سیستم های فازی و کاربردها
سال هشتم، شماره اول (بهار و تابستان ۱۴۰۴)
صص. ۶۱ تا ۹۱

شاپای چاپی: ۲۷۱۷-۴۴۰۹
شاپای الکترونیکی: ۲۷۱۷-۳۹۸۴
DOI:10.22034/jfsa.2025.493869.1251

بهینه‌سازی چندهدفه با پارامترهای فازی برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی نوظهور (مطالعه موردی: بازار ارزهای دیجیتال)

محمد صابر فلاح نژاد* و میلاد سالکی

دانشکده صنایع، دانشگاه یزد، یزد، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۹/۲۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۲۴

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

چکیده. در مسئله انتخاب پرتفوی مالی، به‌خصوص بازارهای مالی نوظهور، سرمایه‌گذار معمولاً قصد دارد با استفاده از چندین هدف متناقض، مانند بازده، ریسک و نقدشوندگی، بهترین انتخاب ممکن را انجام دهد. با توجه به پویایی و نوسانات بالای این بازارها، تصمیم‌گیری صحیح نقش کلیدی در بهینه‌سازی سود و کاهش ریسک دارد. اهمیت این موضوع زمانی بیشتر می‌شود که عدم شفافیت و پیچیدگی رفتارهای بازار می‌تواند منجر به تصمیم‌گیری‌های نادرست و زیان‌های مالی شود. به‌منظور به دست آوردن سبدی مناسب با استفاده از مقادیر آرمانی و همچنین حداکثر انحرافات ممکن با توجه به نمونه موردبررسی، در این تحقیق اهداف فازی و ترکیب آن با توابع رضایت، برنامه‌ریزی آرمانی و همچنین ارزش‌گذاری اهداف با استفاده ازنظر خبرگان پیشنهاد می‌شود. این می‌تواند بهترین سبد را با توجه به نظر خبرگان بازارهای مالی، در نظر گرفتن عدم قطعیت فازی بودن اهداف و همچنین انتخاب با توجه به بهترین سطح ممکنه از (ادامه دارد)

2010 *Mathematics Subject Classification.* xxxxx ; xxxxx
* Corresponding author
E-mails: fallahnezhad@yazd.ac.ir.
عبارات و کلمات کلیدی. : بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، بازارهای مالی نوظهور، برنامه‌ریزی چندهدفه، توابع رضایت، ارزهای دیجیتال .

اهداف موردبررسی، پیشنهاد کند. درنهایت مدل پیشنهادی برای انتخاب سبد در بازارهای مالی نوظهور، در بازار ارزهای دیجیتال اعمال‌شده و سبدی با میزان رضایت ۸۸/۱۵٪ ارائه داده می‌شود.

۱. سرآغاز

تکنولوژی بلاکچین به عنوان یکی از تحول‌آفرین‌ترین فناوری‌های ۳۰ سال گذشته شناخته می‌شود و کاربردهای گسترده‌ای در حوزه‌هایی که در آن‌ها فرایندهای معاملاتی انجام می‌شود، دارد. در نتیجه، این فناوری نگرش ما نسبت به قراردادها، لجستیک و حمل‌ونقل را تغییر داده و موجی از تحقیقات علمی را به راه انداخته است [۴۰] . حوزه مالی از جمله زمینه‌هایی است که تأثیر بلاکچین در آن به‌طور چشمگیری مشهود است [۳۸، ۳۹] . به ویژه استفاده از ارزهای دیجیتال به عنوان دارایی‌های معاملاتی، موضوعی که توجه قابل توجهی از سوی دانشگاهیان را به خود جلب کرده است [۱۲]. از زمان ظهور بیت‌کوین در سال ۲۰۰۸، ارزش بازار ارزهای دیجیتال تا فوریه ۲۰۲۲ به ۱۶۷۶ میلیارد دلار رشد یافته است که در این میان، بیت‌کوین و اتریوم به ترتیب سهم ۴۱/۸٪ و ۱۸/۱٪ ز این بازار را به خود اختصاص داده‌اند [۱] . با وجود اینکه این بازار هنوز در مراحل ابتدایی خود قرار دارد، برخی مطالعات نرخ رشد مرکب سالانه بالای ۲۱٪ را برای پنج سال آینده پیش‌بینی می‌کنند که این امر آن را برای سرمایه‌گذاران بسیار جذاب کرده است [۲] . در کنار این موضوع، نوسانات شدید این بازار و تعداد بالای دارایی‌های دیجیتال معامله‌شده (که در فوریه ۲۰۲۲ به حدود ۱۰۰۰۰ عدد تخمین زده شده است [۳]) از ویژگی‌های برجسته آن به شمار می‌آید، به‌طوری که اکثر این دارایی‌ها تنها در چند سال اخیر یا حتی کمتر وارد بازار شده‌اند. با وجود جذابیت این بازار برای سرمایه‌گذاران، ویژگی‌های مذکور باعث شده است که مدل‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری مرسومی مانند روش‌های میانگین-واریانس [۲۳] نتوانند به طور قابل اعتمادی عمل کنند. به‌ویژه، تعداد بالای دارایی‌های پتانسیلی و مدت زمان کوتاه حضور آن‌ها در بازار می‌تواند بر تخمین ماتریس کوواریانس تأثیر منفی بگذارد. با توجه به پیچیدگی‌های این بازار، لازم است از روش‌هایی استفاده شود که بتوانند هم‌زمان چندین هدف را بهینه کنند و عدم قطعیت‌های موجود را در نظر بگیرند. این تحقیق به دنبال پاسخ به سؤالات زیر است:

[1]https://coinmarketcap.com/all/views/all/
[2]https://www.reportlinker.com/p05619614/Crypto-Asset-Management-Market-by-Platform-And-Region-Global-Forecast-to.html?utm-source=GNW
[3]https://www.statista.com/statistics/863917/number-crypto-coins-tokens/

(۱) چگونه می‌توان با در نظر گرفتن اهداف متناقض، یک سبد سرمایه‌گذاری بهینه در بازار ارزهای دیجیتال انتخاب کرد؟
(۲) آیا نظر خبرگان در ارزیابی وزن اهداف می‌تواند به بهبود عملکرد مدل کمک کند؟

۲. مرور ادبیات پژوهش

به‌طورکلی، در یک مسئله انتخاب پورتفولیو، تصمیم‌گیرنده به‌طور هم‌زمان اهداف متناقضی مانند نرخ بازده، نقدینگی، ریسک، اندازه یا ترکیب پرتفوی، مسئولیت اجتماعی و یا اندازه سود تقسیم را در نظر می‌گیرد [۳۲] . بنابراین، برنامه‌نویسی چندهدفه (مانند برنامه‌نویسی آرمانی (GP) [۱] و برنامه‌نویسی سازش) برای انتخاب پورتفولیو استفاده می‌شود [۶، ۱] . لی [۲] و چسر [۳] اولین مدل GP را برای مسئله انتخاب پرتفولیو ارائه کردند [۱۸] . نویسندگان از برنامه‌ریزی آرمانی با در نظر گرفتن اهداف بازده، ریسک و سود سهام استفاده کردند. بعدها آثار متعددی مانند [۳۷، ۳۳] به‌خوبی کاربردهای GP مرسوم را برای مسئله انتخاب پرتفولیو مالی با در نظر گرفتن چندین هدف نشان دادند. تمیز و همکاران [۴] یک مدل GP دومرحله‌ای را برای ارزیابی و انتخاب پورتفولیو در سال ۱۹۹۶ پیشنهاد کردند [۳۴] . عونی و همکاران [۵] یک مدل GP تصادفی را ارائه کردند که ترجیحات سرمایه‌گذار را در یک انتخاب پرتفولیو مالی در نظر می‌گیرد [۱] . بن عبدالعزیز و همکاران [۶] یک مدل برنامه‌ریزی مقید شانس سازش را برای برآورده کردن آرمان‌ها و ترجیحات سرمایه‌گذار به جهت انتخاب پرتفوی ارائه کردند [۶]. آن‌ها فرض کردند که پارامترهای مرتبط با اهداف تصادفی و به‌طور نرمال توزیع‌شده‌اند. عونی و همکاران با استفاده از مدل GP تصادفی مسئله سرمایه‌گذاری ریسک‌پذیر را که در آن ترجیحات سرمایه‌گذار از طریق مفهوم توابع رضایت گنجانده‌شده است، فرموله کردند [۱] . بن عبدالعزیز و مسمودی [۷] در سال ۲۰۱۴ با اندازه‌گیری ریسک بتا ارائه‌شده توسط CAPM [۸] یک رویکرد انتخاب پرتفوی مالی (FPS) [۹] تصادفی چندهدفه را پیشنهاد کردند که در مدل آن‌ها، بتا به‌عنوان متغیر تصادفی که به وضعیت بازار بستگی دارد در نظر گرفته شد [۶]. هان

[1] Goal Programming
[2] Lee, S. M.
[3] Chesser, D. L
[4] Tamiz, M et al
[5] Aouni, B. et al
[6] Ben Abdelaziz, F. et al
[7] Masmoudi, M.
[8] Capital Asset Pricing Model
[9] Financial Portfolio Selection

و لی [1] یک روش تقریب نامتقارن را برای مدل FPS با محدودیت شانس بر اساس تکنیک‌های بهینه‌سازی به جهت انتخاب پرتفولیو پیشنهاد کردند [۱۵] .

اکثر روش‌هایی که در فوق برای انتخاب پرتفولیو مورداستفاده قرار گرفتند، با استفاده از رویکردهای احتمالی سعی در مدل‌سازی به عدم قطعیت آن را داشتند. درحالی‌که عوامل غیر احتمالی زیادی وجود دارد که بر روی بازارهای مالی و درنتیجه بر روی پرتفوی‌های مالی اثر می‌گذارند. بنابراین، نظریه مجموعه‌های فازی که توسط بلمن و زاده [2] ارائه شد به ابزاری مفید در مدیریت داده‌های غیردقیق و عدم اطمینان انسان‌ها در تصمیم‌گیری در زمینه‌های مختلف تبدیل شده است [۵] . نظریه تصمیم فازی برای انتخاب پرتفوی مالی توسط چندین محقق استفاده شده است. تاناکا و همکاران [3] دو نوع مدل FPS را بر اساس احتمالات فازی و توزیع احتمال با هدف به حداقل رساندن واریانس بازده و به حداقل رساندن اسپرد بازده پرتفوی پیشنهاد کردند [۳۵] . واتادا [4] با در نظر گرفتن بازده مورد انتظار و ریسک به‌عنوان معیارهای فازی یک مدل انتخاب پرتفوی مالی را تشکیل داد [۳۶] . گلادیش و همکاران [5] بر اساس یک مدل چند شاخصی و با در نظر گرفتن چندین سناریو بازار یک مدل فازی سه مرحله‌ای را که به روشی غیردقیق توسط یک خبره توصیف شده است، پیشنهاد کردند [۱۳] . منصور و همکارانش [6] با استفاده از مفهوم توابع رضایت یک مدل GP غیردقیق را به‌منظور در نظر گرفتن صریح ترجیحات سرمایه‌گذار در پرتفولیو پیشنهاد کردند [۲۱] . شارما و همکاران برای تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری در مسائل انتخاب پورتفولیو با استفاده از برنامه‌ریزی هدف فازی، مدل‌های افزودنی وزنی را پیشنهاد کردند (شارما، شارما و جانا، ۲۰۰۹).همچنین منصور و همکاران با استفاده از مفهوم توابع رضایت با در نظر گرفتن نظر مستقیم سرمایه‌گذار یک مدل GP غیردقیق را برای برنامه‌ریزی پرتفولیو با در نظر گرفتن بازده فازی پیشنهاد کردند [۲۲] . البته مدل‌های دیگری از برنامه‌ریزی آرمانی همچون استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی بازه‌ای نیز برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری توسعه‌یافته‌اند [۱۱، ۲۶، ۲۰، ۲۷] .

روش‌های تصمیم‌گیری چندهدفه (MODM) [7] برای رسیدگی به مسائل پیوسته با گزینه‌های نامحدود کاربرد دارد. از سوی دیگر، روش‌های تصمیم‌گیری چند ویژگی (MADM) [8] برای نمایش گسسته یک مسئله با معیارهای متناقض زیاد و تعداد محدودی از گزینه‌ها کاربرد دارد. دو هدف

[1] Han, Y. , Li, P.
[2] Bellman, R. E. , Zadeh, L. A.
[3] Tanaka, H. et al
[4] Watada, J.
[5] Gladish, B. et al
[6] Mansour, N. et al
[7] Multi-Objective Decision-Making Methods
[8] Multiple Attribute Decision Making

اصلی برای حل مسائل عملی با روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) [۱] وجود دارد: محاسبه وزن بهینه معیار و تعیین رتبه گزینه‌ها. دانشمندان و محققان، بینش جدیدی در مورد چگونگی اصلاح کیفیت تصمیم‌گیری در دهه‌های گذشته ارائه کردند و چندین روش برای پردازش وزن معیارها و گزینه‌ها و همچنین نحوه رتبه‌بندی گزینه‌ها ذکر کردند [۳۱، ۳۰] . روش مبنا معیار فازی(F-BCM) [۲] یکی از جدیدترین روش‌های MCDM است که وزن معیارها را محاسبه می‌کند [۱۶] . در این روش از بین تمامی معیارهای تصمیم‌گیری مشخص‌شده، یک معیار به‌عنوان معیار پایه انتخاب می‌شود. سپس اهمیت نسبی معیار پایه نسبت به سایر معیارها تعیین می‌شود. به‌عنوان کاربرد این روش در انتخاب پرتفولیو می‌توان به [۲۸، ۲۹] اشاره کرد.

جدول ۱: مرور ادبیات و شکاف تحقیقاتی

نویسندگان	سبد سرمایه‌گذاری	سبد پروژه	بازار سهام	بازار ارزهای دیجیتال	برنامه‌ریزی آرمانی چندهدفه	استفاده از پارامترهای فازی تمامی اهداف	استفاده از توابع رضایت	استفاده از روش‌های وزن دهی چندمعیاره
منصور و همکاران (۲۰۱۹)	✓		✓		✓		✓	
کویسه و هوسین (۲۰۲۰)		✓			✓			
نارنگ و همکاران (۲۰۲۱)	✓		✓					✓
زمینی (۲۰۲۱)	✓		✓					✓
نارنگ و همکاران (۲۰۲۲))	✓		✓					✓
مرادی و جوانمرد (۱۴۰۱)	✓		✓					✓
پژوهش حاضر	✓			✓	✓	✓	✓	✓

با توجه به جدول ۱ اگرچه مطالعات فوق‌الذکر سعی کرده‌اند تا برخی از مسائل در زمینه تشکیل پرتفوی را حل کنند، اما مطالعات اندکی در مورد تشکیل پرتفوی در بازارهای مالی تقریباً نوظهور (بازاری که در مسیر پیشرفت قرار دارد) که داده‌های تاریخی زیادی نداشته و سرمایه‌گذاران به جهت جذابیت آن سعی در تشکیل پرتفویی مناسب در آن بازار دارند در ادبیات پرتفوی پرداخته شده است. علاوه بر این سرمایه‌گذارانی که در این بازارها فعالیت می‌کنند تجربه کافی نسبت به عملکرد آن

[1]Multiple Criteria Decision-Making Methods
[2]Fuzzy Base Criterion Method

ندارند و عملاً تأثیر نظرات آن‌ها بر روی عناصر تصمیم همچون بازده، ریسک و نقد شوندگی کاهش می‌یابد؛ بنابراین می‌توان از مفهوم توابع رضایت ([۱۰]) به جهت در نظر گرفتن این هدف استفاده نمود. از طرفی هرکدام از معیارهای تصمیم‌گیری وزن‌های متفاوتی نسبت به یکدیگر دارند که به جهت تعیین اوزان این معیارها نظرات خبرگان آن بازار را به‌طور مستقیم در نظر گرفت. بنابراین هدف مقاله حاضره تشکیل پرتفوی در بازارهای مالی نوظهور با استفاده از مفهوم توابع رضایت و نظر خبرگان آن بازار می‌باشد. از طرفی در نظر گرفتن مقادیر معیارهای تصمیم‌گیری به‌صورت قطعی، به دلیل عدم دسترسی به داده‌های کافی موجب کاهش دقت انتخاب پرتفوی می‌شود. اخیراً، بسیاری از تحقیقات در زمینه انتخاب پرتفوی مالی بر اهمیت در نظر گرفتن معیارهای موردبررسی به‌عنوان پارامترهای فازی تأکیددارند، که در اینجا نیز این نکته مورداستفاده قرار می‌گیرد.

در این تحقیق یک رویکرد انتخاب پرتفوی مالی چندهدفه شامل پارامترهای بازده، ریسک و نقدشوندگی فازی پیشنهاد می‌شود که در آن توزیع‌های فازی با استفاده از اعداد فازی ذوزنقه‌ای که از اطلاعات ارائه‌شده توسط محیط تصمیم‌گیری به دست می‌آیند نشان داده می‌شوند. برای استفاده ازنظر خبرگان بازار مورد هدف، ازنظریه‌ی مجموعه‌های فازی، مفهوم تابع رضایت و تصمیم‌گیری چندهدفه استفاده خواهیم کرد. رویکرد پیشنهادی نه‌تنها به سرمایه‌گذاران حرفه‌ای کمک می‌کند تا چندین هدف متضاد و غیرقطعی در بازارهای مالی نوظهور را به‌طور هم‌زمان در نظر بگیرد بلکه به‌عنوان ابزاری به جهت تشکیل پرتفوی در بازارهای مالی نوظهور برای سرمایه‌گذاران مبتدی می‌باشد (برای درک بیشتر مدل مسئله به مدل مفهومی پیوست الف مراجعه شود).

بنابراین نوآوری‌های پژوهش حاضر عبارتنداز:

(۱) استفاده از توابع توزیع فازی و تشکیل بازه مورد انتظار برای تمامی اهداف موردبررسی با توجه به شرایط کلی بازار نمونه موردپژوهش با استفاده از مدل‌سازی ساده. مزیت این کار به در نظر گرفتن عدم قطعیت بیشتر در بازارهای مالی به‌ویژه بازارهای مالی نوظهوری همانند ارزهای دیجیتال که دارای داده‌های گذشته اندکی هستند، می‌باشد.

(۲) خطی سازی مدل ریسک با استفاده تابع رضایت غیرخطی آن.

(۳) توسعه روش وزن دهی مبنا–معیار فازی با در نظر گرفتن سابقه و تجربه خبرگان. این توسعه مزیت درنظر گرفتن تجربه خبرگان در میزان اهمیت نظر آن‌ها در برنامه‌ریزی را به ارمغان می‌آورد.

۳. تعریف مسئله و متدولوژی

در ادامه به‌صورت بخش به بخش قسمت‌های مختلف مسئله تعریف و تشریح گردیده و متدولوژی مربوطه نیز عنوان می‌گردد.

۱.۳. تعریف پارامترها و متغیرها. تمامی پارامترها و متغیرهای مورداستفاده در این پژوهش در جداول ۲, ۳, ۴ ارائه می‌گردد.

۲.۳. تعیین اعداد و توزیع فازی، مقادیر و بازه‌های مورد انتظار اهداف. سرمایه‌گذاران همیشه در یک محیط اقتصادی غیرقطعی تصمیم می‌گیرند که درواقع انتخاب آن‌ها با عدم قطعیت انجام می‌شود نه با قطعیت. از دلایل غیرقطعی بودن این محیط می‌توان به در دسترس نبودن داده‌های کافی از پارامترهای تأثیرگذار در بازار اشاره کرد. با توجه به اینکه بازارهای مالی نوظهور به‌مراتب نسبت به سایر بازارهای مالی داده‌های کمتری دارند، بر درجه عدم قطعیت آن‌ها می‌افزاید. درواقع سرمایه‌گذار در این بازارها نه میتواند مقادیر آرمانی و حداکثر انحراف های بازده R_p، ریسکβ_p و نقد شوندگی L_p مرتبط با پرتفوی را به‌طور قطعی بیان کند و نه می‌تواند پارامترهای بازده $\tilde{r}_i$ ، ریسک $\tilde{b}_i$ و نقدشوندگی $\tilde{l}_i$ $(i=1,\cdots,n)$, که مربوط به اجزای اهداف پرتفوی می‌باشد را محاسبه کند. با توجه به اینکه پارامترها و مقادیر آرمانی اهداف درگیر در مسئله انتخاب پرتفوی مالی فازی هستند، راه‌حل و توزیع‌های احتمالی که برای آن تعریف می‌شوند نیز فازی می‌باشد [۳] . بر این اساس، مقادیر آرمانی معیارهای بازده، ریسک و نقد شوندگی پرتفوی که به ترتیب با $\tilde{R}_p, \tilde{\beta}_p$ و $\tilde{L}_p$ نشان داده می‌شوند و همچنین پارامترهای فازی بازده، ریسک و نقد شوندگی دارایی، که به ترتیب با $\tilde{r}_i, \tilde{b}_i$ و $\tilde{l}_i$ نشان داده می‌شوند، با یک عدد فازی ذوزنقه‌ای نشان داده می‌شود که به‌صورت $\tilde{b}=(b_1,b_2,b_3,b_4)$ $\tilde{r}=(r_1,r_2,r_3,r_4)$ و $\tilde{l}=(l_1,l_2,l_3,l_4)$ خواهد بود. این عدد فازی یک برآورد ذهنی با استفاده از داده‌های محیط تصمیم‌گیری از هر پارامتر فازی است که با توزیع فازی آن توصیف شده است [۲۲] .

۳.۳. محاسبه راه‌حل‌های ایده آل و ضد ایده آل برای معیارهای بازده، ریسک و نقدشوندگی. انتخاب پرتفوی مالی معمولاً یک مسئله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه می‌باشد که سعی دارد با توجه به چندین هدف موردبررسی، بهترین پرتفوی را از میان جامعه مورد هدف تشکیل دهد. ازآنجاکه پارامترهای موردنظر در تحقیق حاضر فازی می‌باشند بنابراین نیاز است تا از توابع توزیع فازی برای به دست آوردن بازه‌های مورد انتظار هر هدف استفاده شود بدین منظور از رویکرد [۴] استفاده کرده و هرکدام از اهداف فازی مسئله در قالب دو زیر مسئله قطعی بررسی می‌شود (رجوع شود به [۲۲]).

جدول ۲: تعریف پارامترها و متغیرهای پژوهش

تعریف	پارامتر/ متغیر	تعریف	پارامتر/ متغیر	تعریف	پارامتر/ متغیر
حداکثر مقدار مورد انتظار بازده پرتفوی	R_p^u	حد بالای راه‌حل ایده آل بازده در سطح α	$(R_p^{max})_\alpha^u$	بازده پرتفوی	$\tilde{R}_p$
حداقل مقدار مورد انتظار بازده پرتفوی	R_p^l	حد بالای راه‌حل ایده آل ریسک در سطحα	$(\beta_p^{max})_\alpha^u$	ریسک پرتفوی	$\tilde{\beta}_p$
حداکثر مقدار مورد انتظار ریسک پرتفوی	β_p^u	حد بالای راه‌حل ایده آل نقدشوندگی در سطح α	$(L_p^{max})_\alpha^u$	نقدشوندگی پرتفوی	$\tilde{L}_p$
حداقل مقدار مورد انتظار ریسک پرتفوی	β_p^l β_p^l	حد بالای راه‌حل ایده آل بازده در سطح α	$(R_p^{max})_\alpha^l$	بازده فازی داراییiام	$\tilde{r}_i$
حداکثر مقدار مورد انتظار نقدشوندگی پرتفوی	L_p^u	حد پایین راه‌حل ایده آل ریسک در سطح α	$(\beta_p^{max})_\alpha^l$	ریسک فازی دارایی iام	$\tilde{b}_i$
حداقل مقدار مورد انتظار نقدشوندگی پرتفوی	L_p^l	حد پایین راه‌حل ایده آل نقدشوندگی در سطح α	$(L_p^{max})_\alpha^l$	نقدشوندگی فازی دارایی iام	$\tilde{l}_i$
انحراف منفی از مقدار آرمانی ریسک پرتفوی	δ_β^-	حد بالای راه‌حل ضد ایده آل بازده در سطح α	$(R_p^{min})_\alpha^u$	کمینه بازده پرتفوی با استفاده از مقادیر مورد انتظار بازده	$\overline{R}_p^{min}$
انحراف مثبت از مقدار آرمانی ریسک پرتفوی	δ_β^+	حد بالای راه‌حل ضد ایده آل ریسک در سطح α	$(\beta_p^{min})_\alpha^u$	کمینه ریسک پرتفوی با استفاده از مقادیر مورد انتظار ریسک	$\overline{\beta}_p^{min}$
تابع رضایت ریسک پرتفوی	$f_\beta(\delta_\beta)$	حد بالای راه‌حل ضد ایده آل نقدشوندگی در سطح α	$(L_p^{min})_\alpha^u$	کمینه نقدشوندگی پرتفوی با استفاده از مقادیر مورد انتظار نقدشوندگی	$\overline{L}_p^{min}$
درصورتی‌که ریسک کمتر از یک برای پرتفوی انتخاب شود برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر	$\rho_{\beta_۱}$	حد پایین راه‌حل ضد ایده آل	$(R_p^{min})_\alpha^l$	بیشینه بازده پرتفوی با استفاده از بازده در سطح α	$\overline{R}_p^{max}$

درنهایت برای هرکدام از توابع توزیع یک عدد فازی ذوزنقه‌ای برای راه‌حل‌های ایده آل و همچنین یک عدد فازی ذوزنقه برای راه‌حل‌های ضد ایده آل به دست می‌آید. به‌عبارت‌دیگر مقادیر ایده آل هر یک از اهداف بازده ریسک و نقد شوندگی به ترتیب به‌صورت

جدول ۳: تعریف پارامترها و متغیرهای پژوهش

درصورتی‌که ریسک بیشتر از یک برای پرتفوی انتخاب شود برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر	ρ_{β_2}	حد پایین راه‌حل ضد ایده آل ریسک در سطح α	$(\beta_p^{min})^l_\alpha$	بیشینه ریسک پرتفوی با استفاده از	$\overline{\beta}_p^{max}$
حداکثر انحراف منفی ریسک پرتفوی از مقدار آرمانی	$\delta^-_{1-\beta_p^*}$	حد پایین راه‌حل ضد ایده آل نقدشوندگی در سطح α	$(L_p^{min})^l_\alpha$	بیشینه نقدشوندگی پرتفوی با استفاده از مقادیر مورد انتظار نقدشوندگی	$\overline{L}_p^{max}$
حداکثر انحراف مثبت ریسک پرتفوی از مقدار آرمانی	$\delta^-_{1+\beta_p^*}$	بازه مورد انتظار بازده داراییiام	$EI(\tilde{r}_i)$	درجه سازش هدف بازده	λ
انحراف منفی از مقدار آرمانی نقدشوندگی پرتفوی	δ_L^-	بازه مورد انتظار ریسک داراییiام	$EI(\tilde{b}_i)$	درجه سازش هدف ریسک	γ
انحراف مثبت از مقدار آرمانی نقدشوندگی پرتفوی	δ_L^+	بازه مورد انتظار نقدشوندگی داراییiام	$EI(\tilde{l}_i)$	درجه سازش هدف نقدشوندگی	ϕ
تابع رضایت نقدشوندگی پرتفوی	$f_L(\delta_L)$	مقدار مورد انتظار بازده	$EV(\tilde{r}_i)$	مقدار مورد انتظار بازده داراییiام	r_i^*
حداکثر انحراف منفی نقدشوندگی پرتفوی از مقدار آرمانی	$\delta^-_{L^l}$	مقدار مورد انتظار بازده داراییiام	$EV(\tilde{b}_i)$	مقدار مورد انتظار ریسک دارایی iام	b_i^*
حداقل مقدار مجاز انتخاب یک دارایی	f^l	مقدار مورد انتظار بازده داراییiام	$EV(\tilde{l}_i)$	مقدار مورد انتظار نقدشوندگی دارایی iام	l_i^*
حداکثر مقدار مجاز انتخاب یک دارایی	f^U	انحراف منفی از مقدار آرمانی بازده پرتفوی	δ_R^-	بازه مورد انتظار بازده پرتفوی از مقادیر مورد انتظار بازده	$EI(\tilde{R}_p^*)$
درصورتی‌که دارایی iام انتخاب شود برابر با ۱ و در غیر این صورت صفر	$\mho_i$	انحراف مثبت از مقدار آرمانی بازده پرتفوی α	δ_R^+	بازه مورد انتظار ریسک پرتفوی	$EI(\tilde{\beta}_p^*)$
طول گام مرتبط با برش α	h	تابع رضایت بازده پرتفوی	$f_R(\delta_R)$	بازه مورد انتظار نقدشوندگی پرتفوی	$EI(\tilde{L}_p^*)$

$\{(R_p^{max})^l_0, \cdots, (R_p^{max})^l_1, (R_p^{max})^u_1, \cdots, (R_p^{max})^u_0\}$
$\{(\beta_p^{max})^l_0, \cdots, (\beta_p^{max})^l_1, (\beta_p^{max})^u_1, \cdots, (\beta_p^{max})^u_0\}$ و
$\{(L_p^{max})^l_0, \cdots, (L_p^{max})^l_1, (L_p^{max})^u_1, \cdots, (L_p^{max})^u_0\}$ خواهند بود. و همچنین برای مقادیر ضد ایده آل اهداف، به ترتیب $\{(R_p^{min})^l_0, \cdots, (R_p^{min})^l_1, (R_p^{min})^u_1, \cdots, (R_p^{min})^u_0\}$
$\{(\beta_p^{min})^l_0, \cdots, (\beta_p^{min})^l_1, (\beta_p^{min})^u_1, \cdots, (\beta_p^{min})^u_0\}$ و

جدول ۴: تعریف پارامترها و متغیرهای پژوهش

تعداد دسته‌بندی‌های دارایی‌ها	m	حداکثر انحراف منفی بازده پرتفوی از مقدار آرمانی	δ^-_{Rl}	میزان آرمانی هدف ریسک پرتفوی	β_g
بازده روز z ام شاخص بازار در دوره t	y^t_z	میزان دارایی iام موجود در پرتفوی	x_i	بازده روز z ام دارایی iام در دوره t	x^t_{zi}
میزان انتخاب از دسته kام دارایی ها	w_k	متوسط بازده روزانه دارایی iام در دوره t	$\overline{x}^t_i$	متوسط بازده روزانه شاخص بازار در دوره t	$\overline{y}^t$
متغیرتبدیل خطی انحراف منفی ریسک پرتفوی	δ'^-_β	شماره دسته kام دارایی ها	v_k	حد بالای تعداد دارایی سبد	M
وزن هدف بازده	ω_R	حد پایین تعداد دارایی سبد	M'	متغیرتبدیل خطی انحراف مثبت ریسک پرتفوی	δ'^+_β
		وزن هدف نقدشوندگی	ω_L	وزن هدف ریسک	ω_β

$\{(L_p^{min})^l_0, \cdots, (L_p^{min})^l_1, (L_p^{min})^u_1, \cdots, (L_p^{min})^u_0\}$ را خواهیم داشت. درنهایت زمانی که راه‌حل‌های ایده آل و ضد ایده آل به دست آمد، می‌توان توزیع‌های امکان فازی هر یک از اهداف یعنی $\tilde{\beta}_p, \tilde{R}_p$ و $\tilde{L}_p$ را ایجاد کرد.

۴.۳. ساخت توزیع احتمالی فازی. با استفاده از قضیه تجزیه‌ی مجموعه فازی می‌توان توزیع امکان آن را تنظیم کرد، همچنین راه‌حل‌های به‌دست‌آمده این موضوع را تائید می‌کند که خروجی حاصله نیز یک عدد فازی است. در این تحقیق برای تولید این راه‌حل فازی در فضای هدف، از رویکرد پیشنهادی [۱۹] استفاده شده است، بدین‌صورت که برای ساخت حد پایین توزیع احتمالی فازی هر هدف، آن هدف را به‌صورت فازی با مقادیر معین α و همچنین دیگر معیارها به‌صورت دیفازی شده در نظر گرفته شده است و درواقع راه‌حل‌های $\{(R_p^*)^l_\alpha, (\beta_p^*)^l_\alpha, (L_p^*)^l_\alpha, \forall\alpha \in [0,1]\}$ از مسئله چندهدفه فازی به تک هدفه قطعی تبدیل شده و برای هدف بازده به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$Max \quad \lambda \quad (1)$$

$$s.t. \lambda \leq \frac{\sum_{i=1}^{n}(r_{i1}+(r_{i2}-r_{i1})\alpha)x_i-(R_p^{min})^l_\alpha}{R_p^{max})^l_\alpha-R_p^{min})^l_\alpha} \quad (1-1)$$

$$\lambda \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} b_i^* x_i-\overline{\beta}_p^{min}}{\overline{\beta}_p^{max}-\overline{\beta}_p^{min}} \quad (1-2)$$

$$\lambda \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i^* x_i-\overline{L}_p^{min}}{\overline{L}_p^{max}-\overline{L}_p^{min}} \quad (1-3)$$

$$, x \in [\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, 0 \leq x_i \leq f^l, \sum_{c=c_k)}^{c'_k} x_c \leq w_k \forall k = 1, \cdots, m] \quad (1-4)$$

مدل فوق الهام گرفته از یک مدل Max–Min بوده که در آن به دنبال به‌دست آوردن حد پایین تابع توزیع بازده فازی سبد سرمایه‌گذاری است به‌طوریکه مینیمم مقداری که در سه هدف بازدهی ریسک و نقدشوندگی سبد صدق می‌کند را ماکزیمم کند (برای مطالعه بیشتر به (لی و لی، ۱۹۹۳) مراجعه شود). برای هدف‌های ریسک و نقدشوندگی نیز به ترتیب در معادلات (۲) الی (۲–۳) و (۳) الی (۳–۳) داریم:

$$Max\ \ \gamma \quad (۲)$$
$$s.t. \gamma \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n}(b_{i۱}+(b_{i۲}-b_{i۱})\alpha)x_i-(\beta_p^{min})_\alpha^l}{\beta_p^{max})_\alpha^l-\beta_p^{min})_\alpha^l} \quad (۲-۱)$$
$$\gamma \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n} l_i^* x_i-\overline{L}_p^{min}}{\overline{L}_p^{max}--\overline{L}_p^{min}} \quad (۲-۲)$$
$$\gamma \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n} r_i^* x_i--\overline{R}_p^{min}}{\overline{R}_p^{max}-\overline{R}_p^{min}} \quad (۲-۳)$$

و محدودیت ۴ – ۱

$$Max\ \ \phi \quad (۳)$$
$$s.t. \phi \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n}(l_{i۱}+(l_{i۲}-l_{i۱})\alpha)x_i-(L_p^{min})_\alpha^l}{L_p^{max})_\alpha^l-L_p^{min})_\alpha^l} \quad (۱-۳)$$
$$\phi \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n} b_i^* x_i-\overline{L}_p^{min}}{\overline{L}_p^{max}--\overline{L}_p^{min}} \quad (۲-۳)$$
$$\phi \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n} r_i^* x_i-\overline{\beta}_p^{min}}{\overline{\beta}_p^{max}-\overline{\beta}_p^{min}} \quad (۳-۳)$$

و محدودیت ۴ – ۱ که در آن‌ها γ, λ و ϕ درجه سازش را درحالی‌که ضرایب در سطح α امکان‌پذیر هستند را نشان می‌دهند که به ترتیب راه‌حل بازده، ریسک و نقدشوندگی فازی را برآورده می‌کنند. $\overline{R}_p^{max}, \overline{\beta}_p^{max}$ و $\overline{L}_p^{max}$ (به ترتیب $\overline{R}_p^{min}, \overline{\beta}_p^{min}$ و $\overline{L}_p^{min}$) با بیشینه‌سازی (به ترتیب با کمینه‌سازی) مقادیر مورد انتظار $\tilde{R}_p, \tilde{\beta}_p$ و $\tilde{L}_p$ تحت محدودیت‌های مربوطه به دست می‌آیند. علاوه بر این‌ها برای ساخت حد بالای توزیع فازی هر معیار یعنی راه‌حل‌های $\{(R_p^*)_\alpha^u, (\beta_p^*)_\alpha^u, (L_p^*)_\alpha^u . \forall\alpha \in [۰, ۱]\}$ با حل مسائل زیر به دست می‌آیند:

$$Max\ \ \lambda \quad (۴)$$
$$s.t. \lambda \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n}(r_{i۴}+(r_{i۴}-r_{i۳})\alpha)x_i-(R_p^{min})_\alpha^u}{R_p^{max})_\alpha^u-R_p^{min})_\alpha^u} \quad (۴-۱)$$
$$\lambda \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n} b_i^* x_i-\overline{\beta}_p^{min}}{\overline{\beta}_p^{max}-\overline{\beta}_p^{min}} \quad (۴-۲)$$
$$\lambda \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n} l_i^* x_i-\overline{L}_p^{min}}{\overline{L}_p^{max}-\overline{L}_p^{min}} \quad (۴-۳$$

و محدودیت ۴ – ۱

$$Max\ \ \gamma \quad (۵)$$
$$s.t. \gamma \leq \frac{\sum_{i=۱}^{n}(b_{i۴}+(b_{i۴}-b_{i۳})\alpha)x_i-(\beta_p^{min})_\alpha^u}{\beta_p^{max})_\alpha^u-\beta_p^{min})_\alpha^u} \quad (۵-۱)$$

$$\gamma \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} l_i^* x_i - \overline{L}_p^{min}}{\overline{L}_p^{max} - -\overline{L}_p^{min}} \quad (5-2)$$
$$\gamma \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i^* x_i - -\overline{R}_p^{min}}{\overline{R}_p^{max} - \overline{R}_p^{min}} \quad (5-3)$$

و محدودیت ۴ − ۱

$$Max \ \ \phi \quad (6)$$
$$s.t. \phi \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} (l_{i4} + (l_{i4} - l_{i3})\alpha) x_i - (L_p^{min})_\alpha^u}{L_p^{max})_\alpha^u - L_p^{min})_\alpha^u} \quad (6-1)$$
$$\phi \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} b_i^* x_i - \overline{L}_p^{min}}{\overline{L}_p^{max} - -\overline{L}_p^{min}} \quad (6-2)$$
$$\phi \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i^* x_i - -\overline{\beta}_p^{min}}{\overline{\beta}_p^{max} - \overline{\beta}_p^{min}} \quad (6-3)$$

و محدودیت ۴ − ۱

۵.۳. تعیین فواصل مورد انتظار و مقادیر مورد انتظار. برای محاسبه فاصله‌ی مورد انتظار $\tilde{R}_p^*$ و $\tilde{L}_p^*$ ، از تحقیق [۲۲] که به شرح زیر می‌باشد، استفاده شده است:

$$EI(\tilde{R}_p^*) = [R_p^l, R_p^u]$$
$$= [\frac{(\sum_{\alpha=0}^{1-h} (L_p^*)_\alpha^l + \sum_{\alpha=h}^{1} (L_p^*)_\alpha^l) \times h)}{2}, \frac{(\sum_{\alpha=0}^{1-h} (L_p^*)_\alpha^u + \sum_{\alpha=h}^{1} (L_p^*)_\alpha^u) \times h)}{2}] \quad (7-2)$$
$$EI(\tilde{L}_p^*) = [L_p^l, L_p^u]$$
$$= [\frac{(\sum_{\alpha=0}^{1-h} (R_p^*)_\alpha^l + \sum_{\alpha=h}^{1} (R_p^*)_\alpha^l) \times h)}{2}, \frac{(\sum_{\alpha=0}^{1-h} (R_p^*)_\alpha^u + \sum_{\alpha=h}^{1} (R_p^*)_\alpha^u) \times h)}{2}] \quad (7-2)$$

همچنین به جهت محاسبه‌ی فاصله‌ی مورد انتظار $(\tilde{\beta}_p^*)$ ، یک فرمول جدید پیشنهاد به شرح زیر پیشنهاد می‌شود:

$$EI(\tilde{\beta}_p^*) = [\beta_p^l, \beta_p^u] \quad (7-3)$$
$$= [\beta_g - |\frac{(\beta_p^*)_0^l + (\beta_p^*)_1^l + (\beta_p^*)_0^u + (\beta_p^*)_1^u}{4} - \beta_g|, \beta_g + |\frac{(\beta_p^*)_0^l + (\beta_p^*)_1^l + (\beta_p^*)_0^u + (\beta_p^*)_1^u}{4} - \beta_g|]$$

درصورتی‌که $|\frac{(\beta_p^*)_0^l + (\beta_p^*)_1^l + (\beta_p^*)_0^u + (\beta_p^*)_1^u}{4} - \beta_g|$ را برابر با β_p^* بدانیم معادله **(۷−۳)** به‌صورت زیر تغییر پیدا می‌کند:

$$EI(\tilde{\beta}_p^*) = [\beta_p^l, \beta_p^u] = [\beta_g - \beta_p^*, \beta_g + \beta_p^*] \quad (7-4)$$

بر اساس تعریف [۱۷] بازه مورد انتظار مربوط به $\tilde{b}_i, \tilde{r}_i$ و $\tilde{l}_i$ و همچنین مقادیر مورد انتظار مربوط به آن‌ها، با استفاده از فرمول‌های زیر محاسبه خواهند شد:

$$EI(\tilde{r}_i) = [r_i^l, r_i^u] = [\frac{r_{i1} + r_{i2}}{2}, [\frac{r_{i3} + r_{i4}}{2}] \quad EV(\tilde{r}_i) = r_i^* = \frac{r_i^l + r_i^u}{2} \quad (8-1)$$
$$EI(\tilde{b}_i) = [b_i^l, b_i^u] = [\frac{b_{i1} + b_{i2}}{2}, [\frac{b_{i3} + b_{i4}}{2}] \quad EV(\tilde{b}_i) = b_i^* = \frac{b_i^l + b_i^u}{2} \quad (8-2)$$
$$EI(\tilde{l}_i) = [l_i^l, l_i^u] = [\frac{l_{i1} + l_{i2}}{2}, [\frac{l_{i3} + l_{i4}}{2}] \quad EV(\tilde{l}_i) = l_i^* = \frac{l_i^l + l_i^u}{2} \quad (8-3)$$

در بخش بعدی یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی با استفاده از مفهوم توابع رضایت برای مسئله انتخاب پرتفوی مالی پیشنهاد خواهد شد.

۶.۳. مدل برنامه‌ریزی آرمانی غیردقیق با ترکیب نظر خبرگان. هدف اصلی سرمایه‌گذاران در تشکیل سبد در بازارهای مالی، انتخاب یک سبد با بالاترین میزان سودآوری، نقد شوندگی و ایمنی است. به‌عبارت‌دیگر در انتخاب سبد مالی مجموعه‌ای از اهداف متناقض نسبت به هم، درگیر هستند. چندین تحقیق مجموعه‌ای از اهداف را که سرمایه‌گذاران می‌توانند برای تشکیل پرتفوی مالی در نظر بگیرند پیشنهاد کرده‌اند [۲۵] . در این تحقیق ما سه هدف بازده، ریسک و نقدشوندگی را در نظر خواهیم گرفت.

۱.۶.۳. مدل‌سازی ترجیحات سرمایه‌گذار. همواره چالش اصلی سرمایه‌گذار در بازارهای مالی و به‌خصوص بازارهای مالی نوظهور شناسایی سبد کارآمد در میان انبوه انتخاب‌هایی که می‌تواند موجه باشد است. برای این منظور می‌توان با استفاده از ترجیحات سرمایه‌گذار و با توجه به مطلوب‌ترین میزان ممکن هر هدف در بازار مالی موردبررسی، توابع رضایت را برای هدف‌های بازده، ریسک و نقدشوندگی ایجاد کرد. در رویکرد پیشنهادی این تحقیق از مفهوم توابع رضایت استفاده می‌شود تا علاوه بر تابع رضایت بازده، توابع رضایت ریسک و نقدشوندگی، مقادیر آرمانی و حداکثر انحرافات قابل‌قبول آن‌ها و همچنین در نظر گرفتن نظر خبرگان و همچنین شرایط آن بازار سبدی مطلوب به سرمایه‌گذاران مبتدی و حتی حرفه‌ای پیشنهاد شود.

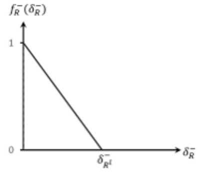
۱.۱.۶.۳. ایجاد تابع رضایت برای بازده پرتفولیو. هدف سرمایه‌گذار از تشکیل یک سبد سودآوری یا کسب درآمد آتی بالاتر می‌باشد که می‌تواند به‌صورت سود دارایی یا رشد قیمتی باشد. می‌توانیم با در نظر گرفتن ترجیحات سرمایه‌گذار با توجه به مطلوب‌ترین بازده سرمایه‌گذاری (در نمونه موردبررسی) محدودیتی را برای هدف بازده معرفی کنیم. به‌عبارتی‌دیگر، ازآنجایی‌که سرمایه‌گذار به دنبال دستیابی به حداکثر میزان بازده سبد می‌باشد، بنابراین می‌توانیم برای حد بالایی بازه مورد انتظار بازده سبد، (R_p^u) را به‌عنوان مطلوب‌ترین بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری پیشنهاد کنیم. بنابراین (R_p^u) را به‌عنوان سطح آرمان مربوط به هدف بازده سبد در نظر می‌گیریم و محدودیت مربوطه را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^* x_i + \delta_R^- - \delta_R^+ = R_p^u \quad (۹)$$

ازآنجایی‌که رضایت سرمایه‌گذار از بازده پرتفوی با تغییر میزان آن تغییر می‌کند، می‌توان با یک تابع رضایت که با $f_R(\delta_R)$ نشان داده می‌شود، میزان رضایتمندی آن را زمانی که در بازه $[R_p^l, R_p^u]$ تغییر می‌کند اندازه‌گیری کرد. $f_R(\delta_R)$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_R(\delta_R) = f_R^-(\delta_R^-) \quad (۱۰)$$

برای رسیدن به سطح آرمانی هدف بازده، می‌بایست انحراف منفی آن به حداقل برسد بنابراین تنها δ_R^- در $f_R(\delta_R)$ آورده شده است. منطقی است که سرمایه‌گذار زمانی کاملاً راضی خواهد بود که $\tilde{R}_p \geq R_p^u$ باشد و به هر میزانی که $\tilde{R}_p$ به سمت کران پایین بازه مورد انتظار (یعنی R_p^l حرکت کند رضایت او از هدف بازده به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد؛ علاوه بر این توضیحات در شکل ۱ تغییرات رضایت تابع $f_R(\delta_R)$ کاملاً مشهود است. بر اساس شکل ۱ سرمایه‌گذار زمانی از پرتفوی رضایت کامل را دارد که انحراف منفی از سطح آرمان R_p^u برابر با صفر باشد (محور افقی مقدار صفر بگیرد) و زمانی که در حداکثر انحراف ممکن قرار گیرد کاملاً ناراضی خواهد بود. با توجه



شکل ۱: تابع رضایت بازده

به توضیحات فوق و شکل۱ برنامه‌ریزی ریاضی با هدف به حداکثر رساندن $f_R(\delta_R)$ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$max \;\; f_R(\delta_R) = ۱ - \frac{\delta_R^-}{\delta_{R^l}^-} \quad (۱۱), ۰ \leq \delta_R^- \leq \delta_{R^l}^- \quad (۱۱-۱)$$

۲.۱.۶.۳. ایجاد تابع رضایت برای ریسک سبد. با توجه به تعریف ریسک سبد سرمایه‌گذاری مالی منصور و همکاران [۲۲] ریسک پرتفوی را به‌صورت زیر و با کمک رگرسیون خطی پیشنهاد می‌کنیم:

$$\beta_i = \frac{\sum_{z=۱}^{z'} (x_{zi}^t - -\overline{x}_i^t)(y_z^t - \overline{y}^t)}{\sum_{z=۱}^{z'} (y_z^t - \overline{y}^t)^۲} \forall i = ۱, \cdots, n \quad (۱۲)$$

به‌عبارت‌دیگر ریسک پرتفوی، همبستگی بین بازده یک دارایی و بازده شاخص بازار آن را اندازه‌گیری می‌کند. همبستگی کمتر یک دارایی نسبت به بازار نشان‌دهنده عملکرد مستقل آن دارایی است نه در جهت با تغییرات بازار. با توجه به اینکه استفاده بهتر از عملکرد بازار با استفاده از یک استراتژی سرمایه‌گذاری فعال، ریسک بالایی را در پی دارد، فرض شده که سرمایه‌گذار فرضیه بازار کارآمد را پذیرفته و از یک استراتژی سرمایه‌گذاری منفعل پیروی می‌کند (لی و چسر، ۱۹۸۰).

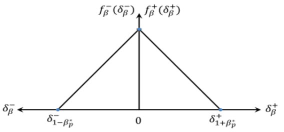
بنابراین برای انتخاب پرتفویی متناسب با بازار، به‌عنوان مقدار آرمانی هدف ریسک پرتفوی (یعنی β_g) مقدار ۱ را پیشنهاد می‌شود. این مقدار کمک می‌کند تا با تشکیل پرتفویی با ترکیب مقادیر ریسک کمتر و بیشتر از ۱ درصدد تعادل پرتفوی و درنتیجه کاهش ریسک آن برآییم، بنابراین محدودیت هدف ریسک پرتفوی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\sum_{i=۱}^{n} b_i^* x_i + \delta_\beta^- - \delta_\beta^+ = ۱ \quad (۱۳)$$

ازآنجایی‌که مقدار آرمانی ریسک پرتفوی (یعنی β_g) برابر با ۱ شد، بنابراین بازه مورد انتظار ریسک پرتفوی به‌صورت $[۱ - \beta_p^*, ۱ + \beta_p^*]$ می‌باشد، که درواقع محدوده مجاز تغییر مقدار ریسک می‌باشد. ترجیحات سرمایه‌گذار در رابطه با تغییر میزان رضایتمندی از ریسک پرتفوی را می‌توان با ایجاد یک تابع رضایت که با $f_\beta(\delta_\beta)$ نشان داده می‌شود بیان کرد. درواقع این $f_\beta(\delta_\beta)$ میزان رضایتمندی از ریسک پرتفوی در بازه ی $[۱ - \beta_p^*, ۱ + \beta_p^*]$ می‌باشد.

$$f_\beta(\delta_\beta) = f_\beta^-(\delta_\beta^-) + f_\beta^+(\delta_\beta^+) \quad (۱۴)$$

ازآنجایی‌که میزان آرمانی هدف ریسک در داخل بازه مورد انتظار ما می‌باشد. بنابراین هدف در این معیار پرهیز از افزایش و کاهش بیش‌ازحد نسبت به میزان آرمانی آن می‌باشد، بنابراین هر دو انحراف منفی و مثبت در تابع هدف $f_\beta(\delta_\beta)$ استفاده شده است. به‌عبارت‌دیگر همان‌طور که در شکل ۲ مشخص است، سرمایه‌گذار زمانی که انحرافات دوطرفه از ۱ برابر با ۰ باشد کاملاً راضی بوده و به هر میزانی که از آن منحرف شود از میزان رضایتش کم می‌شود.



شکل ۲: تابع رضایت ریسک

ایجاد تابع رضایت برای ریسک سبد

ازآنجایی‌که ریسک پرتفوی نمی‌تواند به‌طور هم‌زمان مقادیر کمتر از آرمان یا بیشتر از آن را بگیرد. بنابراین می‌توان با تعریف متغیرهای باینری $\rho_{\beta_۱}$ و $\rho_{\beta_۲}$ (به‌منظور انتخاب انحراف ازیک‌طرف)،

برنامه‌ریزی ریاضی با هدف به حداکثر رساندن درجه رضایت هدف ریسک سبد (یعنی $f_\beta(\delta_\beta)$)را به‌صورت زیر نوشت:

$$max\ f_\beta(\delta_\beta) = \rho_{\beta_۱}(۱ - \frac{\delta_\beta^-}{\delta_{۱-\beta_p^*}^-}) + \rho_{\beta_۲}(۱ - \frac{\delta_\beta^+}{\delta_{۱+\beta_p^*}^+}) \quad (۱۵)$$

$$\circ \le \delta_\beta^- \le \rho_{\beta_۱}\delta_{۱-\beta_p^*}^- \quad (۱۵-۱)$$

$$\circ \le \delta_\beta^+ \le \rho_{\beta_۲}\delta_{۱+\beta_p^*}^+ \quad (۱۵-۲)$$

$$\rho_{\beta_۱} + \rho_{\beta_۲} = ۱ \quad (۱۵-۳)$$

$$\rho_{\beta_۱}, \rho_{\beta_۱} \in \{\circ, ۱\} \quad (۱۵-۴)$$

ازآنجایی‌که در تابع هدف (۱۵) دو متغیر باینری $\rho_{\beta_۱}$ و $\rho_{\beta_۲}$ به ترتیب در دو متغیر پیوسته δ_β^- و δ_β^+ ضرب می‌شوند بنابراین مدل مذکور غیرخطی است. برای خطی سازی می‌توانیم از رویکرد موجود درکتاب ([۹] استفاده کنیم. با توجه به اینکه دو عبارت $\rho_{\beta_۱}\delta_\beta^-$ و $\rho_{\beta_۲}\delta_\beta^+$ موجب غیرخطی شدن تابع هدف ریسک شده‌اند، بنابراین می‌توانیم با تعریف متغیر جدید $\delta_\beta^{'-}$ و $\delta_\beta^{'+}$ به‌جای عبارت‌های $\rho_{\beta_۱}\delta_\beta^-$ و $\rho_{\beta_۲}\delta_\beta^+$ و همچنین افزودن محدودیت‌های زیر تابع رضایت ریسک پرتفوی را از غیرخطی به خطی تبدیل کنیم

$$(۱۵)max\ f_\beta(\delta_\beta) = \rho_{\beta_۱} - \frac{\delta_\beta^{'-}}{\delta_{۱-\beta_p^*}^-} + \rho_{\beta_۲} - \frac{\delta_\beta^{'+}}{\delta_{۱+\beta_p^*}^+}) \quad (۱۶)$$

$$s.t\ \delta_\beta^{'-} \le \rho_{\beta_۱}\beta_p^* \quad (۱۶-۱)$$

$$\circ \le \delta_\beta^{'-} - \delta_\beta^- \le (۱ - \rho_{\beta_۱})\beta_p^* \quad (۱۶-۲)$$

$$\delta_\beta^{'+} \le \rho_{\beta_۲}\beta_p^* \quad (۱۶-۳)$$

$$\circ \le \delta_\beta^{'+} - \delta_\beta^+ \le (۱ - \rho_{\beta_۲})\beta_p^* \quad (۱۶-۴)$$

و محدودیت‌های $(۱۵-۴), (۱۵-۳)$

۳.۱.۶.۳. ایجاد تابع رضایت برای نقدشوندگی سبد. نقد شوندگی سبد که با $\tilde{L}_p$ نشان داده می‌شود و برابر با $\tilde{L}_p = \sum_{i=۱}^n \tilde{l}_i x_i$ است که $\tilde{l}_i$ را نشان‌دهنده نقدشوندگی هر دارایی با توجه به مبنا قرار دادن حجم معامله‌شده دارایی در یک روز تقسیم‌بر حجم کل بازار آن دارایی در همان روز است. این تعریف از نقدشوندگی به معنا این است که معامله شدن و جابجایی یک دارایی نسبت به کل تعداد آن دارایی با بررسی روزهای مختلف مورد هدف به چه میزان بوده است. به‌عبارت‌دیگر این نسبت نشان‌دهنده امکان تبدیل یک دارایی به وجه نقد بدون کاهش ارزش قابل‌توجه آن می‌باشد، که درواقع هر چه مقدار آن بیشتر باشد مطلوب‌تر بوده و نقدینگی آن دارایی بیشتر است [۱۴] . ازآنجایی‌که سرمایه‌گذار در هدف نقدشوندگی سبد همانند هدف بازده پرتفوی به دنبال دسترسی به

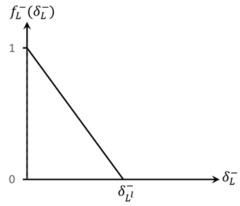
حداکثر میزان نقدشوندگی پرتفوی می‌باشد، بنابراین L_p^u را به‌عنوان سطح آرمان مربوط به هدف نقدشوندگی پرتفوی در نظر می‌گیریم و محدودیت مربوطه را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sum_{i=۱}^{n} l_i^* x_i + \delta_L^- - \delta_L^+ = L_p^u \quad (۱۷)$$

رضایت سرمایه‌گذار در مورد تغییر میزان هدف نقدشوندگی پرتفوی را می‌توان با یک تابع رضایت، که با $f_L(\delta_L)$ نشان داده می‌شود بیان کرد، که درواقع میزان رضایتمندی از هدف نقدشوندگی را زمانی که در بازه $[L_p^l, L_p^u]$ تغییر می‌کند اندازه‌گیری می‌کند. $f_L(\delta_L)$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_L(\delta_L) = f_L^-(\delta_L^-) \quad (۱۸)$$

برای رسیدن به سطح آرمانی هدف نقدشوندگی همانند هدف بازده، می‌بایست انحراف منفی آن حداقل شود، بنابراین فقط δ_L^- در تابع هدف $f_L(\delta_L)$ گنجانده‌شده است. در شکل ۳ نمودار تابع رضایت هدف نقدشوندگی پرتفوی آورده شده است.



شکل ۳: تابع رضایت نقدشوندگی

برنامه‌ریزی ریاضی با هدف به حداکثر رساندن $f_L(\delta_L)$ را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$max \;\; f_L(\delta_L) = ۱ - \frac{\delta_L^-}{\delta_{L^l}^-}) \quad (۱۹-۱)$$

$$s.t. ۰ \leq \delta_L^- \leq \delta_{L^l}^- \quad (۱۹-۲)$$

۳.۶.۲. محدودیت‌های دیگر انتخاب پرتفوی. علاوه بر محدودیت‌های مرتبط با اهداف بازده، ریسک و نقدشوندگی که در بالا توسعه یافتند محدودیت‌های زیر در نظر گرفته‌شده‌اند:

(۱) تنوع داشتن سبد و داشتن چندین انتخاب از چندین بخش یک معیار اساسی در تشکیل یک و سبد کارآمد به‌حساب می‌آید [۸] . تنوع داشتن تعداد دارایی به جهت تشکیل پرتفوی تا زمانی که در کنترل آن‌ها اختلال ایجاد نشود مطلوب است، بنابراین با توجه به تجربه خبرگان آن بازار باید یک حد بالا و پایین برای آن در نظر گرفت. از طرفی دیگر ارزش کل بازار یک دارایی (که از ضرب تعداد منتشرشده یک دارایی در قیمت آن به دست می‌آید) معیاری مهم در تشکیل سبد می‌باشد و بررسی این معیار برای

سرمایه‌گذاران تصوری ایجاد می‌کند که از آینده آن دارایی و قیمت آن در بازار چه انتظاری داشته باشند، به هر میزانی که این معیار بالاتر باشد تا حدودی نشان‌دهنده توجه و اعتماد سرمایه‌گذاران به آن دارایی می‌باشد از طرفی هر چه این میزان بالاتر باشد، تأثیر زیادی را بر روی شاخص کل آن بازار می‌گذارد. بنابراین هرچه درصد ارزش کل بازار بیشتری را شامل شود برای تشکیل سبد سرمایه‌گذاری باید بیشتر موردتوجه قرار بگیرد. به جهت در نظر گرفتن متنوع سازی سبد سرمایه‌گذاری، محدودیت‌های زیر را در نظر گرفته شده است:

- ابتدا پیشنهاد می‌شود یک محدودیت برای حداقل و حداکثر میزانی که برای سرمایه‌گذاری در هر دارایی در صورت انتخاب و مطابق با نظرِ خبره بازار، مطلوب است اضافه شود، که محدودیت مذکور به‌صورت زیر آورده می‌شود:

$$f^l \mho_i \leq x_i \leq f^u \mho_i \forall i = ۱, \cdots, n \quad (۲۰)$$

- برای رعایت اولویت انتخاب دارایی ارزش کل بازار بالاتر، با استفاده از فرمول وزن دهی مورداستفاده در [۳۳] یعنی فرمول (۲۲) و همچنین نظر خبرگان از منظر دسته‌بندی تعداد گروه‌های موردبررسی ارزش بازار در نمونه هدف، محدودیت (۲۱) پیشنهاد می‌شود.

$$\sum_{k=c_k}^{c'_k} x_k \leq w_k \forall k = ۱, \cdots, m \quad (۲۱)$$

$$w_k = \frac{(m+۱) - v_k)}{\sum_{k=۱}^{m} v_k} . \forall k = ۱, \cdots, m \quad (۲۲)$$

- همچنین حداقل و حداکثر تعداد دارایی که در یک سبد نگهداری می‌شوند را به‌عنوان محدودیت در نظر گرفته می‌شود، ازاین‌جهت که درصورتی‌که تعداد دارایی کم باشد باعث افزایش ریسک و درصورتی‌که زیاد باشد باعث عدم‌کنترل سبد سرمایه‌گذاری می‌شود، بنابراین محدودیت زیر را پیشنهاد می‌شود:

$$M' \leq \sum_{i=۱}^{n} \mho_i \leq M \quad (۲۳)$$

(۲) محدودیت بودجه سرمایه درگیر در دارایی: مجموع مقادیر نسبت سرمایه‌گذاری شده در دارایی‌ها دقیقاً برابر با ۱ است (یعنی: $\sum_{i=۱}^{n} x_i = ۱$.) این محدودیت بر عدم وجود پول نقد در پرتفوی (یعنی $\sum_{i=۱}^{n} x_i \leq ۱$) و همچنین اخذ وام (یعنی $\sum_{i=۱}^{n} x_i \geq ۱$)دلالت دارد.

(۳) همچنین محدودیت عدم فروش کوتاه یعنی $x_i \geq ۰$ برای هر $i = ۱, \cdots, n$ را نیز در نظر گرفته‌ایم. در قسمت بعدی از روش مبنا-معیار فازی به جهت استخراج اوزان اهداف مسئله استفاده خواهد شد.

۷.۳. وزن دهی اهداف با استفاده از روش مبنا-معیار فازی $F-BCM$. در بخش‌های قبلی مقادیر آرمانی و توابع رضایت هرکدام از اهداف موردمطالعه در مسئله انتخاب پرتفوی مالی را بررسی کردیم، اما نکته‌ای که در این میان از اهمیت بالایی برخوردار است، یکسان نبودن وزن همه‌ی اهداف می‌باشد. برای مشخص کردن این اوزان پیشنهاد می‌شود از روش مبنا-معیار فازی مطرح‌شده توسط (حاصلی و همکاران، ۲۰۲۰) استفاده شود. روش مبنا-معیار فازی (F-BCM) برای تعیین وزن‌های موجود در تصمیم‌گیری، مقایسه زوجی فازی توسط متغیرهای زبانی را انجام می‌دهد. بدین‌صورت که از بین معیارهای موردبررسی ابتدا معیار پایه توسط خبره بررسی و انتخاب‌شده و سپس مقایسات زوجی میان آن و سایر معیارها صورت می‌پذیرد. مزیت این روش نسبت به سایر روش‌هایی همچون AHP [1] کاهش مقایسات زوجی و درنتیجه افزایش دقت در نتایج حاصله می‌باشد (برای مطالعه بیشتر به (حاصلی و همکاران، ۲۰۲۰) مراجعه شود). در بخش بعدی مدل پیشنهادی انتخاب پرتفوی در بازارهای مالی نوظهور را ارائه خواهد شد.

۸.۳. مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای مسئله انتخاب سبد مالی بازارهای نوظهور. بر اساس رویکرد (مارتل و عونی، ۱۹۹۸) مدل برنامه‌ریزی چندهدفه برای تعیین نسبت‌های سرمایه‌گذاری شده در دارایی‌های یک بازار مالی نوظهور به‌صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$max\ \ IOS = \omega_R(1-\frac{\delta_R^-}{\delta_{R^l}^-}) + \omega_\beta(\rho_{\beta_1} - \frac{\delta_\beta^{\prime -}}{\delta_{1-\beta_p^*}^-} + \rho_{\beta_2} - \frac{\delta_\beta^{\prime +}}{\delta_{1+\beta_p^*}^+}) + \omega_L(1-\frac{\delta_L^-}{\delta_{L^l}^-}) \quad (24)$$

$$s.t \sum_{i=1}^n r_i^* x_i + \delta_R^- - -\delta_R^+ = R_p^u \quad (24-1)$$

$$\sum_{i=1}^n b_i^* x_i + \delta_\beta^- - -\delta_\beta^+ = 1; \quad (24-2)$$

$$\sum_{i=1}^n l_i^* x_i + \delta_L^- - -\delta_L^+ = L_p^u \quad (24-3)$$

$$0 \le \delta_{barR} \le \delta_{R^l}^- \quad (24-4)$$

$$\delta_\beta^{\prime -} \le \rho_{\beta_1}\beta_p^* \quad (24-5)$$

$$0 \le \delta_\beta{}' - \delta_\beta \le (1-\rho_{\beta_1})\beta_p^* \quad (24-6)$$

$$\delta_\beta^{\prime +} \le (\rho_{\beta_2}\beta_p^* \quad (24-7)$$

$$0 \le \delta_\beta^{\prime +} - \delta_\beta^+ \le (1-\rho_{\beta_2})\beta_p^* \quad (24-8)$$

$$\rho_{\beta_1} + \rho_{\beta_2} = 1 \quad (24-9)$$

$$0 \le \delta_L^- \le \delta_{L^l}^- \quad (24-10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (24-11)$$

---
[1] Analytic Hierarchy Process

$M' \leq \sum_{i=1}^{n} \mho_i \leq M \quad (24-12)$

$f^l \mho_i \leq x_i \leq f^u \mho_i, \forall i = 1, \cdots, n \quad (24-13)$

$\sum_{k=c_k}^{c'_k)} x_k \leq w_k . \forall k = 1, \cdots, m \quad (24-14)$

$\rho_{\beta_1}, \rho_{\beta_1}, \mho_i \in \{0, 1\} \forall i = 1, \cdots, n \quad (24-15)$

$x_i, \delta_\beta'^-, \delta_\beta^-, \delta_\beta'^+, \delta_\beta^+ \geq 0 \quad (24-16)$

که در آن معادله‌های (۱ − ۲۴) الی (۳ − ۲۴) به ترتیب محدودیت‌های اهداف بازده، ریسک و نقدشوندگی هستند (به معادلات (۹)، (۱۳) و (۱۷) مراجعه کنید). معادلات (۲۴-۱) الی (۲۴-۳) محدودیت‌های توابع رضایت اهداف می‌باشند (به معادلات (۱۱-۱)، (۱۶-۱)- (۱۶-۴) و (۱۹-۲) مراجعه کنید). معادلات (۲۴-۱۱) الی (۲۴-۱۴) محدودیت‌های مربوط به بودجه تخصیصی به هر بخش و هر دارایی، عدم فروش کوتاه و تعداد حداقل و حداکثر دارایی منتخب در پرتفوی می‌باشد (به بخش ۳-۶-۲ مراجعه کنید).

هدف تابع هدف فرموله شده در تابع هدف (۲۴) بیشینه‌سازی رضایت کلی سرمایه‌گذار با توجه به در نظر گرفتن سه تابع رضایت بازده، ریسک و نقدشوندگی سبد مالی است. جواب بهینه این تابع هدف، بهترین ترکیب از دارایی‌ها را با هدف بیشینه‌سازی رضایت کلی سرمایه‌گذار در بازارهای مالی (به‌ویژه بازارهای مالی نوظهور) ارائه می‌کند.

۴. مطالعه موردی: کاربرد در بازار ارزهای دیجیتال

مدل (۲۴) برای انتخاب یک سبد مالی در بازار ارزهای دیجیتال اعمال خواهد شد. ازآنجایی‌که ارزهای اول بازار ارزهای دیجیتال بیشترین ارزش بازار را به خود اختصاص می‌دهند، [1] از بین آن‌ها ۳۰ ارز و توکن اول بازار که دارای بیشترین ارزش بازار بوده و داده تاریخی از ۱ ژانویه ۲۰۱۹ تا ۳۰ سپتامبر ۲۰۲۲ دارند به‌جز ارزهایی که قیمت تقریباً ثابت و پایداری دارند (به پیوست ب مراجعه شود) در این مطالعه مورداستفاده قرار داده شد. برای ساخت اعداد فازی برای بازده هر ارز، قیمت با تغییرات روزانه آن را در طول دوره ۳۶۵ روزه در نظر گرفته‌ایم. برای تشکیل بازده فازی ذوزنقه‌ای می‌بایست r_1, r_2, r_3, r_4 را تعیین کنیم. ابتدا میانگین کل بازده روزانه ۱۳۶۹ روز را محاسبه کرده و به‌عنوان r_1 بازده ارز i ام در نظر گرفته شده و سطوح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد که به ترتیب به‌عنوان r_2, r_3, r_4 هستند را محاسبه کرده و بازده فازی ذوزنقه‌ای را برای هر ارز یا توکن تشکیل می‌دهیم. برای نقدشوندگی ارز i ام نیز به همین صورت عمل می‌کنیم یعنی میانگین نقد شوندگی روزانه را به‌عنوان l_1 و سطوح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصدی آن را به ترتیب به‌عنوان l_2, l_3, l_4 در

[1] https://coinmarketcap.com/

نقدشوندگی فازی خود لحاظ می‌کنیم و درنهایت برای تشکیل عدد فازی ذوزنقه‌ای ریسک با استفاده از معادله (۲۴) می‌توانیم b_1 را محاسبه کرده و برای b_2, b_3, b_4 به ترتیب سطوح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصدی آن را محاسبه کرده و عدد فازی ذوزنقه‌ای ریسک را ایجاد کنیم. مقادیر بازده، ریسک و نقدشوندگی فازی ذوزنقه‌ای ۳۰ ارز یا توکن انتخابی (به ترتیب ارزش بازار آن‌ها در روز انتهایی بازه) در پیوست ب آورده شده و همچنین از این مقادیر برای تشکیل بازه‌های مورد انتظار و مقادیر مورد انتظار برای هر ارز i استفاده شده است (به پیوست ج مراجعه شود).

با توجه به نظر خبره باتجربه در زمینه بازارهای مالی و بخصوص بازار ارزهای دیجیتال حداقل و حداکثر مقادیری که باید در هر ارز یا توکن i سرمایه‌گذاری شود به ترتیب

$f^u = ۰/۱۸, f^l = ۰/۰۱$ و تعداد ارز یا توکن مورداستفاده در تشکیل پرتفوی بین ۵ تا ۱۰ ارز یا توکن یعنی $۱۰ \leq \sum_{i=1}^{44} \mho_i \leq ۵$ باشد و ازآنجایی‌که تعداد دسته‌ها یعنی m را به جهت دسته‌بندی حجم ارزش بازار در نمونه یادشده را ۳ دسته ۱۰ تایی عنوان‌شده است، بنابراین مطابق با معادله (۲۲) حداکثر سرمایه‌گذاری در این ۴ بخش عبارت‌اند از ۰/۵، ۰/۳۳ و ۰/۱۷ یعنی $w_1 = ۰/۵, w_2 = ۰/۳۳$ و $w_3 = ۰/۱۷$.

در این مطالعه موردی، ما به شرح زیر عمل می‌کنیم: ابتدا راه‌حل‌های ایده آل و ضد ایده آل برای هر یک از اهداف بازده، ریسک و نقدشوندگی محاسبه کرده، توزیع‌های احتمالی هر یک از اهداف را تشکیل داده، فواصل مورد انتظار و توابع رضایت را محاسبه کرده سپس وزن دهی اهداف را با استفاده از روش F–BCM انجام داده و سرانجام در مدل پیشنهادی اعمال خواهد شد. درنهایت نتایج و بحث ارائه خواهد شد.

با استفاده از توضیحات بخش (۳-۳) ما مقادیر ایده آل و همچنین ضد ایده آل را برای اهداف بازده، ریسک و نقدشوندگی سبد فازی تعیین می‌کنیم (جدول ۵ را ملاحظه کنید).

با استفاده از مدلهای (۱) الی (۶-۴)، جواب‌های نشان داده شده در جدول۳ و همچنین مقادیر $\overline{\beta}_p^{min} = ۰/۸۲, \overline{\beta}_p^{max} = ۱/۲۳, \overline{R}_p^{min} = ۷/۱۸, \overline{R}_p^{max} = ۱۱/۴۸$ $\overline{L}_p^{min} = ۰/۱۵,$ و $\overline{L}_p^{max} = ۱/۳۵$ (به بخش ۲-۳ مراجعه کنید) و توزیع‌های حل فازی مرتبط با معیارهای بازده، ریسک و نقدشوندگی سبد تعیین می‌شود (به جدول ۶ مراجعه کنید) با استفاده از معادلات (۷-۱) و (۷-۲) و با h ثابت ۲.۰ و همچنین معادله (۷-۳) فواصل مورد انتظار بازده، نقدشوندگی و ریسک پرتفوی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$EI(\tilde{L}_p^*) = [L_p^l, L_p^u] = [۰/۷۰۵, ۱/۴۲۷], EI(\tilde{R}_p^*) = [R_p^l, R_p^u] = [۴/۰۲۰, ۱۷/۱۹۴],$$
$$EI(\tilde{\beta}_p^*) = [\beta_p^l, \beta_p^u] = [\beta_g - \beta_p^*, \beta_g + \beta_p^*] = [۰/۸۳۲, ۱/۱۶۸]$$

جدول ۵: مقادیر ایده آل و ضد ایده آل اهداف

α	$(R_p^{max})^l$	$(R_p^{max})^u$	$(R_p^{min})^l$	$(R_p^{min})^u$
۰	۵۴۹.۰	۹۵۴.۲۵	۱۷۴.۰	۷۵۹.۱۴
۲.۰	۰۱۱.۲	۱۰۱.۲۳	۲۴۲.۱	۴۹۴.۱۳
۴.۰	۵۳۱.۳	۲۵۷.۲۰	۲۷۹.۲	۱۷۸.۱۲
۶.۰	۰۵۹.۵	۴۱۳.۱۷	۲۹۲.۳	۸۰۴.۱۰
۸.۰	۵۸۶.۶	۶۱.۱۴	۲۹۷.۴	۴۲۹.۹
۱	۱۱۳.۸	۹۶۱.۱۱	۳.۵	۹۵۳.۷
α	$(\beta_p^{max})^l$	$(\beta_p^{max})^u$	$(\beta_p^{min})^l$	$(\beta_p^{min})^u$
۰	۱۹۷.۱	۲۶.۱	۷۶۶.۰	۸۶۶.۰
۲.۰	۲۰۴.۱	۲۵۶.۱	۷۷۷.۰	۸۶.۰
۴.۰	۲۱.۱	۲۵۲.۱	۷۸۸.۰	۸۵۴.۰
۶.۰	۲۱۷.۱	۲۴۸.۱	۷۹۹.۰	۸۴۸.۰
۸.۰	۲۲۴.۱	۲۴۴.۱	۸۱.۰	۸۴۲.۰
۱	۲۳۱.۱	۲۴۱.۱	۸۲۱.۰	۸۳۷.۰
α	$(L_p^{max})^l$	$(L_p^{max})^u$	$(L_p^{min})^l$	$(L_p^{min})^u$
۰	۵۹۴.۰	۰۴۴.۲	۰۶۱.۰	۲۵.۰
۲.۰	۷۲۱.۰	۹۴۱.۱	۰۷۴.۰	۲۳۱.۰
۴.۰	۸۴۷.۰	۸۳۸.۱	۰۸۶.۰	۲۱۳.۰
۶.۰	۹۷۵.۰	۷۳۵.۱	۰۹۸.۰	۱۹۴.۰
۸.۰	۱۰۲.۱	۶۳۳.۱	۱۱۱.۰	۱۷۵.۰
۱	۲۳.۱	۵۳.۱	۱۲۳.۰	۱۵۷.۰

با توجه به توضیحات قسمت ۳-۶-۱-۱ مقدار آرمانی بازده فازی سبد $(\tilde{R}_p)$ برابر است با حد بالای بازده مورد انتظار آن یعنی ۱۷/۱۹۴ = R_p^u هنگامی که انحراف از مقدار آرمانی بازده برابر با صفر باشد، $f_R^-(\delta_R^-)$ حداکثر میزان خود یعنی ۱ را می‌گیرد. رضایت سرمایه‌گذار بازه ۱۳/۱۷۴ $\leq \delta_R^- \leq$ ۰ را شامل می‌شود که با افزایش میزان δ_R^- از رضایت سرمایه‌گذار کاسته

جدول ۶: توزیع‌های حل فازی اهداف

α	$\tilde{R}_p^* = max \sum_{i=۱}^{۴۴} \tilde{r}_i x_i$	$\tilde{\beta}_p^* = max \sum_{i=۱}^{۴۴} \tilde{b}_i x_i$	$\tilde{L}_p^* = max \sum_{i=۱}^{۴۴} \tilde{l}_i x_i$
۰	[۰٫۴۵۵۹, ۲۴٫۴۴۳۱]	[۱٫۱۲۵۲, ۱٫۲۰۱۶]	[۷۷۷۱.۱ ،۵۰۴۲.۰]
۰٫۲	[۱٫۸۵۵۳, ۲۱٫۷۶۵۱]	[۱٫۱۳۳۶, ۱٫۱۹۷۱]	[۰٫۶۰۹۲, ۱٫۶۸۱۱]
۰٫۴	[۳٫۲۹۲۴, ۱۹٫۰۹۱۱]	[۱٫۱۴۲۱, ۱٫۱۹۲۷]	[۰٫۷۳۸۴, ۱٫۵۸۶۰]
۰٫۶	[۴٫۷۳۰۸, ۱۶٫۴۱۶۸]	[۱٫۱۵۰۵, ۱٫۱۸۸۲]	[۰٫۸۲۰۶, ۱٫۴۹۰۴]
۰٫۸	[۶٫۷۸۶۴, ۱۳٫۷۹۴۶]	[۱٫۱۵۹۰, ۱٫۱۸۳۷]	[۰٫۹۲۶۷, ۱٫۳۹۵۰]
۱	[۷٫۶۰۳۴, ۱۱٫۲۳۶۲]	[۱٫۱۶۷۴, ۱٫۱۷۹۲]	[۱٫۰۳۲۸, ۱٫۳۰۰۱]

می‌شود. بدیهی است پرتفویی با میزان δ_R^- بیش از ۱۷۴.۱۳ یعنی $\delta_R^- > ۱۳٫۱۷۴$ رد می‌شود. بنابراین فرم تحلیلی آن به شرح زیر است

$$max f_R(\delta_R) = ۱ - \frac{\delta_R^-}{۱۳٫۱۷۴}, ۰ \leq \delta_R^- \leq ۱۳٫۱۷۴ \quad (۲۵)$$

در مورد هدف ریسک فازی سبد (β_p) با توجه به بخش ۳-۶-۱-۲، بازه مورد انتظار رضایت سرمایه‌گذار برابر با $\tilde{\beta}_p \in [۰٫۸۶۴, ۱٫۱۳۶]$ می‌باشد. بنابراین سرمایه‌گذار زمانی کاملاً راضی است که انحرافات منفی و مثبت از یک برابر با ۰ باشد. رضایت او با افزایش انحرافات δ_β^+ و δ_β^- به‌طور یکنواخت کاهش می‌یابد. علاوه بر این بدیهی است پرتفوی با میزان ریسک بیش از ۱۳۶.۱ و کمتر از ۸۶۴.۰ رد می‌شود. بنابراین به‌عنوان‌مثال فرم تحلیلی تابع هدف رضایت ریسک پرتفوی به‌صورت زیر مدل‌سازی می‌شود (بدیهی است محدودیت‌های ریسک نیز با جایگذاری مقدار $\delta_\beta^* = ۰٫۱۳۶$ به‌دست‌آمده در فوق در معادلات (۱۶-۱) تا (۱۶-۴) به دست می‌آید):

$$max\ f_\beta(\delta_\beta) = \rho_{\beta_۱} - \frac{\delta_\beta^-}{۰٫۱۳۶} + \rho_{\beta_۲} - \frac{\delta_\beta^+}{۰٫۱۳۶} \quad (۲۶)$$

s.t. محدودیت‌های (۱۶-۱) تا (۱۶-۴)

درنهایت با توجه به خروجی معادله (۷-۲) میزان آرمانی هدف نقدشوندگی سبد $(\tilde{L}_p)$ برابر است با ۴۲۷.۰۱ یعنی $L_p^u = ۱۷٫۱۹۴$ هنگامی که انحراف منفی از ۴۲۷.۰۱ برابر با ۰ باشد (یعنی $\delta_L^- = ۰$) سرمایه‌گذار کاملاً راضی است. رضایت سرمایه‌گذار در مورد این هدف در بازه $\delta_L^- \in [۰, ۰٫۷۲۲]$ کاهش می‌یابد. بدیهی است سبد با میزان نقدشوندگی کمتر از ۷۰۵.۰ (یعنی $\delta_L^- > ۰٫۷۲۲$) رد می‌شود. بنابراین فرم تحلیلی تابع رضایت نقد شوندگی سبد به‌صورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

$$max f_L(\delta_L) = ۱ - \frac{\delta_L^-}{۰٫۷۲۲}, ۰ \leq \delta_L^- \leq ۰٫۷۲۲ \quad (۲۷)$$

فواصل و مقادیر مورد انتظار مربوط به بازده، ریسک و نقدشوندگی فازی ارز یا توکن ها با استفاده از معادلات (۸-۱) تا (۸-۳) محاسبه خواهند شد. مقادیر به‌دست‌آمده در پیوست ج نشان داده شده است.

از میان مجموعه سه هدف بازده، ریسک و نقدشوندگی پرتفولیو، هدف ریسک با توجه به نظرِ خبره با سابقه در زمینه بازارهای مالی (بخصوص بازار ارزهای مالی نوظهور) به‌عنوان معیار پایه انتخاب‌شده است. مقایسه پایه فازی بر اساس مجموعه‌های زبانی پژوهش (نارنگ و همکاران، ۲۰۲۱) انجام‌شده است (جدول داده‌های زبانی مذکور به جهت مقایسات زوجی در پیوست (د) موجود می‌باشد). با توجه به نظر خبره، بردار مقایسه پایه فازی به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{A}_B = ((۴,۵,۶),(۱,۱,۱),(۲,۳,۴))$$

با جایگزینی مقادیر این بردار در مدل مبنا معیار فازی وزن‌های فازی بهینه هر هدف را می‌توان با مدل بهینه‌سازی غیرخطی زیر به‌دست آورد:

$$\begin{aligned}
&min\ \xi\\
&s.t. \left|\frac{(l_\beta,m_\beta,u_\beta)}{(l_R,m_R,u_R)} - (۴,۵,۶)\right| \le (f^*,f^*,f^*)\\
&\left|\frac{(l_\beta,m_\beta,u_\beta)}{(l_L,m_L,u_L)} - (۲,۳,۴)\right| \le (f^*,f^*,f^*)\\
&\tfrac{۱}{۶}(l_R + ۴m_R + u_R + l_\beta + ۴m_\beta + u_\beta + l_L + ۴m_l + u_L) = ۱\\
&l_R \le m_R \le u_R, l_\beta \le m_\beta \le u_\beta, l_L \le m_L \le u_L\\
&l_R, l_\beta, l_L \ge ۰, f^* \ge ۰ \qquad (۲۸)
\end{aligned}$$

با حل مدل (۲۸)، وزن‌های فازی بهینه هر یک از اهداف به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\omega_L = (۰/۱۶۸, ۰/۲۲۳, ۰/۲۶۸)\omega_\beta = (۰/۵۳۶, ۰/۶۷۰, ۰/۶۷۰)\omega_R = (۰/۱۱۲, ۰/۱۳۴, ۰/۱۳۴)$$

با استفاده از فرمول $\frac{l+۴m+u}{۶}$ (مراجعه شود به (نارنگ و همکاران، ۲۰۲۱)) وزن‌های فازی بهینه به‌دست‌آمده از هر یک از اهداف به اعداد دقیق تبدیل می‌شوند:

$$\omega_L = ۰/۲۲۲ \qquad \omega_\beta = ۰/۶۴۸ \qquad \omega_R = ۰/۱۳۰$$

با توجه به وزن‌های نهایی هر یک از اهداف و معادلات (۲۵) تا (۲۷) و همچنین جایگذاری مقادیر به‌دست‌آمده در محاسبات فوق در معادلات (۲۴) تا (۲۴-۱۸) مدل ریاضی چندهدفه برای مطالعه موردی بازار ارزهای دیجیتال به دست می‌آید. با استفاده از نرم‌افزار گمز ۲.۱.۲۴ و سالور CPLEX جواب‌های بهینه به‌دست‌آمده از مدل برنامه‌ریزی خطی (۲۴) در جداول ۵ و ۶ و نمودار ۱ گردآوری شده است. نمودار ۱ نسبت‌های بهینه x_i را برای سرمایه‌گذاری در هر ارز یا توکن و جدول ۶ مقادیر و وزن‌های اهداف و همچنین درجه رضایت یا به‌عبارت‌دیگر میزان رضایت از پرتفوی حاصله (با توجه به جواب‌های بهینه‌ی جدول ۷) را نشان می‌دهند. سطوح دستیابی سرمایه‌گذار با توجه به سه هدف موردبررسی یعنی بازده، ریسک و نقدشوندگی به ترتیب عبارت‌اند از: ۱٫۸/۳۸۹

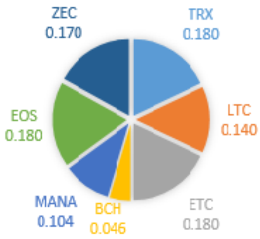
و ۱/۳۲۴ که درواقع درجه رضایت کلی ۸۸/۱۵٪ را برای سرمایه‌گذار در پی دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سرمایه‌گذار توانسته است با توجه به استفاده از سوددهی خوب بازار مالی نوظهور و درحال‌توسعه ارزهای دیجیتال، به یک سبد نقدشونده و کم ریسک که درمجموع درجه رضایت ۸۸/۱۵٪ را برایش به همراه دارد، دست پیدا کند. با توجه به جدول ۵ و ۶ و بررسی بازده ارزهای

جدول ۷: مقادیر پارامترهای اهداف پرتفوی انتخاب‌شده

متغیر	$x_{۷}$	$x_{۸}$	$x_{۹}$	$x_{۱۴}$	$x_{۱۸}$	$x_{۱۹}$	$x_{۲۴}$
بازده	۷/۷۷۲	۷/۲۸۱	۱۱/۲۸۲	۷/۵۹۶	۹/۴۹۷	۷/۸۱۳	۷/۸۳۷
ریسک	۰/۱۷۱	۱/۱۸	۱/۱۶۶	۱/۲۵	۱/۱۳۸	۱/۲۴۴	۱/۱۴۲
نقدشوندگی	۱/۲۳۶	۱/۲۱۳	۲/۱۱۵	۰/۸۲۴	۰/۵۸۷	۱/۳۶۶	۱/۲۱۴

جدول ۸: درجات رضایت پرتفوی نهایی

اهداف	سطوح به‌دست‌آمده	درصد رضایت
بازده	۸/۳۸۶	٪۳۳/۱۶
ریسک	۱	٪۱۰۰
نقدشوندگی	۱/۳۲۴	٪۸۵/۷۸
درجه رضایت کلی	٪۱۰۰	٪۸۸/۱۵



شکل ۴: عکس شماره ۱

موجود در سبد منتخب، می‌توان دریافت که ۲۸/۵٪ ارزهای موجود در سبد بازدهی مورد انتظار بالای

۹ و تمامی آن‌ها بازدهی مورد انتظار بالای ۷٪ را دارند. با توجه به مقادیر ریسک سبد به‌دست‌آمده می‌توان به پخش بودن ریسک سبد اشاره کرد که درمجموع ریسک حاصله از پرتفوی برابر با مقدار آرمانی ریسک می‌باشد. مزیت پخش بودن ریسک سبد منتخب را می‌توان اینگونه تفسیر کرد که در شرایط مختلف بازار می‌توان نسبت به عملکرد و کارایی بهتر سبد اطمینان داشت. با توجه به تعریف نقدشوندگی (به قسمت ۳-۶-۱-۳ مراجعه کنید) نقدشوندگی با مقدار یک، یک ارز به این معنی است که معامله یک روز آن (به‌طور متوسط) برابر با کل تعداد بازار آن می‌باشد و درواقع با توجه به جدول۵ در حدود ۷۱/۴۳٪ سبد نقد شوندگی بالای یک و ۲۸/۵۷٪ نیز نقدشوندگی بین ۰/۵ تا ۱ را دارا می‌باشند. با توجه به وزن دهی اهداف با توجه به نظر خبره بازار در می یابیم که اهداف ریسک وسپس نقدشوندگی در راس برنامه‌ریزی برای انتخاب سبد در بازارهای ارزهای دیجیتال قرار داشته و با اهمیت است. بنابراین با توجه به نتایج به‌دست‌آمده می‌توان این ادعا را داشت که سبد به‌دست‌آمده (در نمودار ۱) تا حد بسیار زیادی کارایی لازمه را دارا می‌باشد.

۵. تحلیل حساسیت

در تصمیم‌گیری‌های مالی، ارزیابی تأثیر تغییرات پارامترهای کلیدی بر عملکرد مدل، امری ضروری است. یکی از مهم‌ترین پارامترها در مدل ارائه‌شده، حداکثر میزان انتخابی دارایی‌های موجود در سبد است که می‌تواند بر توزیع سرمایه، میزان ریسک، نقدشوندگی و بازده تأثیرگذار باشد. در مدل پایه، این مقدار با توجه به نظر خبرگان بازار برابر ۰/۱۸ در نظر گرفته شده است. به‌منظور بررسی تأثیر این پارامتر بر نتایج نهایی مدل، تحلیل حساسیت انجام‌شده که طی آن مقدار حداکثر میزان انتخابی دارایی‌ها به ۰/۲، ۰/۲۵ و ۰/۳ افزایش‌یافته است. در جدول۷ نتایج حاصله قابل‌ملاحظه می‌باشد. مطابق با این جدول مشخص است که با افزایش حداکثر میزان انتخابی به ۰/۲ سبد تشکیل‌شده توسط مدل سبب ارتقا مقدار رضایت نقدشوندگی آن و همچنین رضایت کل شده‌است. در مقابل کاهش اندک میزان رضایت بازدهی سبد نیز در پی داشته‌است چراکه اولویت مدل برای بهبود در درجه اول با توجه به وزن اهداف، نقدشوندگی سبد می‌باشد. با افزایش حداکثر میزان انتخابی از هر دارایی رضایت نقدشوندگی سبد در حداکثر حالت خود قرارگرفته و رضایت‌های بازده و همچنین کل سبد نیز افزایش‌یافته است. با افزایش مقدار این پارامتر به ۰/۳ با توجه به اینکه رضایت‌های ریسک و نقدشوندگی در شرایط ایده آل خود بوده‌اند، بنابراین مدل صرفاً درصدد بهبود بازدهی مدل برآمده که با توجه به جدول ۹ مشخص است که این بهبود قابل‌توجه می‌باشد.

جدول ۹: تحلیل حساسیت مدل

ردیف	حداکثر میزان انتخابی دارایی	میزان رضایت			
		بازده	ریسک	نقدشوندگی	کل
۱	۰/۱۸	٪۳۳/۱۶	٪۱۰۰	٪۸۵/۷۸	٪۸۸/۱۵
۲	۰/۲	٪۳۰/۶۷	٪۱۰۰	٪۹۳/۲۱	٪۸۹/۴۸
۳	۰/۲۵	٪۳۴/۰۱	٪۱۰۰	٪۱۰۰	٪۹۱/۴۲
۴	۰/۳	٪۳۹/۵۹	٪۱۰۰	٪۱۰۰	٪۹۲/۱۴

۶. دیدگاه‌های مدیریتی

با توجه به نتایج حاصل از تحقیق حاضر نکاتی را به عنوان دیدگاه‌های مدیریتی می‌توان مطرح نمود. برخی از این نکات عبارتند از:

(۱) با توجه به نتایج حاصل از قسمت وزن‌دهی اهداف با استفاده از روش F-BCM مهم‌ترین هدف در تصمیم‌گیری به جهت انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، هدف ریسک می‌باشد. بنابراین می‌بایست توجه ویژه‌ای نسبت این هدف صورت پذیرد.

(۲) با توجه به اینکه در وزن‌دهی اهداف اولویت به ترتیب با ریسک، نقدشوندگی و در نهایت بازدهی سبد مطرح شد، بنابراین این مهم در مدل نهایی نیز لحاظ شده و توانسته این اولویت را در انتخاب سبد و برآورده سازی رضایت سرمایه‌گذار نیز رعایت کند. در نهایت سبد مستخرج از این مدل توانست درصد رضایت‌های ۱۰۰، ۸۶ و ۳۳ درصد را به ترتیب برای ریسک، نقدشوندگی و بازدهی سبد به‌دست آورد.

۷. بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی نوظهور با در نظر گرفتن چالش‌های عدم قطعیت، اهداف متناقض و نیاز به بهینه‌سازی چندمعیاره بررسی شد. با توجه به نوسانات بالا و عدم شفافیت در این بازارها، توسعه مدل‌هایی که بتوانند به‌طور هم‌زمان بازده، ریسک و نقدشوندگی را در نظر بگیرند، از اهمیت بالایی برخوردار است. در این راستا، یک رویکرد ترکیبی شامل برنامه‌ریزی آرمانی، نظریه فازی و توابع رضایت به‌عنوان متدلوژی پیشنهادی ارائه شد که امکان بهینه‌سازی تصمیمات سرمایه‌گذاری را در شرایط عدم قطعیت فراهم می‌کند. نتایج عددی حاصل از اجرای مدل پیشنهادی نشان داد که این رویکرد قادر است سرمایه‌گذاران را در انتخاب

سبدی بهینه با سطح رضایت بالا یاری کند. درنهایت، مدل ارائه‌شده توانست سبدی را با درجه رضایت ۱۵.۸۸ درصدی پیشنهاد کند، که نشان‌دهنده کارایی روش مورداستفاده است. مزایای روش ارائه‌شده در این تحقیق شامل موارد زیر است:

(۱) امکان تصمیم‌گیری بهینه برای سرمایه‌گذاران مبتدی، از طریق بهره‌گیری ازنظر خبرگان و در نظر گرفتن چندین هدف متناقض.
(۲) ارائه رهنمودهایی برای سرمایه‌گذاران حرفه‌ای جهت تصمیم‌گیری در بازارهای مالی نوظهور و سایر بازارها.
(۳) قابلیت تعمیم مدل پیشنهادی به سایر بازارهای مالی، فراتر از بازار ارزهای دیجیتال.
(۴) سادگی مدل و امکان استفاده از آن برای افراد با سطوح مختلف سواد مالی.
(۵) استفاده از ترکیب نظریه فازی، تئوری احتمالات و توابع رضایت برای بهینه‌سازی تصمیمات در شرایط عدم قطعیت و افزایش اعتبار مدل.

این یافته‌ها نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان یک ابزار تصمیم‌گیری کارآمد برای سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی نوظهور مورداستفاده قرارگیرد. بااین‌حال، پژوهش‌های آتی می‌توانند این مدل را در شرایط متغیرتر و با مجموعه داده‌های گسترده‌تر بررسی کنند تا امکان بهینه‌سازی بیشتر فراهم شود. در زمینه فعالیت در بازارهای مالی به‌جز ساخت پرتفولیو، داشتن استراتژی معاملاتی مناسب به جهت نوسان گیری از اهمیت بالایی برخوردار است. از طرفی دیگر ممکن است کارایی یک استراتژی بر روی سهام یا ارزهای مختلف متفاوت باشد. بدین منظور می‌توان با تعریف اهدافی مناسب در این زمینه (به‌عنوان‌مثال نسبت ریسک به پاداش و بازدهی معاملات) رویکرد مطرح‌شده تحقیق حاضره را به جهت انجام مطالعات تحقیقات آتی گسترش داد. از طرفی دیگر رویکرد حاضره را می‌توان با استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی سناریو محور گسترش داد، چراکه عملکرد پرتفوی در شرایط مختلف بازار، متفاوت است؛ بنابراین این موضوع را نیز می‌توان به جهت بررسی در تحقیقات آتی در نظر گرفت.

مراجع

[1] Aouni, B., Abdelaziz, F.B., Martel, J.M. (2005). “Decision-maker’s preferences modeling in the stochastic goal programming”. European Journal of Operational Research. 162(3), 610–618.

[2] Aouni, B. , Colapinto, C. , La Torre, D. (2013). A cardinality constrained stochastic goal programming model with satisfaction function for venture capital investment decision making. Annals of Operations Research, 205 (1), 77–88 .

[3] Arenas-Parra, M. , Bilbao-Terol, A. , Rodriguez-Uria,M.V. (1999).Solutionof apossibilistic multi-objective linear programming problem. European Journal of Operational Research, 119 (2), 338–344 .

[4] Arenas-Parra, M. , Bilbao-Terol, A. , Jiménez, M. , Rodriguez-Uria, M. V. (1998). A theory of possibilistic approach to the solution of a fuzzy linear programming. In J. Giron (Ed.), Applied decision analysis (pp. 147–157). Kluwer Academic Pub- lishers .

[5] Bellman, R. E. , Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. Management Science, 17 (4), 141–164 .

[6] Ben Abdelaziz, F. , Aouni, B. , El Fayedh, R. (2007). Multi-objective stochastic programming for portfolio selection. European Journal of Operational Research, 177 (3), 1811–1823 .

[7] Ben Abdelaziz, F. , Masmoudi, M. (2014). A multiple objective stochastic portfolio selection problem with random beta. International Transactions in Operational Research, 21 , 919–933 .

[8] Calvo, C. , Ivora, C. , Liern, V. (2016). Fuzzyportfolio selectionwith non-financial goals: Exploring the efficient frontier. Annals of Operations Research, 245 , 31–46 .

[9] Chen, D. S. , Batson R. G. , Dang Y., (2010). Applied integer programming, John wiley sons, inc., publication.

[10] Cherif, M. S. , Chabchoub, H. , Belaid, A. (2008). Quality control system design through the goal programming model and satisfaction functions. European Journal of Operational Research, 186 , 1084–1098 .

[11] Cherif, M. S. (2024). A novel behavioral penalty function for interval goal programming with post-optimality analysis. Decision Analytics Journal. 12, 100511.

[12] Fang F, Ventre C, Basios M, Kanthan L, Martinez-Rego D, Wu F, Li L (2022) Cryptocurrency trading: a comprehensive survey. Financ Innov 8(1):1–59.

[13] Gladish, B. , Jones, D. , Tamiz, M. , Terol, B. (2007). An interactive three-stage model for mutual funds portfolio selection. Omega, 35 (1), 75–88 .

[14] Gupta, P. , Mehlawat, M. K. , Saxena, A. (2008). Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming. Information sciences, 178 , 1734–1755 .

[15] Han, Y. , Li, P. (2017). An empirical study of chance-constrained portfolio selection model. Procedia Computer Science, 122 , 1189–1195 .

[16] Haseli, G., Sheikh, R., Sana, S. S. (2020). Extension of Base-criteria Method based on Fuzzy set theory. International Journal of Applied and Computational Mathematics. 6(2).

[17] Heilpern, S. (1992). The expected value of a fuzzy number. Fuzzy Sets and Systems, 47 (1), 81–86 .

[18] Lee, S. M. , Chesser, D. L. (1980). Goal programming for portfolio selection. The Journal of Portfolio Management, 6 (3),22–26 .

[19] Lee, E. S. , Li, R. J. (1993). Fuzzy multiple objective programming and compromise programming with Pareto optimum. Fuzzy Sets and Systems, 53 (3), 275–288 .

[20] Lu. H. C, Tsai. S.C. (2024). Generalized robust goal programming model, European J. Oper. Res. (In Press).

[21] Mansour, N. , Rebai, A. , Aouni, B. (2007). Portfolio selection through imprecise goal programming model: Integration of the manager's preferences. Journal of Industrial Engineering International, 3 (5), 1–8 .

[22] Mansour, N., Cherif, M. S., Abdelfattah, W. (2019). Multi-objective imprecise programming for financial portfolio selection with fuzzy returns. Expert systems with applications, 138, 112810.

[23] Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. J Financ 7(1):77–91. https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x.

[24] Martel, J.-M. , Aouni, B. (1998). Diverse imprecise goal programming model formulations. Journal of Global Optimization, 12 , 127–138 .

[25] Messaoudi, L. , Aouni, B. , Rebaï, A. (2017). Fuzzy chance-constrained goal program- ming model for multi-attribute financial portfolio selection. Annals of Operations Research, 251 (2), 193–204 .

[26] Mohseny-Tonekabony. N, Sadjadi. S.J, Mohammadi. E. (2024). Robust, extended goal programming with uncertainty sets: an application to a multi-objective portfolio selection problem leveraging DEA, Ann. Oper. Res.

[27] Najafabadi. M.M, Magazzino. C, Valente. D, Mirzaei. A, Petrosillo. I. (2023). A new interval meta-goal programming for sustainable planning of agricultural water-land use nexus, Ecol. Modell. 484, 110471.

[28] Narang, M., Joshi, M.C., Bisht, K., Pal, A. (2022). Stock Portfolio selection using a new decision-making approach based on the integration of fuzzy cocoso with heronian mean operator. Decision Making: Applications in Management and Engineering.5(1), 90-112.

[29] Narang, M., Joshi, M.C., Pal, A.K. (2021). A hybrid fuzzy COPRAS-base-criterion method for multi-criteria decision making. Soft Computing. 122(2), 315–326.

[30] Pamučar, D., Žižović, M., Biswas, S., Božanić, D. (2021). A new Logarithm Methodology of Additive Weights (LMAW) for multi-criteria decision-making: Application in logistics, Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering. 19(3), 361-380.

[31] Rezaei, J. (2015). Best-worst multi-criteria decision-making method. Omega. 53:49– 57.

[32] Steuer, R. , Qi, Y. , Hirschberger, M. (2007). Suitable-portfolio investors, non dominated frontier sensitivity, and the effect of multiple objectives on standard portfolio selection. Annals of Operations Research, 152 (1), 297–317 .

[33] Tamiz, M. , Azmi, R. A. (2017). Goal programming with extended factors for portfolio selection. International Transactions in Operational Research, 00 , 1–13 .

[34] Tamiz, M. , Hasham, R. , Jones, D. (1996). A two staged goal programming model for portfolio selection. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 432 , 286–299 .

[35] Tanaka, H. , Guo, P. , Turksen, I. B. (2000). Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibility distributions. Fuzzy Sets and Systems, 111 , 387–397 .

[36] Watada, J. (2001). Fuzzy portfolio model for decision making in investment, dynamical aspects in fuzzy decision making 141-162 . Heidelberg: Physica-Verlag .

[37] Xidonas, P. , Mavrotas, G. , Hassapis, C. , Zopounidis, C. (2017). Robust multi-objective portfolio optimization: A minimax regret approach. European Journal of Op- erational Research, 262 (1), 299–305 .

[38] Xu M, Chen X, Kou G. (2019). A systematic review of blockchain. Financ Innov. https://doi.org/10.1186/s40854-019-0147-z.

[39] Zhao JL, Fan S, Yan J (2016) Overview of business innovations and research op- portunities in blockchain and introduction to the special issue. Financ Innov 2(1):1–7. https://doi.org/10.1186/s40854-016-0049-2

[40] Zhou L, Zhang L, Zhao Y, Zheng R, Song K. (2021). A scientometric review of blockchain research. IseB 19(3):757–787.