text{if } \Phi_1\le\dagger\le\Phi_2;\\ 1, & \text{if } \Phi_2\le\dagger.\end{cases} \tag{۱۴.۳}$$

$$P\{\tilde{\Phi}\ge\dagger\}=\begin{cases}1, & \text{if } \dagger\le\Phi_3;\\ \dfrac{\Phi_4-\dagger}{\Phi_4-\Phi_3}, & \text{if } \Phi_3\le\dagger\le\Phi_4;\\ 0, & \text{if } \Phi_4\le\dagger.\end{cases} \tag{۱۵.۳}$$

علاوه بر این با بهره‌گیری از اندازه امکان و برنامه‌ریزی محدودیت شانسی، معادل و همتای قطعی رخدادهای فازی $\{\tilde{\Phi} \leq \dagger\}$ و $\{\tilde{\Phi} \geq \dagger\}$ تحت سطح اطمینان مورد نظر Ω به ترتیب در قالب روابط (۱۶.۳) و (۱۷.۳) به شرح ذیل ارائه شده است:

$$P\{\tilde{\Phi} \leq \dagger\} \geq \Omega \Leftrightarrow (1-\Omega)\Phi_1 + (\Omega)\Phi_2 \leq \dagger \tag{۱۶.۳}$$

$$P\{\tilde{\Phi} \geq \dagger\} \geq \Omega \Leftrightarrow (\Omega)\Phi_3 + (1-\Omega)\Phi_4 \geq \dagger \tag{۱۷.۳}$$

همچنین، الزام وقوع رخدادهای فازی $\{\tilde{\Phi} \leq \dagger\}$ و $\{\tilde{\Phi} \geq \dagger\}$ به ترتیب در قالب روابط (۱۸.۳) و (۱۹.۳) به صورت زیر معرفی شده است:

$$N\{\tilde{\Phi} \leq \dagger\} = \begin{cases} 0, & \text{if } \dagger \leq \Phi_3; \\ \dfrac{\dagger - \Phi_3}{\Phi_4 - \Phi_3}, & \text{if } \Phi_3 \leq \dagger \leq \Phi_4; \\ 1, & \text{if } \Phi_4 \leq \dagger. \end{cases} \tag{۱۸.۳}$$

$$N\{\tilde{\Phi} \geq \dagger\} = \begin{cases} 1, & \text{if } \Phi_1 \geq \dagger; \\ \dfrac{\Phi_2 - \dagger}{\Phi_2 - \Phi_1}, & \text{if } \Phi_1 \leq \dagger \leq \Phi_2; \\ 0, & \text{if } \Phi_2 \leq \dagger. \end{cases} \tag{۱۹.۳}$$

به طریق مشابه با بهره‌گیری از اندازه الزام و برنامه‌ریزی محدودیت شانسی، معادل و همتای قطعی رخدادهای فازی $\{\tilde{\Phi} \leq \dagger\}$ و $\{\tilde{\Phi} \geq \dagger\}$ تحت سطح اطمینان مورد نظر Ω به ترتیب در قالب روابط (۲۰.۳) و (۲۱.۳) به شرح ذیل ارائه شده است:

$$N\{\tilde{\Phi} \leq \dagger\} \geq \Omega \Leftrightarrow (1-\Omega)\Phi_3 + (\Omega)\Phi_4 \leq \dagger \tag{۲۰.۳}$$

$$N\{\tilde{\Phi} \geq \dagger\} \geq \Omega \Leftrightarrow (\Omega)\Phi_1 + (1-\Omega)\Phi_2 \geq \dagger \tag{۲۱.۳}$$

در پایان لازم یادآور می‌شود که اندازه‌های امکان P و الزام N دوگان یکدیگر بوده و به ترتیب دارای دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه هستند [۴۲]. بر این اساس تصمیم گیرنده می‌تواند با توجه به شرایط مسئله و دیدگاه مورد نظر خویش، از هر یک از اندازه‌های مذکور استفاده کند. همچنین توجه به این نکته ضروری است که در یک مدل برنامه‌ریزی خطی فازی، بدترین نتیجه (بیشترین در مسئله کمینه‌سازی و کمترین در مسئله بیشینه‌سازی) به ازای اندازه الزام و سطح اطمینان صد درصد و بهترین نتیجه (کمترین در مسئله کمینه‌سازی و بیشترین در مسئله بیشینه‌سازی) به ازای اندازه امکان و سطح اطمینان صفر درصد حاصل می‌گردد.

۴. رویکرد پیشنهادی پژوهش

در این بخش به ارائه رویکرد پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی پژوهش به منظور ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت دو دیدگاه خوشبینانه و بدبینانه پرداخته می‌شود. به این ترتیب تمامی داده‌های پژوهش شامل $\tilde{a}$، $\tilde{b}$، $\tilde{c}$، $\tilde{d}$ و $\tilde{e}$ دارای تابع توزیع ذوزنقه‌ای به صورت $a^{۱} < a^{۲} < a^{۳} < a^{۴}$، $b^{۱} < b^{۲} < b^{۳} < b^{۴}$، $c^{۱} < c^{۲} < c^{۳} < c^{۴}$، $d^{۱} < d^{۲} < d^{۳} < d^{۴}$ و $e^{۱} < e^{۲} < e^{۳} < e^{۴}$ می‌باشند. همچنین فرض بر این است که مرحله اول برای تصمیم گیرنده از اهمیت و ارجحیت بیشتری برخوردار است و تجزیه منحصربه‌فرد کارایی بر این اساس صورت می‌پذیرد. با توجه به توضیحات مذکور و به منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت فازی در تمامی پارامترهای مدل‌های پیشنهادی پژوهش، مدل‌های (۸.۳) و (۱۰.۳) به صورت مدل‌های (۱.۴) و (۲.۴) مورد بازنویسی قرار می‌گیرند:

(۱.۴)
$$
\begin{aligned}
&\Lambda_k^{\circ} = \max \alpha \\
&s.t. \sum_{g=۱}^{G} \tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{j=۱}^{J} \tilde{e}_{jk}\varphi_j \geq \alpha \\
&\sum_{f=۱}^{F} \tilde{a}_{fk}\theta_f + \sum_{h=۱}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I} \tilde{d}_{ik}\eta_i \leq ۱ \\
&\sum_{g=۱}^{G} \tilde{b}_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{f=۱}^{F} \tilde{a}_{fq}\theta_f \leq ۰, \qquad \forall q \\
&\sum_{j=۱}^{J} \tilde{e}_{jq}\varphi_j - \sum_{h=۱}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{i=۱}^{I} \tilde{d}_{iq}\eta_i \leq ۰, \qquad \forall q \\
&\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \geq ۰, \qquad \forall f, g, h, i, j
\end{aligned}
$$

(۲.۴)
$$
\begin{aligned}
&\Lambda_k^{۱} = \max \beta \\
&s.t. \sum_{g=۱}^{G} \tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h \geq \beta \\
&\sum_{f=۱}^{F} \tilde{a}_{fk}\theta_f \leq ۱ \\
&\sum_{g=۱}^{G} \tilde{b}_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{f=۱}^{F} \tilde{a}_{fq}\theta_f \leq ۰, \qquad \forall q
\end{aligned}
$$

$$\sum_{j=1}^{J} \tilde{e}_{jq}\varphi_j - \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{i=1}^{I} \tilde{d}_{iq}\eta_i \le 0, \qquad \forall q$$

$$\left(\sum_{g=1}^{G} \tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{j=1}^{J} \tilde{e}_{jk}\varphi_j\right)$$

$$- \Lambda_k^{\circ *}\left(\sum_{f=1}^{F} \tilde{a}_{fk}\theta_f + \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} \tilde{d}_{ik}\eta_i\right) \ge 0$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge 0, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

توجه به این نکته ضروری است که علی‌رغم تغییرات اعمال شده در مدل‌های (۱.۴) و (۲.۴)، جواب‌های بهینه آنها با مدل‌های (۸.۳) و (۱۰.۳) برابر می‌باشد [۴۵].

۱.۴. رویکرد خوشبینانه. در این زیربخش فرم خوشبینانه رویکرد پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی مدل‌سازی می‌گردد. بدین منظور از اندازه امکان و برنامه‌ریزی محدودیت شانسی استفاده می‌شود که بر این اساس مدل‌های (۱.۴) و (۲.۴) به صورت مدل‌های (۲.۳) و (۴.۴) ارائه می‌گردند:

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{(\circ(P))} = \max \alpha \qquad (۳.۴)$$

$$s.t. P\left\{\sum_{g=1}^{G} \tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{j=1}^{J} \tilde{e}_{jk}\varphi_j \ge \alpha\right\} \ge \Omega$$

$$P\left\{\sum_{f=1}^{F} \tilde{a}_{fk}\theta_f + \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{i=1}^{I} \tilde{d}_{ik}\eta_i \le 1\right\} \ge \Omega$$

$$P\left\{\sum_{g=1}^{G} \tilde{b}_{gq}\lambda_g + \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{f=1}^{F} \tilde{a}_{fq}\theta_f \le 0\right\} \ge \Omega, \qquad \forall q$$

$$P\left\{\sum_{j=1}^{J} \tilde{e}_{jq}\varphi_j - \sum_{h=1}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{i=1}^{I} \tilde{d}_{iq}\eta_i \le 0\right\} \ge \Omega, \qquad \forall q$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \ge 0, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{(\backslash(P))} = \max \beta \qquad (۴.۴)$$

$$s.t. P\left\{\sum_{g=\backslash}^{G} \tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=\backslash}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h \geq \beta\right\} \geq \Omega$$

$$P\left\{\sum_{f=\backslash}^{F} \tilde{a}_{fk}\theta_f \leq \backslash\right\} \geq \Omega$$

$$P\left\{\sum_{g=\backslash}^{G} \tilde{b}_{gq}\lambda_g + \sum_{h=\backslash}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{f=\backslash}^{F} \tilde{a}_{fq}\theta_f \leq \circ\right\} \geq \Omega, \qquad \forall q$$

$$P\left\{\sum_{j=\backslash}^{J} \tilde{e}_{jq}\varphi_j - \sum_{h=\backslash}^{H} \tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{i=\backslash}^{I} \tilde{d}_{iq}\eta_i \leq \circ\right\} \geq \Omega, \qquad \forall q$$

$$P\left\{\left(\sum_{g=\backslash}^{G} \tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=\backslash}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{j=\backslash}^{J} \tilde{e}_{jk}\varphi_j\right)\right.$$

$$\left.-\Lambda_k^{\circ *}\left(\sum_{f=\backslash}^{F} \tilde{a}_{fk}\theta_f + \sum_{h=\backslash}^{H} \tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{i=\backslash}^{I} \tilde{d}_{ik}\eta_i\right) \geq \circ\right\} \geq \Omega$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \geq \circ, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

سپس با بهره‌گیری از روابط (۱۶.۳) و (۱۷.۳)، معادل و همتای قطعی مدل‌های (۳.۴) و (۴.۴) تحت سطح اطمینان مورد نظر Ω در قالب مدل‌های (۵.۴) و (۶.۴) ارائه می‌شود:

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{\circ(P)} = \max \alpha \qquad (۵.۴)$$

$$s.t. \sum_{g=\backslash}^{G}\left((\Omega)b_{gk}^{\text{۳}} + (\backslash - \Omega)b_{gk}^{\text{۴}}\right)\lambda_g + \sum_{h=\backslash}^{H}\left((\Omega)c_{hk}^{\text{۳}} + (\backslash - \Omega)c_{hk}^{\text{۴}}\right)\xi_h$$

$$+ \sum_{j=\backslash}^{J}\left((\Omega)e_{jk}^{\text{۳}} + (\backslash - \Omega)e_{jk}^{\text{۴}}\right)\varphi_j \geq \alpha$$

$$\sum_{f=\backslash}^{F}\left((\backslash - \Omega)a_{fk}^{\backslash} + (\Omega)a_{fk}^{\text{۲}}\right)\theta_f + \sum_{h=\backslash}^{H}\left((\backslash - \Omega)c_{hk}^{\backslash} + (\Omega)c_{hk}^{\text{۲}}\right)\xi_h$$

$$+ \sum_{i=\backslash}^{I}\left((\backslash - \Omega)d_{ik}^{\backslash} + (\Omega)d_{ik}^{\text{۲}}\right)\eta_i \leq \backslash$$

$$\sum_{g=۱}^{G}\left((۱-\Omega)b_{gq}^{۱}+(\Omega)b_{gq}^{۲}\right)\lambda_g+\sum_{h=۱}^{H}\left((۱-\Omega)c_{hq}^{۱}+(\Omega)c_{hq}^{۲}\right)\xi_h$$
$$-\sum_{f=۱}^{F}\left((\Omega)a_{fq}^{۳}+(۱-\Omega)a_{fq}^{۴}\right)\theta_f\le ۰,\qquad \forall q$$
$$\sum_{j=۱}^{J}\left((۱-\Omega)e_{jq}^{۱}+(\Omega)e_{jq}^{۲}\right)\varphi_j-\sum_{h=۱}^{H}\left((\Omega)c_{hq}^{۳}+(۱-\Omega)c_{hq}^{۴}\right)\xi_h$$
$$-\sum_{i=۱}^{I}\left((\Omega)d_{iq}^{۳}+(۱-\Omega)d_{iq}^{۴}\right)\eta_i\le ۰,\qquad \forall q$$
$$\theta_f,\lambda_g,\xi_h,\eta_i,\varphi_j\ge ۰,\qquad \forall f,g,h,i,j$$

(۶.۴)

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{۱(P)}=\max\beta$$
$$s.t.\sum_{g=۱}^{G}\left((\Omega)b_{gk}^{۳}+(۱-\Omega)b_{gk}^{۴}\right)\lambda_g+\sum_{h=۱}^{H}\left((\Omega)c_{hk}^{۳}+(۱-\Omega)c_{hk}^{۴}\right)\xi_h\ge\beta$$
$$\sum_{f=۱}^{F}\left((۱-\Omega)a_{fk}^{۱}+(\Omega)a_{fk}^{۲}\right)\theta_f\le ۱$$
$$\sum_{j=۱}^{G}\left((۱-\Omega)b_{gq}^{۱}+(\Omega)b_{gq}^{۲}\right)\lambda_g+\sum_{h=۱}^{H}\left((۱-\Omega)c_{hq}^{۱}+(\Omega)c_{hq}^{۲}\right)\xi_h$$
$$-\sum_{f=۱}^{F}\left((\Omega)a_{fq}^{۳}+(۱-\Omega)a_{fq}^{۴}\right)\theta_f\le ۰,\qquad \forall q$$
$$\sum_{j=۱}^{J}\left((۱-\Omega)e_{jq}^{۱}+(\Omega)e_{jq}^{۲}\right)\varphi_j-\sum_{h=۱}^{H}\left((\Omega)c_{hq}^{۳}+(۱-\Omega)c_{hq}^{۴}\right)\xi_h$$
$$-\sum_{i=۱}^{I}\left((\Omega)d_{iq}^{۳}+(۱-\Omega)d_{iq}^{۴}\right)\eta_i\le ۰,\qquad \forall q$$
$$\sum_{g=۱}^{G}\left((\Omega)b_{gk}^{۳}+(۱-\Omega)b_{gk}^{۴}\right)\lambda_g-\sum_{h=۱}^{H}\left((\Omega)c_{hk}^{۳}+(۱-\Omega)c_{hk}^{۴}\right)\xi_h$$
$$+\sum_{j=۱}^{J}\left((\Omega)e_{jk}^{۳}+(۱-\Omega)e_{jk}^{۴}\right)\varphi_j-\Lambda_k^{۰*}\sum_{f=۱}^{F}\left((۱-\Omega)a_{fk}^{۱}+(\Omega)a_{fk}^{۲}\right)\theta_f$$
$$-\Lambda_k^{۰*}\sum_{h=۱}^{H}\left((۱-\Omega)c_{hk}^{۱}+(\Omega)c_{hk}^{۲}\right)\xi_h-\Lambda_k^{۰*}\sum_{i=۱}^{I}\left((۱-\Omega)d_{ik}^{۱}+(\Omega)d_{ik}^{۲}\right)\eta_i\ge ۰$$
$$\theta_f,\lambda_g,\xi_h,\eta_i,\varphi_j\ge ۰,\qquad \forall f,g,h,i,j$$

در نهایت پس از محاسبه مقدار کارایی کل و مرحله اول، مقدار کارایی مرحله دوم تحت سطح اطمینان مورد نظر Ω از رابطه (۷.۴) محاسبه می‌گردد:

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{۲(P)*} = \frac{\Lambda_{k(\Omega)}^{۰(P)*} - \omega_{k(\Omega)}^{۱(P)*}\Lambda_{k(\Omega)}^{۱(P)*}}{\omega_{k(\Omega)}^{۲(P)*}} \tag{۷.۴}$$

۲.۴. رویکرد بدبینانه. در این زیربخش فرم بدبینانه رویکرد پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی مدل‌سازی می‌گردد. بدین منظور از اندازه الزام و برنامه‌ریزی محدودیت شانسی استفاده می‌شود که بر این اساس مدل‌های (۱.۴) و (۲.۴) به صورت مدل‌های (۸.۴) و (۹.۴) ارائه می‌گردند:

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{(۰(N))} = \max \alpha \tag{۸.۴}$$

$$s.t. N\left\{\sum_{g=۱}^{G}\tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H}\tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{j=۱}^{J}\tilde{e}_{jk}\varphi_j \geq \alpha\right\} \geq \Omega$$

$$N\left\{\sum_{f=۱}^{F}\tilde{a}_{fk}\theta_f + \sum_{h=۱}^{H}\tilde{c}_{hk}\xi_h + \sum_{i=۱}^{I}\tilde{d}_{ik}\eta_i \leq ۱\right\} \geq \Omega$$

$$N\left\{\sum_{g=۱}^{G}\tilde{b}_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H}\tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{f=۱}^{F}\tilde{a}_{fq}\theta_f \leq ۰\right\} \geq \Omega, \qquad \forall q$$

$$N\left\{\sum_{j=۱}^{J}\tilde{e}_{jq}\varphi_j - \sum_{h=۱}^{H}\tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{i=۱}^{I}\tilde{d}_{iq}\eta_i \leq ۰\right\} \geq \Omega, \qquad \forall q$$

$$\theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \geq ۰, \qquad \forall f, g, h, i, j$$

$$\Lambda_{k(\Omega)}^{(۱(N))} = \max \beta \tag{۹.۴}$$

$$s.t. N\left\{\sum_{g=۱}^{G}\tilde{b}_{gk}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H}\tilde{c}_{hk}\xi_h \geq \beta\right\} \geq \Omega$$

$$N\left\{\sum_{f=۱}^{F}\tilde{a}_{fk}\theta_f \leq ۱\right\} \geq \Omega$$

$$N\left\{\sum_{g=۱}^{G}\tilde{b}_{gq}\lambda_g + \sum_{h=۱}^{H}\tilde{c}_{hq}\xi_h - \sum_{f=۱}^{F}\tilde{a}_{fq}\theta_f \leq ۰\right\} \geq \Omega, \qquad \forall q$$

$$N\left\{\sum_{j=1}^{J}\tilde{e}_{jq}\varphi_j-\sum_{h=1}^{H}\tilde{c}_{hq}\xi_h-\sum_{i=1}^{I}\tilde{d}_{iq}\eta_i\le 0\right\}\ge\Omega,\qquad\forall q$$

$$N\left\{\left(\sum_{g=1}^{G}\tilde{b}_{gk}\lambda_g+\sum_{h=1}^{H}\tilde{c}_{hk}\xi_h+\sum_{j=1}^{J}\tilde{e}_{jk}\varphi_j\right)\right.$$
$$\left.-\Lambda_k^{0*}\left(\sum_{f=1}^{F}\tilde{a}_{fk}\theta_f+\sum_{h=1}^{H}\tilde{c}_{hk}\xi_h+\sum_{i=1}^{I}\tilde{d}_{ik}\eta_i\right)\ge 0\right\}\ge\Omega$$

$$\theta_f,\lambda_g,\xi_h,\eta_i,\varphi_j\ge 0,\qquad\forall f,g,h,i,j$$

سپس با بهره‌گیری از روابط (۲۰.۳) و (۲۱.۳)، معادل و همتای قطعی مدل‌های (۸.۴) و (۹.۴) تحت سطح اطمینان مورد نظر در قالب مدل‌های (۱۰.۴) و (۱۱.۴) ارائه می‌شود:

(۱۰.۴)
$$\Lambda_{k(\Omega)}^{0(N)}=\max\alpha$$
$$s.t.\sum_{g=1}^{G}\left((\Omega)b_{gk}^{1}+(1-\Omega)b_{gk}^{2}\right)\lambda_g+\sum_{h=1}^{H}\left((\Omega)c_{hk}^{1}+(1-\Omega)c_{hk}^{2}\right)\xi_h$$
$$+\sum_{j=1}^{J}\left((\Omega)e_{jk}^{1}+(1-\Omega)e_{jk}^{2}\right)\varphi_j\ge\alpha$$
$$\sum_{f=1}^{F}\left((1-\Omega)a_{fk}^{3}+(\Omega)a_{fk}^{4}\right)\theta_f+\sum_{h=1}^{H}\left((1-\Omega)c_{hk}^{3}+(\Omega)c_{hk}^{4}\right)\xi_h$$
$$+\sum_{i=1}^{I}\left((1-\Omega)d_{ik}^{3}+(\Omega)d_{ik}^{4}\right)\eta_i\le 1$$
$$\sum_{g=1}^{G}\left((1-\Omega)b_{gq}^{3}+(\Omega)b_{gq}^{4}\right)\lambda_g+\sum_{h=1}^{H}\left((1-\Omega)c_{hq}^{3}+(\Omega)c_{hq}^{4}\right)\xi_h$$
$$-\sum_{f=1}^{F}\left((\Omega)a_{fq}^{1}+(1-\Omega)a_{fq}^{2}\right)\theta_f\le 0,\qquad\forall q$$
$$\sum_{j=1}^{J}\left((1-\Omega)e_{jq}^{3}+(\Omega)e_{jq}^{4}\right)\varphi_j-\sum_{h=1}^{H}\left((\Omega)c_{hq}^{1}+(1-\Omega)c_{hq}^{2}\right)\xi_h$$
$$-\sum_{i=1}^{I}\left((\Omega)d_{iq}^{1}+(1-\Omega)d_{iq}^{2}\right)\eta_i\le 0,\qquad\forall q$$
$$\theta_f,\lambda_g,\xi_h,\eta_i,\varphi_j\ge 0,\qquad\forall f,g,h,i,j$$

(۱۱.۴)

$$
\begin{aligned}
\Lambda_{k(\Omega)}^{۱(N)} = \max\ & \beta \\
s.t. & \sum_{g=۱}^{G} \left((\Omega) b_{gk}^{۱} + (۱-\Omega) b_{gk}^{۲} \right) \lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \left((\Omega) c_{hk}^{۱} + (۱-\Omega) c_{hk}^{۲} \right) \xi_h \geq \beta \\
& \sum_{f=۱}^{F} \left((۱-\Omega) a_{fk}^{۳} + (\Omega) a_{fk}^{۴} \right) \theta_f \leq ۱ \\
& \sum_{f=۱}^{F} \left((۱-\Omega) a_{fk}^{۳} + (\Omega) a_{fk}^{۴} \right) \theta_f + \sum_{h=۱}^{H} \left((۱-\Omega) c_{hk}^{۳} + (\Omega) c_{hk}^{۴} \right) \xi_h \\
& + \sum_{i=۱}^{I} \left((۱-\Omega) d_{ik}^{۳} + (\Omega) d_{ik}^{۴} \right) \eta_i \leq ۱ \\
& \sum_{g=۱}^{G} \left((۱-\Omega) b_{gq}^{۳} + (\Omega) b_{gq}^{۴} \right) \lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \left((۱-\Omega) c_{hq}^{۳} + (\Omega) c_{hq}^{۴} \right) \xi_h \\
& - \sum_{f=۱}^{F} \left((\Omega) a_{fq}^{۱} + (۱-\Omega) a_{fq}^{۲} \right) \theta_f \leq ۰, \qquad \forall q \\
& \sum_{g=۱}^{G} \left((\Omega) b_{gk}^{۱} + (۱-\Omega) b_{gk}^{۲} \right) \lambda_g + \sum_{h=۱}^{H} \left((\Omega) c_{hk}^{۱} + (۱-\Omega) c_{hk}^{۲} \right) \xi_h \\
& + \sum_{j=۱}^{J} \left((\Omega) e_{jk}^{۱} + (۱-\Omega) e_{jk}^{۲} \right) \varphi_j - \Lambda_k^{۰*} \sum_{f=۱}^{F} \left((۱-\Omega) a_{fk}^{۳} + (\Omega) a_{fk}^{۴} \right) \theta_f \\
& - \Lambda_k^{۰*} \sum_{h=۱}^{H} \left((۱-\Omega) c_{hk}^{۳} + (\Omega) c_{hk}^{۴} \right) \xi_h - \Lambda_k^{۰*} \sum_{i=۱}^{I} \left((۱-\Omega) d_{ik}^{۳} + (\Omega) d_{ik}^{۴} \right) \eta_i \geq ۰ \\
& \theta_f, \lambda_g, \xi_h, \eta_i, \varphi_j \geq ۰, \qquad \forall f, g, h, i, j
\end{aligned}
$$

به طریق مشابه پس از محاسبه مقدار کارایی کل و مرحله اول، مقدار کارایی مرحله دوم تحت سطح اطمینان مورد نظر از رابطه (۱۲.۴) محاسبه می‌گردد:

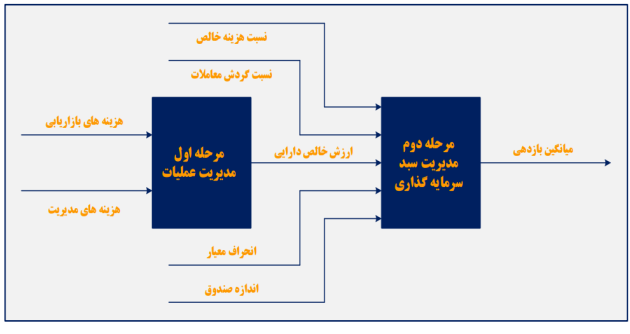
$$
\Lambda_{k(\Omega)}^{۲(N)*} = \frac{\Lambda_{k(\Omega)}^{۰(N)*} - \omega_{k(\Omega)}^{۱(N)*} \Lambda_{k(\Omega)}^{۱(N)*}}{\omega_{k(\Omega)}^{۲(N)*}} \tag{۱۲.۴}
$$

در پایان یادآور می‌شود اگر مرحله دوم نسبت به مرحله اول از اهمیت و ارجحیت بیشتری برای تصمیم گیرنده برخوردار باشد، می‌توان به طریق مشابه ابتدا مقدار کارایی مرحله دوم و سپس مقدار کارایی مرحله اول را تحت سطح اطمینان مورد نظر Ω محاسبه نمود. توجه به این نکته بسیار مهم

ضروری است که در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی مبتنی بر برنامه‌ریزی امکانی، چون تغییرات بر روی مدل‌های خطی نهایی صورت می‌گیرد، شرایط مربوط به کارایی نسبی حاکم بر مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها دیگر برقرار نبوده و نتایج و مقادیر کارایی می‌تواند بیشتر از یک گردد [۳۸، ۴۵].

۵. مطالعه موردی و نتایج تجربی

در این بخش چگونگی پیاده‌سازی و اجرای رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی خوشبینانه-بدبینانه به منظور تجزیه و تحلیل عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری در قالب یک مطالعه موردی نشان داده می‌شود. همان‌طور که در شکل (۲) ملاحظه می‌گردد، ساختار حاکم بر فعالیت‌های صندوق‌های سرمایه‌گذاری را می‌توان به صورت یک سیستم و شبکه دو مرحله‌ای در نظر گرفت [۳۱]. در واقع در مرحله اول یعنی مدیریت عملیات، تلاش می‌شود تا از سرمایه‌گذاران جذب سرمایه صورت پذیرد و سپس در مرحله دوم یعنی مدیریت سبد سرمایه‌گذاری، هدف تشکیل یک سبد سرمایه گذاری بهینه و مطلوب در راستای دستیابی به یک بازدهی قابل قبول می‌باشد.



شکل ۲: نمایش ساختار شبکه‌ای صندوق‌های سرمایه‌گذاری

به منظور اجرای رویکرد پیشنهادی پژوهش، از داده‌های مربوط به پنج صندوق سرمایه‌گذاری فعال در بازار سرمایه ایران استفاده شده است. بر این اساس نتایج ارزیابی کل، مرحله اول و مرحله دوم صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد بدبینانه به ترتیب در جداول (۱) الی (۳) ارائه شده اند. همچنین نتایج ارزیابی کل، مرحله اول و مرحله دوم صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد خوشبینانه نیز به ترتیب در جداول (۴) الی (۶) ارائه شده‌اند. لازم به ذکر است که هر دو رویکرد پیشنهادی پژوهش تحت سطوح اطمینان مختلف شامل ٪۰، ٪۲۰، ٪۴۰، ٪۶۰، ٪۸۰ و ٪۱۰۰ اجرا شده‌اند.

جدول ۱: نتایج ارزیابی کل صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد بدبینانه

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	سطوح اطمینان					
	۰٪	۲۰٪	۴۰٪	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
ص.س.۱	۰٫۹۰۵	۰٫۸۷۶	۰٫۸۴۸	۰٫۸۲۰	۰٫۷۹۴	۰٫۷۶۹
ص.س.۲	۰٫۹۵۰	۰٫۹۲۰	۰٫۸۹۱	۰٫۸۶۲	۰٫۸۳۵	۰٫۸۰۸
ص.س.۳	۰٫۶۷۵	۰٫۶۵۳	۰٫۶۳۱	۰٫۶۱۰	۰٫۵۹۰	۰٫۵۷۱
ص.س.۴	۰٫۹۶۱	۰٫۹۲۹	۰٫۸۹۸	۰٫۸۶۷	۰٫۸۳۷	۰٫۸۰۹
ص.س.۵	۰٫۵۲۶	۰٫۵۱۳	۰٫۵۰۰	۰٫۴۸۷	۰٫۴۷۵	۰٫۴۶۳

جدول ۲: نتایج ارزیابی مرحله اول صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد بدبینانه

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	سطوح اطمینان					
	۰٪	۲۰٪	۴۰٪	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
ص.س.۱	۰٫۹۶۱	۰٫۹۳۱	۰٫۹۰۱	۰٫۸۷۳	۰٫۸۴۵	۰٫۸۱۸
ص.س.۲	۰٫۶۰۲	۰٫۵۸۳	۰٫۵۶۴	۰٫۵۴۷	۰٫۵۲۹	۰٫۵۱۳
ص.س.۳	۰٫۴۲۸	۰٫۴۱۴	۰٫۴۰۰	۰٫۳۸۸	۰٫۳۷۵	۰٫۳۶۳
ص.س.۴	۰٫۹۶۱	۰٫۹۳۱	۰٫۹۰۳	۰٫۸۷۶	۰٫۸۴۹	۰٫۸۲۴
ص.س.۵	۰٫۹۶۱	۰٫۹۳۰	۰٫۹۰۱	۰٫۸۷۳	۰٫۸۴۵	۰٫۸۱۸

جدول ۳: نتایج ارزیابی مرحله دوم صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد بدبینانه

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	سطوح اطمینان					
	۰٪	۲۰٪	۴۰٪	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
ص.س.۱	۰٫۸۴۱	۰٫۸۱۳	۰٫۷۸۵	۰٫۷۵۸	۰٫۷۳۳	۰٫۷۰۷
ص.س.۲	۰٫۹۵۸	۰٫۹۲۸	۰٫۸۹۸	۰٫۸۷۰	۰٫۸۴۳	۰٫۸۱۶
ص.س.۳	۰٫۷۳۷	۰٫۷۱۴	۰٫۶۹۱	۰٫۶۶۹	۰٫۶۴۷	۰٫۶۲۷
ص.س.۴	۰٫۹۶۱	۰٫۹۲۹	۰٫۸۹۷	۰٫۸۶۵	۰٫۸۳۵	۰٫۸۰۵
ص.س.۵	۰٫۰۹۴	۰٫۰۹۱	۰٫۰۸۸	۰٫۰۸۵	۰٫۰۸۲	۰٫۰۸۰

جدول ۴: نتایج ارزیابی کل صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد خوشبینانه

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	سطوح اطمینان					
	۰٪	۲۰٪	۴۰٪	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
ص.س.۱	۱٫۱۵۵	۱٫۱۱۸	۱٫۰۸۲	۱٫۰۴۸	۱٫۰۱۴	۰٫۹۸۲
ص.س.۲	۱٫۲۰۹	۱٫۱۷۱	۱٫۱۳۳	۱٫۰۹۸	۱٫۰۶۳	۱٫۰۲۹
ص.س.۳	۰٫۸۶۸	۰٫۸۳۹	۰٫۸۱۱	۰٫۷۸۵	۰٫۷۵۹	۰٫۷۳۴
ص.س.۴	۱٫۲۲۱	۱٫۱۸۳	۱٫۱۴۶	۱٫۱۱۰	۱٫۰۷۵	۱٫۰۴۱
ص.س.۵	۰٫۶۳۸	۰٫۶۲۲	۰٫۶۰۷	۰٫۵۹۱	۰٫۵۷۶	۰٫۵۶۲

جدول ۵: نتایج ارزیابی مرحله اول صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد خوشبینانه

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	سطوح اطمینان					
	۰٪	۲۰٪	۴۰٪	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
ص.س.۱	۱٫۲۲۲	۱٫۱۸۳	۱٫۱۴۶	۱٫۱۱۰	۱٫۰۷۵	۱٫۰۴۱
ص.س.۲	۰٫۷۶۶	۰٫۷۴۱	۰٫۷۱۸	۰٫۶۹۵	۰٫۶۷۳	۰٫۶۵۲
ص.س.۳	۰٫۵۴۷	۰٫۵۲۹	۰٫۵۱۲	۰٫۴۹۵	۰٫۴۷۹	۰٫۴۶۴
ص.س.۴	۱٫۲۲۱	۱٫۱۸۲	۱٫۱۴۵	۱٫۱۰۹	۱٫۰۷۵	۱٫۰۴۲
ص.س.۵	۱٫۲۲۶	۱٫۱۸۷	۱٫۱۵۰	۱٫۱۱۳	۱٫۰۷۸	۱٫۰۴۴

سپس به منظور محاسبه کمترین امتیاز کارایی (کران پایین) و بیشترین امتیاز کارایی (کران بالا) در مورد هر یک از صندوق‌های سرمایه‌گذاری، همان‌طور که پیش‌تر نیز در انتهای بخش ۳ مطرح گردید، به ترتیب نتایج مربوط به رویکرد بدبینانه (اندازه الزام) در سطح اطمینان صددرصد و سپس رویکرد خوشبینانه (اندازه امکان) در سطح اطمینان صفر درصد از اجرای مدل‌ها استخراج می‌شوند. ذکر این نکته ضروری است، پس از استخراج بیشترین و کمترین مقدار کارایی صندوق‌های سرمایه‌گذاری، می‌توان با توجه به مقادیر مذکور اقدام به درجه‌بندی اعتباری آنها به شرح ذیل نمود:

- حالت اول) اگر بیشترین و کمترین مقدار کارایی صندوق سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی برای کل سیستم و همچنین هر دو مرحله اول و دوم بیشتر از یک باشد، آن‌گاه صندوق مذکور دارای درجه اعتباری $\Re^{+++}$ می‌باشد.

جدول ۶: نتایج ارزیابی مرحله دوم صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد خوشبینانه

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	سطوح اطمینان					
	۰٪	۲۰٪	۴۰٪	۶۰٪	۸۰٪	۱۰۰٪
ص.س.۱	۱٫۰۸۹	۱٫۰۵۲	۱٫۰۱۷	۰٫۹۸۲	۰٫۹۴۹	۰٫۹۱۷
ص.س.۲	۱٫۲۱۸	۱٫۱۷۹	۱٫۱۴۲	۱٫۱۰۶	۱٫۰۷۱	۱٫۰۳۷
ص.س.۳	۰٫۹۴۰	۰٫۹۱۰	۰٫۸۸۱	۰٫۸۵۳	۰٫۸۲۶	۰٫۷۹۹
ص.س.۴	۱٫۲۲۲	۱٫۱۸۳	۱٫۱۴۶	۱٫۱۱۰	۱٫۰۷۵	۱٫۰۴۱
ص.س.۵	۰٫۱۱۹	۰٫۱۱۶	۰٫۱۱۲	۰٫۱۰۸	۰٫۱۰۵	۰٫۱۰۲

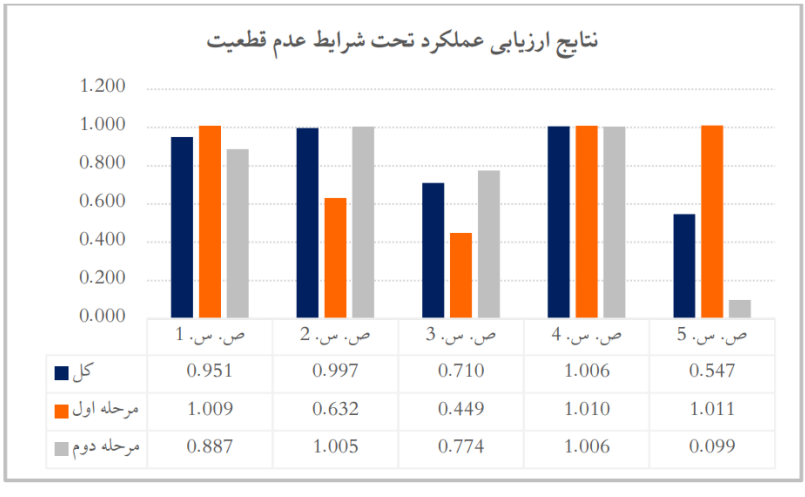
- حالت دوم) اگر بیشترین و کمترین مقدار کارایی صندوق سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی برای کل سیستم و یکی از دو مرحله اول و دوم بیشتر از یک باشد، آن‌گاه صندوق مذکور دارای درجه اعتباری $\Re^{++}$ می‌باشد.
- حالت سوم) اگر بیشترین مقدار کارایی صندوق سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی برای کل سیستم و همچنین هر دو مرحله اول و دوم بیشتر از یک باشد، آن‌گاه صندوق مذکور دارای درجه اعتباری $\Re^{+}$ می‌باشد.
- حالت چهارم) اگر بیشترین مقدار کارایی صندوق سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی برای کل سیستم و یکی از دو مرحله اول و دوم بیشتر از یک باشد، آن‌گاه صندوق مذکور دارای درجه اعتباری $\Re$ می‌باشد.
- حالت پنجم) اگر کمترین مقدار کارایی صندوق سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی برای کل سیستم و یکی از دو مرحله اول و دوم کمتر از یک باشد، آن‌گاه صندوق مذکور دارای درجه اعتباری $\Re^{-}$ می‌باشد.
- حالت ششم) اگر کمترین مقدار کارایی صندوق سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی برای کل سیستم و همچنین هر دو مرحله اول و دوم کمتر از یک باشد، آن‌گاه صندوق مذکور دارای درجه اعتباری $\Re^{--}$ می‌باشد.

با توجه به توضیحات فوق الذکر، به منظور درجه‌بندی اعتباری صندوق‌های سرمایه‌گذاری مورد مطالعه، ابتدا اقدام به استخراج کران پایین و بالای نتایج ارزیابی می‌گردد. سپس با توجه به حالات شش‌گانه تشریح شده، درجه اعتباری هر یک از صندوق‌ها تعیین می‌گردد. نتایج مذکور در قالب جدول (۷) ارائه شده‌اند:

۱۷۳ ـــ
جدول ۷: بازه کارایی و درجه‌بندی اعتباری صندوق‌های سرمایه‌گذاری

صندوق‌های سرمایه‌گذاری	بازه کارایی کل سیستم	بازه کارایی مرحله اول	بازه کارایی مرحله دوم	درجه اعتباری
ص.س.۱۰	[۰٫۷۶۹, ۱٫۱۵۵]	[۰٫۸۱۸, ۱٫۲۲۲]	[۰٫۷۰۷, ۱٫۰۸۹]	$\mathfrak{R}^{+}$
ص.س.۲۰	[۰٫۸۰۸, ۱٫۲۰۹]	[۰٫۵۱۳, ۰٫۷۶۶]	[۰٫۸۱۶, ۱٫۲۱۸]	$\mathfrak{R}$
ص.س.۳۰	[۰٫۵۷۱, ۰٫۸۶۸]	[۰٫۳۶۳, ۰٫۵۴۷]	[۰٫۶۲۷, ۰٫۹۴۰]	$\mathfrak{R}^{--}$
ص.س.۴۰	[۰٫۸۰۹, ۱٫۲۲۱]	[۰٫۸۲۴, ۱٫۲۲۱]	[۰٫۸۰۵, ۱٫۲۲۲]	$\mathfrak{R}^{+}$
ص.س.۵۰	[۰٫۴۶۳, ۰٫۶۳۸]	[۰٫۸۱۸, ۱٫۲۲۶]	[۰٫۰۸۰, ۰٫۱۱۹]	$\mathfrak{R}^{--}$

علاوه بر این به منظور رتبه‌بندی صندوق‌های سرمایه‌گذاری، میانگین نتایج حاصل از ارزیابی صندوق‌ها تحت هر دو رویکرد خوشبینانه و بدبینانه به ازای تمامی سطوح اطمینان مختلف شامل ۰٪، ۲۰٪، ۴۰٪، ۶۰٪، ۸۰٪ و ۱۰۰٪ محاسبه می‌گردند. میانگین امتیاز کارایی کل، مرحله اول و مرحله دوم در شکل (۳) ارائه شده است:



شکل ۳: ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد پیشنهادی

همان‌طور که در جداول (۱) تا (۶) مشاهده می‌شود، با افزایش سطح اطمینان، طبق انتظار نتایج حاصل از حل رویکرد پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی کاهش می‌یابند. همچنین بر اساس نتایج ارائه شده در جدول (۷) و شکل (۳)، به وضوح ملاحظه می‌شود که صندوق سرمایه‌گذاری ۴ از تمامی جنبه‌های ارزیابی یعنی کل، مرحله اول و مرحله دوم، دارای عملکرد مطلوب و با ثباتی در مقایسه با دیگر صندوق‌های سرمایه‌گذاری می‌باشد. همچنین صندوق‌های سرمایه‌گذاری ۳ و ۵ به

ترتیب دارای بدترین عملکرد از دیدگاه مرحله اول و مرحله دوم هستند. از این‌رو صندوق‌های مذکور دارای ناکارآمدی بوده و نیاز به بهبود اساسی و بازنگری در نحوه مدیریت مراحل خود می‌باشند. بدین منظور می‌توانند صندوق سرمایه‌گذاری ۴ را به عنوان الگوی خویش قرار دهند.

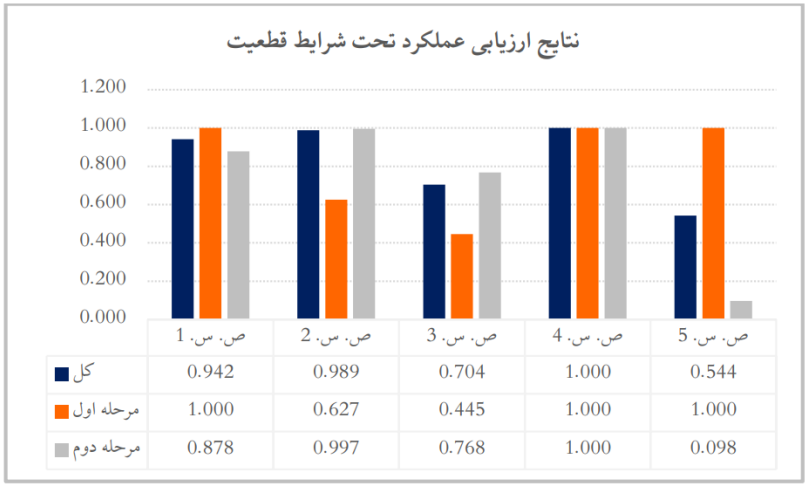
در پایان لازم به ذکراست همان‌طور که در بخش پیشینه تجربی و مرور ادبیات مطالعات صورت گرفته در زمینه موضوع پژوهش ملاحظه گردید، بیشتر مطالعات، با فرض قطعیت داده‌ها اقدام به ارزیابی صندوق‌های سرمایه‌گذاری نموده‌اند. لذا به منظور نشان دادن برتری رویکرد پیشنهادی پژوهش نسبت به مطالعات پیشین، در ادامه، نتایج رویکرد پیشنهادی پژوهش که تحت عدم قطعیت فازی می‌باشد با نتایج رویکرد کلاسیک موجود در ادبیات که تحت شرایط قطعیت داده‌ها می‌باشد، مقایسه می‌گردد.

بدین منظور میانگین داده‌های پژوهش به عنوان مقادیر اسمی و قطعی در نظر گرفته می‌شوند که خلاصه آماری مربوط به داده‌ها شامل کمترین، بیشترین، میانگین و انحراف معیار در قالب جدول (۸) ارائه شده است:

جدول ۸: آمار توصیفی مربوط به داده‌های پژوهش

شاخص‌ها	کمترین	بیشترین	میانگین	انحراف معیار
هزینه‌های بازاریابی	۰٫۰۱۲	۱۷۴٫۹۶۷	۵۲٫۶۶۳	۷۶٫۹۰۶
هزینه‌های مدیریت	۰٫۱۸۷	۴٫۴۹۱	۱٫۴۶۳	۱٫۷۸۱
ارزش خالص دارایی	۲٫۵۱۵	۱۶٫۱۶۹	۷٫۲۰۹	۵٫۹۴۹
نسبت هزینه خالص	۳٫۴۰۰	۹٫۲۰۰	۵٫۲۸۶	۲٫۲۵۷
نسبت گردش معاملات	۰٫۰۱۲	۰٫۱۸۴	۰٫۰۸۸	۰٫۰۷۷
انحراف معیار	۰٫۹۸۰	۲٫۵۵۰	۱٫۸۷۴	۰٫۷۳۱
اندازه صندوق	۰٫۱۹۱	۰٫۶۲۵	۰٫۳۷۶	۰٫۱۶۴
میانگین بازدهی	۵٫۵۲۰	۵۸٫۴۴۰	۳۶٫۱۴۰	۲۱٫۳۹۳

سپس با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای مبتنی بر روش تجزیه کارایی جمعی اقدام به محاسبه کارایی صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت شرایط قطعیت داده‌ها شده است که شکل (۴) نشان‌دهنده مقادیر کارایی کل و مراحل می‌باشد:



شکل ۴: ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت رویکرد کلاسیک

با توجه به نتایج ارائه شده در شکل‌های (۳) و (۴)، ملاحظه می‌گردد که رویکرد پیشنهادی پژوهش برخلاف رویکرد کلاسیک موجود در ادبیات، توانایی رتبه‌بندی کامل تمامی صندوق‌های سرمایه‌گذاری را دارا می‌باشد. به عبارت دیگر، رویکرد پیشنهادی پژوهش از قدرت تفکیک پذیری بالایی نسبت به رویکردهای پیشین برخوردار است. به طور کلی تجزیه و تحلیل نتایج تجربی و محاسباتی این بخش نشان‌دهنده کارآمدی و توانمندی رویکرد پیشنهادی پژوهش در ارزیابی عملکرد، درجه‌بندی و رتبه‌بندی صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت شرایط عدم قطعیت فازی می‌باشد.

۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، به چگونگی مدل‌سازی و به‌کارگیری رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی خوشبینانه-بدبینانه به عنوان یک رویکرد کارآمد برای ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری تحت ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای و شرایط عدم قطعیت فازی پرداخته شد. لازم به ذکر است در نظر گرفتن ساختار داخلی صندوق‌های سرمایه‌گذاری و هم‌چنین ادغام منطق فازی با رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، منجر به ارزیابی دقیق‌تر و جامع‌تری از عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری گردید. در واقع رویکرد پیشنهادی پژوهش علاوه بر افزایش دقت فرآیند اندازه‌گیری و ارزیابی عملکرد، بینش‌های ارزشمندی را در مورد وضعیت کارایی و شناسایی علل ناکارآمدی صندوق‌های سرمایه‌گذاری ارائه نموده و به مدیران صندوق‌ها و سرمایه‌گذاران اجازه می‌دهد تا با شناسایی عوامل

کلیدی عملکرد و زمینه‌های بهبود، تصمیمات آگاهانه‌تری بگیرند. به منظور تحقیقات آتی نیز پیشنهاد می‌شود تا با بهره‌گیری از رویکردهای تحلیل پوششی داده‌های پویا، تحلیل پوششی داده‌های پنجره‌ای و شاخص بهره‌وری مالم کوئیست [۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰]، تأثیر زمان و دوره‌های زمانی مختلف نیز در فرآیند ارزیابی لحاظ گردد. علاوه بر این پیشنهاد می‌شود تا از رویکردهای توانمند و پرکاربرد دیگر حوزه برنامه‌ریزی غیرقطعی همچون بهینه‌سازی استوار مبتنی بر مجموعه‌های عدم قطعیت و سناریو محور [۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴]، نظریه عدم قطعیت [۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸] و نظریه اعداد Z [۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲] به منظور برخورد با انواع دیگر عدم قطعیت موجود در داده‌ها استفاده شود.

مراجع

[1] Basso, A., & Funari, S. (2001). A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. European Journal of Operational Research, 135(3), 477-492.

[2] Mateus, I. B., Mateus, C., & Todorovic, N. (2019). Review of new trends in the literature on factor models and mutual fund performance. International Review of Financial Analysis, 63, 344-354.

[3] Cuthbertson, K., Nitzsche, D., & O'Sullivan, N. (2010). Mutual fund performance: Measurement and Evidence. Financial Markets, Institutions & Instruments, 19(2), 95-187.

[4] Prather, L., Bertin, W. J., & Henker, T. (2004). Mutual fund characteristics, managerial attributes, and fund performance. Review of Financial Economics, 13(4), 305-326.

[5] Elton, E. J., & Gruber, M. J. (2013). Mutual funds. Handbook of the Economics of Finance, 1011-1061. Elsevier.

[6] Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. The Journal of business, 39(1), 119-138.

[7] Vidal-García, J., Vidal, M., Boubaker, S., & Hassan, M. (2018). The efficiency of mutual funds. Annals of Operations Research, 267, 555-584.

[8] Basso, A., & Funari, S. (2016). DEA performance assessment of mutual funds. Data Envelopment Analysis: A Handbook of Empirical Studies and Applications, 229-287. Springer, Boston, MA.

[9] Daniel, D., & John, R. (2024). Assessing mutual fund success: A comprehensive literature review of efficiency measurement through data envelopment analysis (DEA). Ajasra, 13(2), 239-255.

[10] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, 2(6), 429–444.

[11] Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, 30(9), 1078-1092.

[12] Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (2011). Handbook on Data Envelopment Analysis. Springer, New York, NY.

[13] Liu, J. S., Lu, L. Y., Lu, W. M., & Lin, B. J. (2013). A survey of DEA applications. Omega, 41(5), 893-902.

[14] Emrouznejad, A., & Yang, G. L. (2018). A survey and Analysis of the First 40 Years of Scholarly Literature in DEA: 1978–2016. Socio-Economic Planning Sciences, 61, 4-8.

[15] Premachandra, I. M., Zhu, J., Watson, J., & Galagedera, D. U. A. (2012). Best-performing US mutual fund families from 1993 to 2008: Evidence from a novel two-stage DEA model for efficiency decomposition. Journal of Banking & Finance, 36(12), 3302–3317.

[16] Galagedera, D. U. A., Watson, J., Premachandra, I. M., & Chen, Y. (2016). Modeling leakage in two-stage DEA models: An application to US mutual fund families. Omega, 61, 62–77.

[17] Premachandra, I. M., Zhu, J., Watson, J., & Galagedera, D. U. A. (2016). Mutual fund industry performance: a network data envelopment analysis approach. Data Envelopment Analysis, 165-228. Springer, Boston, MA.

[18] Sánchez-González, C., Sarto, J. L., & Vicente, L. (2017). The efficiency of mutual fund companies: evidence from an innovative network SBM approach. Omega, 71, 114-128.

[19] Galagedera, D. U. A., Roshdi, I., Fukuyama, H., & Zhu, J. (2018). A new network DEA model for mutual fund performance appraisal: An application to U.S. equity mutual funds. Omega, 77, 168–179.

[20] Galagedera, D. U. A. (2019). Modelling social responsibility in mutual fund performance appraisal: A two-stage data envelopment analysis model with non-discretionary first stage output. European Journal of Operational Research, 273(1), 376–389.

[21] Hsieh, H. P., Tebourbi, I., Lu, W. M., & Liu, N. Y. (2020). Mutual fund performance: the decision quality and capital magnet efficiencies. Managerial and Decision Economics, 41(5), 861-872.

[22] Galagedera, D. U. A., Fukuyama, H., Watson, J., & Tan, E. K. (2020). Do mutual fund managers earn their fees? new measures for performance appraisal. European Journal of Operational Research, 287(2), 653-667.

[23] Tsolas, I. E. (2020). Precious metal mutual fund performance evaluation: a series two-stage DEA modeling approach. Journal of Risk and Financial Management, 13(5), 87.

[24] Fukuyama, H., & Galagedera, D. U. A. (2021). Value extracting in relative performance appraisal with network DEA: An application to US equity mutual funds. Data-Enabled Analytics: DEA for Big Data, 263-297. Cham: Springer International Publishing.

[25] Peykani, P., Emrouznejad, A., Mohammadi, E., & Gheidar-Kheljani, J. (2024). A novel robust network data envelopment analysis approach for performance assessment of mutual funds under uncertainty. Annals of Operations Research, 339(3), 1149-1175.

[26] Shojaie, S. E., Sadjadi, S. J., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2024). Malmquist productivity index for two-stage network systems under data uncertainty: A real-world case study. Plos One, 19(7), e0307277.

[27] Chen, Y., Cook, W. D., Li, N., & Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. European Journal of Operational Research, 196(3), 1170-1176.

[28] Castelli, L., Pesenti, R., & Ukovich, W. (2010). A Classification of DEA Models When the Internal Structure of the Decision Making Units is Considered. Annals of Operations Research, 173(1), 207-235.

[29] Cook, W. D., & Zhu, J. (2014). Data Envelopment Analysis: A Handbook of Modeling Internal Structure and Network. Springer.

[30] Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review. European Journal of Operational Research, 239(1), 1-16.

[31] Kao, C. (2016). Network Data Envelopment Analysis: Foundations and Extensions. Springer.

[32] Koronakos, G. (2019). A taxonomy and review of the network data envelopment analysis literature. Machine Learning Paradigms: Applications of Learning and Analytics in Intelligent Systems, 255-311.

[33] Peykani, P., Mohammadi, E., & Emrouznejad, A. (2021). An adjustable fuzzy chance-constrained network DEA approach with application to ranking investment firms. Expert Systems with Applications, 166, 113938.

[34] Ratner, S. V., Shaposhnikov, A. M., & Lychev, A. V. (2023). Network DEA and its applications (2017–2022): A systematic literature review. Mathematics, 11(9), 2141.

[35] Peykani, P., Seyed Esmaeili, F. S., Pishvaee, M. S., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2024). Matrix-based network data envelopment analysis: A common set of weights approach. Socio-Economic Planning Sciences, 95, 102044.

[36] Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). Programming with Linear Fractional Functionals. Naval Research Logistics Quarterly, 9(3-4), 181-186.

[37] Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. European Journal of Operational Research, 185(1), 418-429.

[38] Peykani, P., Mohammadi, E., Emrouznejad, A., Pishvaee, M. S., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2019). Fuzzy data envelopment analysis: an adjustable approach. Expert Systems with Applications, 136, 439-452.

[39] Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. Fuzzy Sets and Systems, 1(1), 3-28.

[40] Inuiguchi, M., & Ramík, J. (2000). Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem. Fuzzy Sets and Systems, 111(1), 3-28.

[41] Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. Management Science, 6(1), 73-79.

[42] Peykani, P., Hosseinzadeh Lotfi, F., Sadjadi, S. J., Ebrahimnejad, A., & Mohammadi, E. (2022). Fuzzy chance-constrained data envelopment analysis: a structured literature review, current trends, and future directions. Fuzzy Optimization and Decision Making, 21(2), 197–261.

[43] Xu, J., & Zhou, X. (2011). Fuzzy-Like Multiple Objective Decision Making. Berlin: Springer.

[44] Xu, J., & Zhou, X. (2013). Approximation based fuzzy multi-objective models with expected objectives and chance constraints: application to earth-rock work allocation. Information Sciences, 238, 75-95.

[45] Peykani, P., Mohammadi, E., Pishvaee, M. S., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Jabbarzadeh, A. (2018). A novel fuzzy data envelopment analysis based on robust possibilistic programming: Possibility, necessity and credibility-based approaches. RAIRO-Operations Research, 52(4-5), 1445–1463.

[46] An, Q., Meng, F., Xiong, B., Wang, Z., & Chen, X. (2020). Assessing the relative efficiency of Chinese high-tech industries: a dynamic network data envelopment analysis approach. Annals of Operations Research, 290, 707-729.

[47] Peykani, P., Farzipoor Saen, R., Seyed Esmaeili, F. S., & Gheidar-Kheljani, J. (2021). Window data envelopment analysis approach: A review and bibliometric analysis. Expert Systems, 38(7), e12721.

[48] Yu, A., Shi, Y., You, J., & Zhu, J. (2021). Innovation performance evaluation for high-tech companies using a dynamic network data envelopment analysis approach. European Journal of Operational Research, 292(1), 199-212.

[49] Fukuyama, H., Tsionas, M., & Tan, Y. (2023). Dynamic network data envelopment analysis with a sequential structure and behavioural-causal analysis: application to the Chinese banking industry. European Journal of Operational Research, 307(3), 1360-1373.

[50] Tavana, M., Khalili-Damghani, K., Santos Arteaga, F. J., & Hashemi, A. (2020). A Malmquist productivity index for network production systems in the energy sector. Annals of Operations Research, 284, 415-445.

[51] Shakouri, R., Salahi, M., & Kordrostami, S. (2019). Stochastic p-robust approach to two-stage network DEA model. Quantitative Finance and Economics, 3(2), 315-346.

[52] Peykani, P., Mohammadi, E., Farzipoor Saen, R., Sadjadi, S. J., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2020). Data envelopment analysis and robust optimization: A review. Expert Systems, 37(4), e12534.

[53] Salahi, M., Toloo, M., & Torabi, N. (2021). A new robust optimization approach to common weights formulation in DEA. Journal of the Operational Research Society, 72(6), 1390-1402.

[54] Peykani, P., Gheidar-Kheljani, J., Farzipoor Saen, R., & Mohammadi, E. (2022). Generalized robust window data envelopment analysis approach for dynamic performance measurement under uncertain panel data. Operational Research, 22(5), 5529-5567.

[55] Ghaffari-Hadigheh, A., & Lio, W. (2020). Network data envelopment analysis in uncertain environment. Computers & Industrial Engineering, 148, 106657.

[56] Jiang, B., Chen, H., Li, J., & Lio, W. (2021). The uncertain two-stage network DEA models. Soft Computing, 25, 421-429.

[57] Jiang, B., Yang, C., & Li, J. (2021). The uncertain network DEA model for two-stage system with additive relationship. Symmetry, 13(10), 1893.

[58] Peykani, P., & Pishvaee, M. S. (2024). Performance evaluation of hospitals under data uncertainty: An uncertain common-weights data envelopment analysis. Healthcare, 12(6), 611.

[59] Zadeh, L. A. (2011). A note on Z-numbers. Information Sciences, 181(14), 2923-2932.

[60] Azadeh, A., & Kokabi, R. (2016). Z-number DEA: A new possibilistic DEA in the context of Z-numbers. Advanced Engineering Informatics, 30(3), 604-617.

[61] Nazari-Shirkouhi, S., Tavakoli, M., Govindan, K., & Mousakhani, S. (2023). A hybrid approach using Z-number DEA model and artificial neural network for resilient supplier selection. Expert Systems with Applications, 222, 119746.

[62] Seyed Esmaeili, F. S., & Mohammadi, E. (2024). Z-number network data envelopment analysis approach: A case study on the Iranian insurance industry. Plos One, 19(7), e0306876.