

ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی ریاضی فازی مبتنی بر اعتبار

پژمان پیکانی^{۱*}، جعفر قیدرخلجانی^۲، سانلی غنی‌دل^۳،
فاطمه رمضانلو^۳، سید احسان شجاعی^۴

^۱ گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خاتم، تهران
^۲ مجتمع دانشگاهی مدیریت و مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
^۳ گروه علوم کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران
^۴ دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۲۶

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۱۷

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

چکیده. هدف این پژوهش، ارائه رویکردی نوین و کارآمد در حوزه تحلیل پوششی داده‌ها است که توانایی ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده متجانس را در حضور داده‌های منفی و تحت شرایط عدم قطعیت دارا باشد. برای این منظور، از مدل حدود جهت‌دار که یکی از مدل‌های پرکاربرد در تحلیل داده‌های منفی است، به‌عنوان مدل پایه پژوهش استفاده شده است. همچنین، از نظریه اعداد Z ، نظریه اعتبار و برنامه‌ریزی محدودیت‌شأنی برای مقابله با عدم قطعیت داده‌ها بهره گرفته شده است. در نهایت، با توجه به حضور داده‌های

2010 *Mathematics Subject Classification.* 03B52; 90C05; 90C08; 90C70; 90C90; 94D05

* Corresponding author

E-mails: p.peykani@khatam.ac.ir, kheljani@mut.ac.ir, ghanidel.sanly@gmail.com, fatemehramezanlou@gmail.com, se_shojaie@mail.iust.ac.ir.

عبارات و کلمات کلیدی. تحلیل پوششی داده‌های فازی، نظریه اعداد Z ، رویکرد اعتبار، داده‌های منفی، ارزیابی سهام.

منفی و غیرقطعی در بسیاری از مسائل و کاربردهای دنیای واقعی و همچنین برای بررسی کاربردپذیری و کارآمدی رویکرد پیشنهادی پژوهش، صنعت بیمه بورس اوراق بهادار تهران به عنوان مطالعه موردی انتخاب شده است. لازم به توضیح است که نتایج تجربی حاصل از پیاده‌سازی مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مثبتی بر رویکرد اعتبار، نشان‌دهنده کارآمدی و توانمندی رویکرد پیشنهادی پژوهش در ارزیابی و رتبه‌بندی سهام تحت داده‌های منفی و غیرقطعی است.

۱. مقدمه

ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده و همچنین چگونگی انجام این امر، همواره یکی از مسائلی است که ذهن محققان، کاربران و مدیران را به خود معطوف نموده است [۱، ۲، ۳]. در این زمینه، روش تحلیل پوششی داده‌ها^۱، به دلیل توانایی سنجش همزمان چندین شاخص ورودی و خروجی و همچنین عدم نیاز به تعیین تابع تولید، به عنوان یکی از ابزارهای قدرتمند در ادبیات موضوعی مطرح شده است [۴، ۵]. لازم به ذکر است که این روش اولین بار توسط چارنز و همکاران [۶]، تحت بازده به مقیاس ثابت^۲ ارائه گردید و سپس توسط بنکر و همکاران [۷]، تحت بازده به مقیاس متغیر^۳ توسعه داده شد [۸، ۹].

علی‌رغم مزایای گسترده، مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها در مواجهه با داده‌های واقعی با چالش‌های ساختاری مواجه هستند. مهم‌ترین این محدودیت‌ها، فرض قطعیت در داده‌های ورودی و خروجی است، در حالی که در مسائل و کاربردهای دنیای واقعی، بسیاری از داده‌ها دارای ماهیت غیرقطعی و ابهام هستند [۱۰، ۱۱]. از سوی دیگر، حساسیت بالای تحلیل پوششی داده‌ها به تغییرات جزئی در داده‌ها می‌تواند منجر به ناپایداری در نتایج کارایی شود. به عبارت دیگر، تفاوت‌های ناچیز در مقادیر داده‌ها می‌تواند منجر به تغییرات چشمگیر در رتبه‌بندی واحدها گردد [۱۲، ۱۳].

برای فائق آمدن بر این چالش‌ها و محدودیت‌ها، رویکردهای مختلفی در حوزه تحلیل پوششی داده‌های غیرقطعی ارائه شده است. از جمله مهم‌ترین این رویکردها می‌توان به تحلیل پوششی داده‌های تصادفی^۴ [۱۴]، تحلیل پوششی داده‌های فازی^۵ [۱۵]، تحلیل پوششی

^۱Data Envelopment Analysis (DEA)

^۲Constant Returns to Scale (CRS)

^۳Variable Returns to Scale (VRS)

^۴Stochastic Data Envelopment Analysis (SDEA)

^۵Fuzzy Data Envelopment Analysis (FDEA)

داده‌های استوار^۱ [۱۶] و تحلیل پوششی داده‌های بازه‌ای^۲ [۱۷]، اشاره کرد. توجه به این نکته ضروری است که از بین رویکردهای مذکور، تحلیل پوششی داده‌های فازی از پرکاربردترین روش‌ها محسوب می‌شود و این رویکرد حاصل تلفیق تحلیل پوششی داده‌ها با نظریه مجموعه‌های فازی است [۱۸].

همچنین، حوزه تحلیل پوششی داده‌های فازی شامل روش‌های مدل‌سازی متنوع و رویکردهای مختلفی است که یکی از مهم‌ترین آنها، تحلیل پوششی داده‌های امکانی می‌باشد [۱۹]. لازم به توضیح است که رویکرد تحلیل پوششی داده‌های امکانی با بهره‌گیری از مفاهیم مربوط به اندازه‌های امکان^۳، الزام^۴، اعتبار^۵ و اندازه عمومی فازی^۶، امکان مدل‌سازی عدم قطعیت را در فرآیند ارزیابی عملکرد فراهم می‌سازد. این روش‌ها از طریق مکانیزم برنامه‌ریزی محدودیت‌شأنسی^۷، قابلیت کاربردپذیری و انعطاف‌پذیری بالایی در مواجهه با داده‌های نادقیق و مبهم از خود نشان می‌دهند [۲۰].

علاوه بر چالش عدم قطعیت، یکی دیگر از محدودیت‌های مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، حضور داده‌های منفی است [۲۱، ۲۲]. حال آنکه در بسیاری از کاربردهای عملی و مسائل دنیای واقعی همچون بازارهای مالی، متغیرهای ورودی و خروجی ممکن است مقادیر منفی نیز اختیار نمایند. لذا ارائه رویکردی کارآمد که توانایی ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده متجانس را در شرایط وجود داده‌های منفی و همچنین وضعیت عدم قطعیت و ابهام داشته باشد، امری ضروری است.

بر این اساس، در پژوهش حاضر به ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر رویکرد اعتبار با قابلیت پیاده‌سازی در حضور داده‌های منفی و فازی پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که بدین منظور، مدل حدود جهت‌دار^۸ که یکی از مدل‌های پرکاربرد حوزه داده‌های منفی می‌باشد، به عنوان مدل پایه پژوهش انتخاب شده و سپس از نظریه اعداد Z ^۹، نظریه اعتبار و برنامه‌ریزی محدودیت‌شأنسی به منظور مقابله با عدم قطعیت موجود در داده‌ها استفاده می‌گردد. همچنین در نهایت، به منظور آشنایی با چگونگی به‌کارگیری و پیاده‌سازی مدل پیشنهادی پژوهش

¹Robust Data Envelopment Analysis (RDEA)

²Interval Data Envelopment Analysis (IDEA)

³Possibility (Pos)

⁴Necessity (Nec)

⁵Credibility (Cr)

⁶General Fuzzy Measure (GFM)

⁷Chance-Constrained Programming (CCP)

⁸Range Directional Measure (RDM)

⁹ Z -Number Theory

و همچنین بررسی کارآمدی آن، به پیاده‌سازی مدل مذکور در یک مطالعه موردی واقعی از بورس اوراق بهادار تهران پرداخته می‌شود.

ساختار پژوهش حاضر بدین شرح می‌باشد که ابتدا در بخش دوم، پیشینه تجربی پژوهش شامل مرور نظام‌مند مهم‌ترین مطالعات مرتبط با موضوع مقاله مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بخش سوم به پیشینه نظری پژوهش اختصاص دارد که در آن کلیه روش‌ها و مفاهیم پایه‌ای مورد نیاز مقاله تشریح می‌شوند. در ادامه، بخش چهارم به ارائه رویکرد پیشنهادی پژوهش می‌پردازد که در قالب مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی اعداد Z مبتنی بر رویکرد اعتبار طراحی شده است. بخش پنجم شامل تجزیه و تحلیل نتایج تجربی حاصل از پیاده‌سازی و اجرای رویکرد پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه موردی در بورس اوراق بهادار تهران است. نهایتاً در بخش ششم، علاوه بر نتیجه‌گیری و جمع‌بندی نهایی پژوهش، پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه خواهد شد.

۲. مبانی تجربی پژوهش

در این بخش، مروری اجمالی بر مهم‌ترین مطالعات انجام‌شده در حوزه تحلیل پوششی داده‌های امکانی ارائه می‌شود. گو و همکاران [۲۳] نخستین بار با به‌کارگیری رویکرد برنامه‌ریزی امکانی، مدل جدیدی را در حوزه تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه دادند. مدل پایه این پژوهش، مدل CCR^۱ ورودی‌محور است که با استفاده از اندازه‌های امکان و الزام، عدم قطعیت در داده‌های ورودی و خروجی را در قالب توابع عضویت فازی مثلثی متقارن لحاظ می‌کند. این مدل‌ها در سیستم ارزیابی مشتریان یک شرکت مورد اجرا قرار گرفته‌اند.

لرتوراسیریکول و همکاران [۲۴] با بهره‌گیری از اندازه‌های امکان و الزام، مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با ورودی‌ها و خروجی‌های فازی نرمال و محدب را به یک مسئله برنامه‌ریزی خطی امکانی تبدیل کردند. همچنین، این مدل برای اعداد فازی ذوزنقه‌ای نیز توسعه داده شد و در نهایت با یک مثال عددی مبتنی بر اعداد فازی مثلثی متقارن اعتبارسنجی گردید. لرتوراسیریکول و همکاران [۲۵] با استفاده از رویکرد امکانی، مدل BCC^۲ ورودی‌محور فازی را در هر دو فرم پوششی و مضربی ارائه نمودند. آنها رابطه دوگانی بین این فرم‌ها را بررسی کرده و برای ارزیابی کارایی، کران‌های بالا و پایین تعریف کردند.

^۱Charnes, Cooper, Rhodes (CCR)

^۲Banker, Charnes, Cooper (BCC)

گارسیا و همکاران [۲۶] با توسعه مدل CCR فازی بر مبنای رویکرد امکانی، چارچوبی نوین برای تحلیل اثرات حالات شکست و رتبه‌بندی آنها بر مبنای سه شاخص وقوع، شدت و تشخیص ارائه نمودند. این مدل با قابلیت منحصر به فرد خود، امکان استفاده از متغیرهای کلامی و داده‌های کیفی را در تعیین اهمیت نسبی شاخص‌ها فراهم آورد. وو و همکاران [۲۷] با بکارگیری رویکرد تحلیل پوششی داده‌های امکانی، به ارزیابی کارایی شعب بانکی در کانادا پرداختند. در این مطالعه، متغیرهای کمی و کیفی به صورت همزمان در مدل‌های فازی CCR و BCC ورودی‌محور مورد استفاده قرار گرفتند. پژوهشگران این مدل‌ها را در هر دو فرمول‌بندی مضربی و پوششی توسعه دادند که امکان تحلیل جامع‌تری از عملکرد شعب بانکی را فراهم نمود. ون و لی [۲۸] یک الگوریتم ترکیبی متشکل از شبیه‌سازی فازی و الگوریتم ژنتیک را برای حل مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی مبتنی بر اندازه امکان پیشنهاد کردند. همچنین مدل پیشنهادی برای اعداد فازی ذوزنقه‌ای نیز ارائه شد و در نهایت در یک مثال عددی شامل اعداد فازی مثلثی متقارن پیاده‌سازی گردید.

خدابخشی و همکاران [۲۹] دو مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی و تصادفی را بر اساس مدل جمعی^۱ با هدف تعیین بازده به مقیاس ارائه کردند. این مدل‌ها به ترتیب بر اساس رویکرد امکان و مفهوم برنامه‌ریزی محدودیت شانس توسعه یافته‌اند. لین [۳۰] روشی سه‌مرحله‌ای مبتنی بر فرآیند تحلیل شبکه‌ای و تحلیل پوششی داده‌های فازی برای انتخاب پرسنل در یک شرکت تجهیزات الکتریکی تایوانی ارائه کردند. در مرحله اول، از طرح فازی برای ارزیابی متقاضیان با استفاده از متغیرهای کلامی بهره گرفته شد. مرحله دوم شامل بکارگیری فرآیند تحلیل شبکه‌ای برای تعیین وزن معیارهای کلی با در نظر گرفتن ترجیحات تصمیم‌گیرندگان بود. در نهایت، مرحله سوم با پیاده‌سازی مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی، وزن‌های به‌دست‌آمده را به عنوان محدودیت‌های وزنی برای سنجش کارایی نسبی متقاضیان در سطوح مختلف امکان به کار گرفت. ون و همکاران [۳۱] مدل CCR ورودی‌محور فازی را مبتنی بر اندازه اعتبار توسعه دادند. آنها همچنین با تلفیق شبیه‌سازی فازی و الگوریتم ژنتیک، یک روش ترکیبی برای رتبه‌بندی کامل واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های فازی ورودی و خروجی طراحی کردند.

حسین‌زاده و همکاران [۳۲] مدلی نوین از تحلیل پوششی داده‌های فازی را با تلفیق سه روش برنامه‌ریزی چندهدفه، برنامه‌ریزی محدودیت شانس و اندازه اعتبار ارائه کردند. در این پژوهش، ابتدا تابع هدف مدل CCR ورودی‌محور فازی با سه رویکرد مختلف خوش‌بینانه، بدبینانه و مورد انتظار فرمول‌بندی شد. سپس با به‌کارگیری اندازه اعتبار در محدودیت‌ها و

¹Additive (ADD)

استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی، مدل به یک فرمول‌بندی خطی تبدیل گردید. این روش ابتکاری در یک مطالعه موردی واقعی در شرکت‌های توزیع برق ایران پیاده‌سازی و اعتبارسنجی شد. ون و همکاران [۳۳] با تمرکز بر مدل جمعی در فرم پوششی، به انجام تحلیل حساسیت و بررسی ثبات مدل مذکور تحت عدم قطعیت فازی پرداختند. در این مطالعه، پژوهشگران با طراحی یک مثال عددی مبتنی بر اعداد فازی مثلثی، تحلیل حساسیت و ارزیابی ثبات مدل را به شیوه‌ای شهودی و کاربردی انجام دادند. ندلیکوویچ و درنواک [۳۴] با استفاده از برنامه‌ریزی امکانی، به خطی‌سازی مدل CCR فازی برای اندازه‌گیری کارایی فنی ادارات پست صربستان پرداخته‌اند. لازم به ذکر است که در مطالعه موردی، تنها یک ورودی مربوط به میانگین زمان مورد انتظار دارای عدم قطعیت از نوع فازی مثلثی متقارن می‌باشد.

ژائو و یو [۳۵] یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با دو زیرسیستم را بر اساس رویکرد تحلیل پوششی داده‌های امکانی، با هدف ارزیابی شرکت‌های مدیریت سرمایه‌گذاری مشترک در چین توسعه دادند. لازم به ذکر است که صلاحیت سرمایه‌گذاری و صلاحیت خدمات بازاریابی دو زیرسیستم مذکور می‌باشند. پایان و شریفی [۳۶] روشی برای اندازه‌گیری شاخص بهره‌وری مالم کوئیست فازی با استفاده از نظریه اعتبار و با هدف ارزیابی سازمان تأمین اجتماعی ارائه نموده‌اند. توانا و همکاران [۳۷] به ارائه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی مبتنی بر محدودیت شانس تحت ورودی‌ها و خروجی‌های فازی تصادفی پرداخته‌اند. آن‌ها از دو رویکرد امکان و الزام در فرآیند مدل‌سازی بهره‌گرفته‌اند و در نهایت رویکرد پیشنهادی را در حوزه زنجیره تأمین پیاده‌سازی نموده‌اند. آزادی و همکاران [۳۸] یک مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی بر اساس فرم مضربی مدل ERM^۱ را به منظور اندازه‌گیری همزمان کارایی و اثربخشی تأمین‌کنندگان در زمینه مدیریت زنجیره تأمین پایدار ارائه نموده‌اند. آن‌ها از اندازه امکان در پژوهش خویش بهره‌گرفته‌اند و همچنین مطالعه موردی آن‌ها شرکتی در حوزه صنایع شیمیایی می‌باشد.

فسنقری و همکاران [۳۹] به ارائه یک روش جدید تصمیم‌گیری گروهی با هدف تجزیه و تحلیل سناریوهای مختلف معماری سازمانی و با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های فازی مبتنی بر نظریه اعتبار پرداخته‌اند. لازم به ذکر است که آن‌ها در مدل‌سازی تحلیل پوششی داده‌های خویش، تمام نظرات کارشناسان مختلف را نیز لحاظ نموده‌اند. همچنین مطالعه موردی پژوهش مذکور، مرکز تحقیقات مخابرات ایران می‌باشد. پایان [۴۰] مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی با مجموعه اوزان مشترک را با استفاده از اندازه اعتبار ارائه نمودند. لازم

^۱Enhanced Russell Measure (ERM)

به ذکر است که روش پیشنهادی به منظور ارزیابی عملکرد مدیران ارشد بانک‌های دولتی و ادارات دولتی آمریکا مورد استفاده قرار گرفته است. ون [۴۱] در یک مطالعه جامع به ارائه مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های فازی، تجزیه و تحلیل حساسیت و بررسی ثبات مدل‌های ارائه‌شده، معیارهای رتبه‌بندی تحلیل پوششی داده‌های فازی و مدل تراکم فازی پرداخته است. لازم به ذکر است که از مدل‌های جمعی و CCR به همراه رویکردهای اعتبار و امکان در این پژوهش استفاده شده‌اند. همچنین یک الگوریتم ترکیبی متشکل از شبیه‌سازی فازی و الگوریتم ژنتیک نیز ارائه شده است.

ظرافت‌انگیز و همکاران [۴۲] به بررسی رابطه کارایی در تحلیل پوششی داده‌های سنتی و مجموعه‌های احتمالی پرداخته‌اند. آن‌ها نشان دادند که مدل CCR ورودی‌محور در فرم پوششی در حالت قطعی با مدل CCR ورودی‌محور فازی که در آن ورودی‌ها دارای عدم قطعیت می‌باشند و از اندازه امکان استفاده شده است، معادل می‌باشد. لازم به ذکر است که در نهایت، از رویکرد پیشنهادی در یک مطالعه موردی با هدف ارزیابی شعب بانک در ایران بهره گرفته شده است. رویز و سیرونت [۴۳] یک ارزیابی کارایی متقاطع فازی را بر اساس رویکرد امکانی توسعه دادند که به منظور رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیرنده طراحی شده است. احمدوند و پیشوایی [۴۴] روشی کارآمد برای مسئله تخصیص منابع با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی مبتنی بر مجموعه‌وزان مشترک ارائه نمودند. در این پژوهش، از اندازه اعتبار برای مواجهه با ابهام موجود در داده‌ها استفاده شده است. پیکانی و همکاران [۴۵] با استفاده از برنامه‌ریزی امکانی استوار تحت سه اندازه امکان، الزام و اعتبار، رویکردی نوین در تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه نمودند. در این رویکرد، سطح اطمینان به عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته شده و مقدار بهینه آن توسط مدل تعیین می‌گردد.

پیکانی و همکاران [۴۶] اقدام به ارائه شاخص بهره‌وری مال‌کوئیست فازی مبتنی بر اندازه الزام نموده‌اند و از این شاخص برای ارزیابی روند عملکرد بیمارستان‌ها در یک دوره زمانی مشخص استفاده کردند. ناصری و خطیر [۴۷] با تلفیق مفاهیم فازی و تصادفی، مدل دومرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌ها را برای شرایطی که خروجی‌های نامطلوب وجود دارند، توسعه دادند. در این پژوهش، از توزیع نرمال با مؤلفه‌های فازی برای مدل‌سازی داده‌های ورودی، محصولات واسطه‌ای و خروجی‌های مطلوب و نامطلوب استفاده شد. محققان با به‌کارگیری رویکرد امکان-احتمال، مدل را به فرم قطعی خطی تبدیل کردند و کارایی آن را از طریق مطالعه موردی در صنعت بانکداری مورد بررسی قرار دادند. پیکانی و همکاران [۴۸] رویکردی نوین در تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه نموده‌اند که امکان تنظیم درجه خوش‌بینی

و بدبینی تصمیم‌گیرندگان را فراهم می‌سازد. این پژوهش همچنین کاربرد عملی این روش را در حوزه بهداشت و درمان، با ارزیابی عملکرد بیمارستان‌ها نشان داده است. شیراز و همکاران [۴۹] روشی برای انتخاب سبد سهام تصادفی-فازی مبتنی بر مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی ارائه نمودند که در آن معیارهای ریسک شامل ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی لحاظ شده‌اند.

واردانا و همکاران [۵۰] با به‌کارگیری اندازه اعتبار، رویکرد تحلیل پوششی داده‌های فازی را در حوزه ساخت و تولید توسعه داده و برای انتخاب فرآیند بهینه جوشکاری پیاده‌سازی نموده‌اند. مهلا و اگروال [۵۱] با استفاده از اندازه اعتبار، مدل SBM^۱ فازی را به یک مدل برنامه‌ریزی خطی قطعی در سطوح مختلف اعتبار تبدیل کردند. همچنین با جمع‌آوری داده‌های پالایشگاه‌های نفتی هند و اعمال مدل پیشنهادی، کارایی این شرکت‌ها را مورد ارزیابی قرار دادند. مهلا و همکاران [۵۲] به ارائه یک مدل غیرشعاعی فازی نوین برای تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند. همچنین اعتبارسنجی مدل پیشنهادی از طریق یک مطالعه موردی واقعی در حوزه حمل‌ونقل صورت پذیرفت که قابلیت‌های عملیاتی این روش را به خوبی نشان می‌دهد. پیکانی و همکاران [۵۳] مدلی نوین از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی مبتنی بر اندازه عمومی فازی را با هدف ارزیابی عملکرد و رتبه‌بندی بنگاه‌های سرمایه‌گذاری با قابلیت در نظر گرفتن ساختار شبکه‌ای ارائه نمودند. پیکانی و سیداسمعیلی [۵۴] با بهره‌گیری از برنامه‌ریزی امکانی، شاخص بهره‌وری مالم کوئیست فازی را توسعه دادند که قابلیت پیاده‌سازی در محیط‌های با داده‌های فازی و کلامی را داراست.

عرب‌جزی و همکاران [۵۵] مدل تحلیل پوششی فازی جدیدی با رویکرد اندازه عمومی فازی ارائه کردند که قابلیت تحلیل پایداری و تعیین محدوده تغییرات واحدهای تصمیم‌گیرنده در شرایط عدم قطعیت را دارد. این مدل با تبدیل محدودیت‌های فازی به فرم قطعی، امکان ارزیابی کارایی در سطوح اطمینان مختلف را فراهم می‌کند. پیکانی و همکاران [۵۶] روش تحلیل پوششی پنجره‌ای فازی مبتنی بر اعتبار را برای ارزیابی پویای عملکرد بیمارستان‌ها در شرایط عدم قطعیت ارائه کردند. این روش تلفیقی از تحلیل پوششی داده‌ها، تحلیل پنجره‌ای و برنامه‌ریزی امکان‌پذیر است. مطالعه موردی بر بیمارستان‌های آمریکا انجام شد که نتایج، کارایی روش را در محیط فازی تأیید کرد. پیکانی و همکاران [۵۷] چارچوبی نوین برای کاهش شکاف دانش بین فناوری و کسب‌وکار ارائه کردند. این مطالعه با ترکیب تحلیل پوششی داده‌های فازی و برنامه‌ریزی امکان‌پذیر تنظیم‌شونده، معیار احتمال کارایی را برای ارزیابی فعالیت‌های نوآورانه

^۱Slack Based Measure (SBM)

معرفی می‌کند. یافته‌ها نشان می‌دهد فعالیت‌های نوآورانه معمولاً کارایی پایین و عدم قطعیت بالایی دارند، لذا تصمیم‌گیری درباره آنها نیازمند تعادل بین اهداف استراتژیک و ویژگی‌های فناورانه است. پورباباگل و همکاران [۵۸] مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی جدیدی بر اساس معیارهای امکان و الزام برای ارزیابی عملکرد زنجیره تأمین چابک ارائه کردند. این روش با استفاده از داده‌های کیفی و کلامی، کارایی سطوح مختلف چابکی در زنجیره تأمین لبنیات ایران را در فرآیندی چندمرحله‌ای اندازه‌گیری کرد.

ماسودین و همکاران [۵۹] با ترکیب تحلیل پوششی داده‌های فازی و شاخص نزدیکی نسبی، روشی نوین برای انتخاب تأمین‌کنندگان در صنعت اندونزی ارائه کردند. نتایج نشان داد محدودیت‌های اعتباری بر شاخص نزدیکی نسبی تأثیرگذارند و مقادیر بالاتر این شاخص نشانه عملکرد بهتر تأمین‌کنندگان است. ژو و لیو [۶۰] چارچوبی برای تحلیل پوششی داده‌های احتمالی-امکانی به منظور ارزیابی حالات شکست ارائه نمودند. این روش با در نظر گرفتن روابط ساختاری میان ریسک‌ها و عوامل مؤثر، امکان ارزیابی انعطاف‌پذیر پارامترهای نامشخص را برای تصمیم‌گیرندگان فراهم می‌آورد. مطالعه موردی انجام شده بر روی یک سیستم تولیدی با ساختارهای سری، موازی و شبکه‌ای، اثربخشی این روش را نشان داده است. عمرانی و همکاران [۶۱] مدل ترکیبی نوآورانه‌ای ارائه نمودند که توانایی تلفیق همزمان ترجیحات تصمیم‌گیرندگان و داده‌های نامطمئن را در ارزیابی کارایی واحدها دارا می‌باشد. این روش با تلفیق روش بهترین-بدترین و تحلیل پوششی داده‌های مبتنی بر رویکرد اعتباری استوار، به ارزیابی کارایی شرکت‌های توزیع برق ایران با در نظر گرفتن درجات اختلال فازی پرداخته است. پیکانی و همکاران [۶۲] چارچوبی نوآورانه از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای امکانی را برای ارزیابی سیستم‌های دو مرحله‌ای تحت شرایط عدم قطعیت معرفی نمودند. این روش با ادغام تحلیل پوششی شبکه‌ای، برنامه‌ریزی امکانی و برنامه‌ریزی محدودیت‌شأنسی، به ارزیابی جامع عملکرد شرکت‌های سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران در دو بعد مدیریت عملیاتی و مدیریت سبد سرمایه‌گذاری پرداخته است. شجاعی و همکاران [۶۳] شاخص مالم کوئیست فازی را برای ارزیابی سیستم‌های دو مرحله‌ای در شرایط عدم قطعیت توسعه دادند. این روش نوآورانه با ترکیب تحلیل پوششی شبکه‌ای و برنامه‌ریزی فازی، قادر به سنجش دقیق تغییرات بهره‌وری در مؤسسات مالی (بیمه و بانک) است. مطالعه موردی نشان داد این روش در شناسایی پیشرفت‌های فنی و بهبود کارایی مؤثر است. محمودی‌راد و همکاران [۶۴] با توسعه مدل BCC فازی تصویری، چارچوبی نوین برای ارزیابی عملکرد بیمارستان‌ها در شرایط عدم قطعیت ارائه نمودند. این روش با بهره‌گیری از مجموعه‌های فازی تصویری و نظریه امکان، امکان

ارزیابی دقیق‌تر پارامترهای نامشخص را فراهم می‌سازد. نتایج مطالعه موردی همراه با تحلیل حساسیت، کارایی برتر این مدل را در مقایسه با روش‌های مرسوم تأیید می‌کند. پیکانی و همکاران [۶۵] با توسعه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای فازی شهودی، چارچوبی نوین برای ارزیابی عملکرد سیستم‌های دو مرحله‌ای بانکی طراحی کردند. این روش با ترکیب مجموعه‌های فازی شهودی و برنامه‌ریزی امکانی قابل تنظیم، ارزیابی کارایی در شرایط عدم قطعیت را ممکن می‌سازد. مطالعه موردی در نظام بانکی ایران، مزایای این مدل شامل دقت ارزیابی و انعطاف‌پذیری را به خوبی نشان داد.

۳. مبانی نظری پژوهش

در این بخش، مدل‌ها، رویکردها و روابطی که در ادامه و در ارائه مدل پیشنهادی پژوهش مورد استفاده قرار خواهند گرفت، شامل مدل حدود جهت‌دار، نظریه اعداد Z و نظریه اعتبار، به ترتیب معرفی و توضیح داده خواهند شد.

۱.۳. مدل حدود جهت‌دار. همان‌طور که پیش‌تر نیز مطرح شد، در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، فرض مثبت بودن کلیه مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها در نظر گرفته شده است. حال آن‌که در دنیای واقعی و در بسیاری از کاربردها، همچون بازارهای مالی، این فرض نقض می‌شود و ممکن است ورودی‌ها و خروجی‌ها مقادیر منفی داشته باشند. از این‌رو، تاکنون دیدگاه‌ها و مدل‌های مختلفی در حوزه تحلیل پوششی داده‌ها با هدف قابلیت استفاده در حضور داده‌های منفی مطرح شده‌اند [۶۶]. یکی از معروف‌ترین و پرکاربردترین مدل‌های این حوزه، مدل حدود جهت‌دار می‌باشد که اولین بار توسط پورتلا و همکاران [۶۷] ارائه گردید. به منظور آشنایی با مدل RDM، فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده مختلف ($j = 1, 2, \dots, n$) وجود دارد و هر یک به ترتیب دارای m ورودی و s خروجی به صورت $x_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ و $y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ می‌باشند. در این صورت، ساختار مدل حدود جهت‌دار تحت

بازده به مقیاس متغیر و فرم پوششی به صورت مدل (۱.۳) خواهد بود:

$$\begin{aligned}
 (1.3) \quad & \max \beta_p \\
 S.t. \quad & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ip} - \beta_p R_{ip}^-, \quad \forall i \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{rp} + \beta_p R_{rp}^+, \quad \forall r \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\
 & \lambda_j \geq 0, \quad \forall j, \quad \beta_p \geq 0
 \end{aligned}$$

لازم به ذکر است که در مدل (۱.۳)، R_{rp}^+ و R_{ip}^- نشان‌دهنده دامنه امکان بهبود واحد تحت بررسی هستند و به ترتیب از روابط (۲.۳) و (۳.۳) محاسبه می‌شوند:

$$(2.3) \quad R_{ip}^- = x_{ip} - \min_j \{x_{ij}\}, \quad \forall i$$

$$(3.3) \quad R_{rp}^+ = \max_j \{y_{rj}\} - y_{rp}, \quad \forall r$$

همچنین لازم به توضیح است که در صورت نوشتن دوگان مدل (۱.۳)، مدل (۴.۳) به صورت زیر حاصل می‌شود که بیانگر فرم مضربی مدل RDM می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 (4.3) \quad & \min \sum_{i=1}^m v_i x_{ip} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rp} + w_p \\
 S.t. \quad & \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + w_p \geq 0, \quad \forall j \\
 & \sum_{i=1}^m v_i R_{ip}^- + \sum_{r=1}^s u_r R_{rp}^+ \geq 1 \\
 & v_i \geq 0, \quad \forall i, \quad u_r \geq 0, \quad \forall r
 \end{aligned}$$

لازم به توضیح است که در مدل (۴.۳)، v_i و u_i متغیرهای دوگان محدودیت‌های مدل (۱.۳) هستند که به ترتیب نشان‌دهنده وزن ورودی i ام و وزن خروجی r ام می‌باشند.

۲.۳. نظریه اعداد Z . بدون شک، امروزه بسیاری از پدیده‌ها، کاربردها و مسائل دنیای واقعی با عدم قطعیت آمیخته‌اند و این موضوع به طرز چشمگیری فرآیند تصمیم‌گیری را تحت الشعاع قرار داده است. با توجه به اهمیت این موضوع و ضرورت مواجهه با عدم قطعیت، روش‌های متعددی در حوزه برنامه‌ریزی عدم قطعیت توسط پژوهشگران ارائه شده که یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین آنها نظریه فازی است. در این نظریه، این امکان برای خبرگان وجود دارد که نظرات خود را در قالب مفاهیم فازی و همچنین مفاهیم کیفی بیان کنند و سپس برای کمی‌سازی این مفاهیم از اعداد فازی استفاده نمایند [۶۸].

توجه به این نکته ضروری است که علاوه بر مقادیر داده‌ها و اطلاعات، میزان قابلیت اطمینان آنها نیز امری مهم است. از این رو زاده [۶۹] مفهوم جدیدی به نام اعداد Z را معرفی نمود تا در فرآیند تصمیم‌گیری، قابلیت اطمینان اطلاعات نیز لحاظ گردد. لازم به توضیح است که هر عدد Z از یک جفت عدد فازی به صورت $Z = (\tilde{A}, \tilde{B})$ تشکیل شده است. به طوریکه عامل A یک عدد فازی به عنوان محدودیتی برای توصیف مقدار امکان یک متغیر حقیقی همچون H می‌باشد. اما عامل B میزان قابلیت اطمینان عامل A را به صورت یک عدد فازی دیگر نشان می‌دهد [۷۰].

به عنوان مثال اگر متغیر H بیانگر "پیش‌بینی بودجه مورد نیاز جهت انجام یک پروژه" باشد، عامل A می‌تواند به صورت عبارت "تقریباً یک میلیارد ریال" و عامل B به صورت عبارت "بسیار محتمل" بیان گردند. لازم به ذکر است که مفاهیم A و B می‌توانند به راحتی کمی‌سازی و تبدیل به اعداد فازی کلاسیک گردند [۷۱]. بر این اساس و با توجه به کاربردی بودن مفهوم اعداد Z در بسیاری از مسائل و فرآیندهای تصمیم‌گیری در دنیای واقعی، در سال‌های اخیر، محبوبیت و استفاده از این مفهوم در بین پژوهشگران به طرز چشم‌گیر و قابل توجهی افزایش یافته است [۷۲، ۷۳، ۷۴].

اکنون پس از آشنایی با مفهوم اعداد Z ، چگونگی تبدیل اعداد Z به اعداد فازی کلاسیک بر اساس رویکرد پیشنهادی کانگ و همکاران [۷۵] ارائه می‌گردد. فرض کنید $Z = (\tilde{A}, \tilde{B})$ یک عدد فازی باشد، به طوری که \tilde{A} در قالب یک عدد فازی دوزنقه‌ای $(A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(3)}, A^{(4)})$ و \tilde{B} در قالب یک عدد فازی مثلثی $(B^{(1)}, B^{(2)}, B^{(3)})$ بیان شده‌اند. به منظور تبدیل اعداد Z به اعداد فازی کلاسیک، در ابتدا، جزء دوم عدد Z و بخش قابلیت اطمینان داده‌ها با استفاده از رابطه (۵.۳) نرمال‌سازی می‌گردد:

$$(۵.۳) \quad \beta = \frac{B^{(1)}, B^{(2)}, B^{(3)}}{۳}$$

سپس در گام بعدی، وزن جزء قابلیت اطمینان با جزء اول عدد Z ترکیب می‌شود تا عدد Z وزنی به صورت رابطه (۶.۳) حاصل گردد:

$$(۶.۳) \quad \tilde{Z}^\beta = (A^{(۱)}, A^{(۲)}, A^{(۳)}, A^{(۴)}; \beta)$$

در نهایت با استفاده از رابطه (۷.۳)، عدد Z وزنی تبدیل به عدد فازی نرمال می‌شود:

$$(۷.۳) \quad \tilde{Z}^N = (\sqrt{\beta} * A^{(۱)}, \sqrt{\beta} * A^{(۲)}, \sqrt{\beta} * A^{(۳)}, \sqrt{\beta} * A^{(۴)}; ۱)$$

بدین ترتیب و با تبدیل اعداد Z به اعداد فازی کلاسیک، به راحتی می‌توان از عدد فازی دوزنقه‌ای حاصل شده، در مسائل و مدل‌های مختلف تصمیم‌گیری استفاده نمود.

۳.۳. نظریه اعتبار. با در نظر گرفتن فضای امکان به صورت $(\Omega, P(\Omega), Pos)$ ، به طوری که مجموعه جهانی و ناتهی Ω شامل تمامی رخدادهای ممکن و $P(\Omega)$ مجموعه توانی Ω باشد، اندازه اعتبار (Cr) برای $\{F\}$ در $(\Omega, P(\Omega), Pos)$ ، به صورت میانگین دو اندازه امکان (Pos) و الزام (Nec) یعنی $Cr\{F\} = \frac{1}{2}(Pos\{F\} + Nec\{F\})$ [۷۶]. با توجه به توضیحات مذکور، اعتبار رخدادهای فازی $\{\tilde{g} \leq h\}$ و $\{\tilde{g} \geq h\}$ به ترتیب بر اساس روابط (۸.۳) و (۹.۳) به صورت زیر محاسبه می‌گردد که در آنها h و \tilde{g} به ترتیب یک عدد فازی دوزنقه‌ای و یک عدد قطعی می‌باشند:

$$(۸.۳) \quad Cr\{\tilde{g} \leq h\} = \begin{cases} ۰, & \text{if } g_۱ \geq h; \\ \frac{h - g_۱}{۲(g_۲ - g_۱)}, & \text{if } g_۱ \leq h \leq g_۲; \\ \frac{1}{۲}, & \text{if } g_۲ \leq h \leq g_۳; \\ \frac{h - ۲g_۳ + g_۴}{۲(g_۴ - g_۳)}, & \text{if } g_۳ \leq h \leq g_۴; \\ ۱, & \text{if } g_۴ \leq h. \end{cases}$$

$$(9.3) \quad Cr\{\tilde{g} \geq h\} = \begin{cases} 1, & \text{if } g_1 \geq h; \\ \frac{2g_2 - g_1 - h}{2(g_2 - g_1)}, & \text{if } g_1 \leq h \leq g_2; \\ \frac{1}{2}, & \text{if } g_2 \leq h \leq g_3; \\ \frac{g_4 - h}{2(g_4 - g_3)}, & \text{if } g_3 \leq h \leq g_4; \\ 0, & \text{if } g_4 \leq h. \end{cases}$$

همچنین، بر اساس اندازه اعتبار و برنامه‌ریزی محدودیت شانس [۷۷]، به منظور تبدیل یک محدودیت شانس فازی به معادل قطعی آن در یک سطح اطمینان مشخص، از روابط (۱۰.۳) و (۱۱.۳) به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$(10.3) \quad Cr\{\tilde{g} \leq h\} \geq \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - 2\alpha)g_1 + 2\alpha g_2 \leq h & \text{if } \alpha \leq 0.5; \\ (2 - 2\alpha)g_3 + (2\alpha - 1)g_4 \leq h & \text{if } \alpha > 0.5. \end{cases}$$

$$(11.3) \quad Cr\{\tilde{g} \geq h\} \geq \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha g_3 + (1 - 2\alpha)g_4 \geq h & \text{if } \alpha \leq 0.5; \\ (2\alpha - 1)g_1 + (2 - 2\alpha)g_2 \geq h & \text{if } \alpha > 0.5. \end{cases}$$

لازم به ذکر است که اندازه امکان (Pos) با دیدگاهی خوش‌بینانه، حداکثر پتانسیل وقوع یک رویداد را در نظر می‌گیرد، در حالی که اندازه الزام (Nec) با رویکردی محافظه‌کارانه، حداقل سطح قطعیت لازم برای وقوع را مورد سنجش قرار می‌دهد [۲۰]. اندازه اعتبار (Cr) به عنوان نقطه تعادلی بین این دو دیدگاه، با محاسبه میانگین آن‌ها، رویکردی واقع‌گرایانه و جامع ارائه می‌نماید. این سلسله‌مراتب تحلیلی به تصمیم‌گیرندگان اجازه می‌دهد با توجه به ماهیت مسئله (ریسک‌پذیری یا ریسک‌گریزی) و شرایط محیطی، مناسب‌ترین ابزار ارزیابی را انتخاب کنند. این انعطاف‌پذیری مفهومی، نظریه اعتبار را به چارچوبی پویا برای تصمیم‌گیری در شرایط پیچیده تبدیل کرده است [۵۶].

۴. مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر نظریه اعتبار

پس از آشنایی با چگونگی مدل‌سازی مدل RDM با قابلیت پیاده‌سازی در حضور داده‌های منفی و همچنین نظریه اعداد Z و نظریه اعتبار در زیر بخش‌های پیشین مقاله، اکنون در این بخش به ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر نظریه اعتبار پرداخته می‌شود. لازم

به توضیح است که تمامی داده‌های ورودی و خروجی دارای عدم قطعیت می‌باشند و خبرگان با استفاده از مفهوم اعداد Z ، مقادیر آنها را به همراه میزان قابلیت مقادیر مذکور بیان نموده‌اند. بر این اساس پیش از هر گام دیگری، ابتدا با بهره‌گیری از روابط (۵.۳) الی (۷.۳)، تمامی اعداد Z تبدیل به اعداد فازی کلاسیک با تابع توزیع ذوزنقه‌ای می‌شوند. با توجه به توضیحات مذکور، مدل RDM غیرقطعی تحت فرم مضربی در قالب مدل (۱.۴) به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$(1.4) \quad \min \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ip} - \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rp} + w_p$$

$$S.t. \quad \sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r \tilde{y}_{rj} + w_p \geq 0, \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^m v_i \tilde{R}_{ip}^- + \sum_{r=1}^s u_r \tilde{R}_{rp}^+ \geq 1$$

$$v_i \geq 0, \quad \forall i, \quad u_r \geq 0, \quad \forall r$$

اکنون به منظور مقابله با عدم قطعیت موجود در پارامترهای مدل (۱.۴)، از رویکرد اعتبار و برنامه‌ریزی محدودیت‌شاسی استفاده می‌گردد همان‌طور که در روابط (۹.۳) و (۱۰.۳) نیز ملاحظه می‌شود. توجه به این نکته ضروری است که معادل قطعی محدودیت‌های فازی به ازای حالات مختلف $\alpha > 0.5$ و $\alpha \leq 0.5$ تفاوت دارند. از این‌رو، در صورتی که سطح اطمینان مورد نظر تصمیم‌گیرنده کوچکتر یا مساوی 0.5 باشد، مدل پیشنهادی پژوهش به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$(2.4) \quad \min \Delta$$

$$S.t. \quad \sum_{i=1}^m ((1 - 2\alpha)x_{ip}^1 + (2\alpha)x_{ip}^r)v_i - \sum_{r=1}^s ((2\alpha)y_{rp}^r + (1 - 2\alpha)y_{rp}^f)u_r + w_p \leq \Delta$$

$$\sum_{i=1}^m ((2\alpha)x_{ij}^r + (1 - 2\alpha)x_{ij}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((1 - 2\alpha)y_{rj}^1 + (2\alpha)y_{rj}^r)u_r + w_p \geq 0, \quad \forall j$$

$$\sum_{i=1}^m ((2\alpha)R_{ip}^{r-} + (1 - 2\alpha)R_{ip}^{f-})v_i - \sum_{r=1}^s ((2\alpha)R_{rp}^{r+} + (1 - 2\alpha)R_{rp}^{f+})u_r \geq 1$$

$$v_i \geq 0, \quad \forall i, \quad u_r \geq 0, \quad \forall r$$

همچنین، در صورتی که سطح اطمینان مورد نظر تصمیم‌گیرنده بیشتر از $۰/۵$ باشد، مدل پیشنهادی پژوهش به صورت زیر حاصل خواهد شد:

(۳.۴)

min Δ

$$S.t. \sum_{i=1}^m ((\gamma - \alpha)x_{ip}^r + (\alpha - 1)x_{ip}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\alpha - 1)y_{rp}^1 + (\gamma - \alpha)y_{rp}^f)u_r + w_p \leq \Delta$$

$$\sum_{i=1}^m ((\alpha - 1)x_{ij}^1 + (\gamma - \alpha)x_{ij}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\gamma - \alpha)y_{rj}^r + (\alpha - 1)y_{rj}^f)u_r + w_p \geq 0, \forall j$$

$$\sum_{i=1}^m ((\alpha - 1)R_{ip}^1 + (\gamma - \alpha)R_{ip}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\alpha - 1)R_{ip}^1 + (\gamma - \alpha)R_{ip}^f)u_r \geq 1$$

$$v_i \geq 0, \forall i, \quad u_r \geq 0, \forall r$$

در نهایت با استفاده از متغیر صفر و یک Ψ و عدد بزرگ M ، اقدام به یکپارچه‌سازی مدل‌های (۲.۴) و (۳.۴) در یک مدل ریاضی به صورت مدل (۴.۴) می‌شود:

(۴.۴)

min Δ

$$S.t. \sum_{i=1}^m ((\gamma - \alpha)x_{ip}^r + (\alpha - 1)x_{ip}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\alpha - 1)y_{rp}^1 + (\gamma - \alpha)y_{rp}^f)u_r + w_p \leq Z + M\Psi$$

$$\sum_{i=1}^m ((1 - \alpha)x_{ip}^1 + (\alpha)x_{ij}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\alpha)y_{rp}^r + (1 - \alpha)y_{rp}^f)u_r + w_p \leq Z + M(1 - \Psi)$$

$$\sum_{i=1}^m ((\alpha - 1)x_{ij}^1 + (\gamma - \alpha)x_{ij}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\gamma - \alpha)y_{rj}^r + (\alpha - 1)y_{rj}^f)u_r + w_p \geq -M\Psi, \forall j$$

$$\sum_{i=1}^m ((\alpha)x_{ij}^r + (1 - \alpha)x_{ij}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((1 - \alpha)y_{rj}^1 + (\alpha)y_{rj}^f)u_r + w_p \geq -M(1 - \Psi), \forall j$$

$$\sum_{i=1}^m ((\alpha - 1)R_{ip}^1 + (\gamma - \alpha)R_{ip}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\alpha - 1)R_{ip}^1 + (\gamma - \alpha)R_{ip}^f)u_r \geq 1 - M\Psi,$$

$$\sum_{i=1}^m ((\alpha)R_{ip}^r + (1 - \alpha)R_{ip}^f)v_i - \sum_{r=1}^s ((\alpha)R_{ip}^r + (1 - \alpha)R_{ip}^f)u_r \geq 1 - M(1 - \Psi),$$

$$\alpha > 0.5 - M\Psi$$

$$\alpha \leq 0.5 + M(1 - \Psi)$$

$$\Psi \in \{0, 1\}$$

$$v_i \geq 0, \forall i, \quad u_r \geq 0, \forall r$$

براین اساس مدل (۴.۴)، مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر رویکرد اعتبار و مدل نهایی پژوهش پیش‌رو می‌باشد. لازم به ذکر است که رویکرد پیشنهادی این پژوهش از مزایای متعددی برخوردار است که مهم‌ترین آنها توانایی پیاده‌سازی و به‌کارگیری همزمان در شرایط پیچیده شامل داده‌های منفی، اعداد Z و متغیرهای کلامی می‌باشد. علاوه بر این، مدل ارائه شده با حفظ ویژگی خطی بودن خود، امکان تحلیل دقیق و کارآمد را در محیط‌های تصمیم‌گیری واقعی فراهم می‌سازد. این قابلیت‌های منحصر به فرد، مدل پیشنهادی را به ابزاری قدرتمند برای ارزیابی عملکرد در شرایط عدم قطعیت تبدیل کرده است.

۵. مطالعه موردی: صنعت بیمه بورس اوراق بهادار تهران

پس از ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر رویکرد اعتبار در بخش پیشین، اکنون در این بخش به پیاده‌سازی آن با استفاده از داده‌های واقعی پرداخته می‌شود. لازم به توضیح است که بدین منظور صنعت بیمه از بورس اوراق بهادار تهران به عنوان مطالعه موردی پژوهش انتخاب و داده‌های مربوط به ۱۵ سهام از این صنعت استخراج شده است. لازم به توضیح است که نسبت قیمت به درآمد^۱، نسبت آئی^۲ و نسبت بدهی به ارزش ویژه^۳ به عنوان ورودی‌های مدل و همچنین نرخ بازدهی سهام^۴، نرخ نقدشوندگی^۵ و نرخ رشد درآمد هر سهم به عنوان خروجی‌های مدل در نظر گرفته شده‌اند. همان‌طور که در شاخص‌های مورد استفاده در ارزیابی سهام ملاحظه می‌شود، برخی از شاخص‌ها، همچون نرخ بازدهی و نرخ رشد می‌توانند دارای مقادیر منفی نیز باشند که این نکته بیانگر اهمیت استفاده از مدل RDM به جای مدل CCR به عنوان مدل پایه پژوهش است. جدول (۱) نتایج ارزیابی سهام را در پنج سطح اطمینان مختلف شامل ۶۰٪، ۷۰٪، ۸۰٪، ۹۰٪ و ۱۰۰٪ نمایش می‌دهد. لازم به توضیح است که انتخاب سطوح اطمینان بالاتر از ۵۰٪ به دلیل اتخاذ رویکرد محافظه‌کارانه و سختگیرانه در فرآیند ارزیابی می‌باشد. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود، با افزایش سطح اطمینان، نتایج حاصل از حل مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر رویکرد اعتبار کاهش می‌یابند. این روند نزولی کاملاً منطبق با اصول نظری مدل بوده و نشان‌دهنده اعمال شرایط سخت‌گیرانه‌تر در سطوح اطمینان بالاتر است. در ادامه برای بررسی جامع‌تر و رتبه‌بندی سهام‌های مورد بررسی، میانگین کارایی تمامی سهام در سطوح مختلف اطمینان محاسبه و در

¹ Price to Earnings Ratio (P/E)

² Quick Ratio

³ Solvency Ratio-II

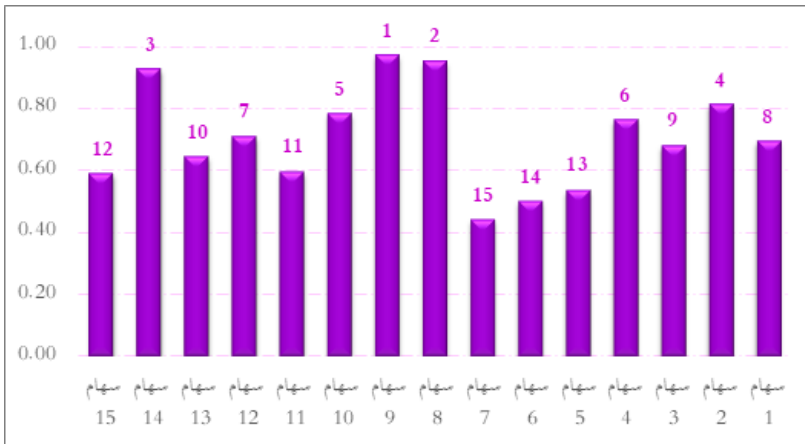
⁴ Rate of Liquidity (ROL)

⁵ Earnings per Share (EPS) Growth Rate

جدول ۱: نتایج مدل تحلیل پوششی داده‌های اعداد Z مبتنی بر رویکرد اعتبار

سهام	سطح اطمینان				
	۱۰۰٪	۹۰٪	۸۰٪	۷۰٪	۶۰٪
سهام ۱	۰/۴۳۷۸۰	۰/۵۳۵۳۵	۰/۷۱۴۶۳	۰/۸۴۱۹۴	۰/۹۳۲۹۵
سهام ۲	۰/۶۴۱۲۳	۰/۷۴۳۳۳	۰/۸۲۶۶۴	۰/۸۹۵۴۸	۰/۹۵۲۵۳
سهام ۳	۰/۳۶۸۸۸	۰/۵۴۱۶۴	۰/۷۱۲۸۴	۰/۸۳۸۴۵	۰/۹۳۱۱۹
سهام ۴	۰/۶۲۴۱۷	۰/۶۹۴۷۴	۰/۷۵۸۵۱	۰/۸۱۸۷۰	۰/۹۱۲۱۸
سهام ۵	۰/۳۳۳۵۴	۰/۴۲۳۲۳	۰/۵۰۲۶۳	۰/۶۳۵۷۵	۰/۷۹۰۰۷
سهام ۶	۰/۰۸۸۲۵	۰/۲۳۶۶۱	۰/۵۳۴۳۲	۰/۷۴۶۴۹	۰/۸۹۲۹۰
سهام ۷	۰/۲۰۹۲۶	۰/۳۰۷۱۸	۰/۴۱۰۷۰	۰/۵۵۲۲۸	۰/۷۱۸۴۴
سهام ۸	۰/۹۰۷۲۷	۰/۹۳۳۰۲	۰/۹۵۴۳۱	۰/۹۷۲۱۳	۰/۹۸۷۱۸
سهام ۹	۰/۹۴۳۷۱	۰/۹۵۹۵۱	۰/۹۷۲۵۰	۰/۹۸۳۳۰	۰/۹۹۲۳۶
سهام ۱۰	۰/۶۱۴۵۵	۰/۷۰۷۲۷	۰/۷۸۱۸۱	۰/۸۶۴۷۶	۰/۹۳۳۵۵
سهام ۱۱	۰/۴۰۰۹۴	۰/۴۹۳۰۸	۰/۵۹۷۳۹	۰/۷۰۰۹۲	۰/۷۸۵۹۳
سهام ۱۲	۰/۵۹۰۲۰	۰/۶۴۸۱۹	۰/۷۰۶۹۷	۰/۷۷۴۲۹	۰/۸۳۱۰۶
سهام ۱۳	۰/۳۴۶۳۶	۰/۴۹۶۴۸	۰/۶۵۹۶۴	۰/۷۹۸۴۳	۰/۹۰۹۶۴
سهام ۱۴	۰/۸۵۸۶۲	۰/۸۹۸۵۸	۰/۹۳۱۳۱	۰/۹۵۸۴۰	۰/۹۸۱۰۰
سهام ۱۵	۰/۳۸۹۹۱	۰/۴۸۸۵۰	۰/۵۹۱۹۲	۰/۶۹۵۰۳	۰/۷۷۹۸۰

نهایت، نتایج حاصل به صورت گرافیکی در شکل (۱) ارائه شده‌اند. نتایج ارزیابی‌ها نشان می‌دهد که سهام ۹، ۸ و ۱۴ به ترتیب با کسب جایگاه‌های اول تا سوم، عملکرد ممتازی را در مقایسه با سایر گزینه‌ها از خود نشان داده‌اند، این در حالی است که سهام ۵، ۶ و ۷ به عنوان ضعیف‌ترین موارد، در رتبه‌های پایانی قرار گرفته‌اند. برتری سهام برتر ناشی از ارزیابی جامع شاخص‌های کلان مالی و تلفیق بهینه پارامترهای کمی و کیفی در مدل تحلیلی پژوهش است که نشان‌دهنده عملکرد مطلوب آن‌ها هم در شاخص‌های بازدهی کوتاه‌مدت و هم در معیارهای پایداری و رشد بلندمدت می‌باشد. در مقابل، سهام ۵، ۶ و ۷ نه تنها در شاخص‌های کلیدی عملکرد ضعف محسوس داشته‌اند، بلکه در مقایسه با میانگین صنعت و سایر رقبا نیز عملکرد نامطلوبی ثبت کرده‌اند. با توجه به این یافته‌ها، راهبرد بهینه، اولویت‌دهی به سهام برتر (۹)،



شکل ۱: ارزیابی نهایی سهام براساس رویکرد پیشنهادی پژوهش

۸ و ۱۴) با تخصیص سهم قابل‌توجه در ترکیب دارایی‌ها و تعیین وزن متناسب بر اساس درجه عملکرد هر یک از آن‌هاست، ضمن اینکه پایش مستمر و بازنگری دوره‌ای پرتفوی نیز ضروری به‌نظر می‌رسد. این رویکرد یکپارچه، با بهره‌گیری از نقاط قوت سهام ممتاز و اجتناب از گزینه‌های ضعیف‌تر، امکان حداکثرسازی بازدهی سرمایه‌گذاری را در چارچوب معیارهای علمی و تحلیلی فراهم می‌کند.

۶. جمع‌بندی و پیشنهادهای آتی

در این پژوهش، یک چارچوب نوین برای تحلیل پوششی داده‌ها در شرایط عدم قطعیت و با قابلیت کاربرد در محیط‌های فازی و داده‌های منفی توسعه داده شد. مدل پیشنهادی با تلفیق مدل حدود جهت‌دار، رویکرد اعتبار و برنامه‌ریزی محدودیت‌شانی، امکان تحلیل کارایی را در شرایط پیچیده و نامطمئن فراهم می‌سازد. انتخاب مدل حدود جهت‌دار عمدتاً به دلیل انعطاف‌پذیری آن در مواجهه با داده‌های منفی بود که این ویژگی، مزیت محسوسی نسبت به روش‌های متعارف ایجاد می‌کند. پس از تدوین مدل تحلیل پوششی داده‌های مبتنی بر اعداد Z با استفاده از رویکرد اعتبار، کارایی عملی این روش با مطالعه موردی تعدادی سهام فعال در صنعت بیمه بورس اوراق بهادار تهران مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج به‌دست‌آمده نه‌تنها کارایی مدل را در شرایط واقعی تأیید می‌کند، بلکه گویای قابلیت‌های آن در ارائه تحلیل‌های دقیق و کاربردی در محیط‌های اقتصادی پیچیده است. این یافته‌ها می‌تواند مبنای مناسبی برای تصمیم‌گیری‌های

سرمایه‌گذاری و ارزیابی عملکرد در حوزه‌های مشابه باشد. در پایان به منظور مطالعات آتی، پیشنهاد می‌شود به منظور افزایش دقت ارزیابی و بهبود فرآیند تصمیم‌گیری، رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها با دیگر روش‌های حوزه تصمیم‌گیری چندمعیاره، مانند روش تحلیل سلسله‌مراتبی و روش بهترین-بدترین، تلفیق و ترکیب شود [۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲]. همچنین، پیشنهاد مهم دیگر، توسعه رویکرد پیشنهادی پژوهش برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده دارای ساختار شبکه‌ای تحت شرایط ابهام و داده‌های منفی است [۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷].

مراجع

- [1] Ramanathan, R. (2003). *An Introduction to Data Envelopment Analysis: A Tool for Performance Measurement*. Sage.
- [2] Cook, W. D., & Zhu, J. (2005). *Modeling Performance Measurement: Applications and Implementation Issues in DEA*. Boston, MA: Springer US.
- [3] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K., & Zhu, J. (2007). Some Models and Measures for Evaluating Performances with DEA: Past Accomplishments and Future Prospects. *Journal of Productivity Analysis*, 28(3), 151-163.
- [4] Liu, J. S., Lu, L. Y., Lu, W. M., & Lin, B. J. (2013). A Survey of DEA Applications. *Omega*, 41(5), 893-902.
- [5] Mergoni, A., Emrouznejad, A., & De Witte, K. (2025). Fifty Years of Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 326(3), 389-412.
- [6] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.
- [7] Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- [8] Charnes, A., Cooper, W., Lewin, A. Y., & Seiford, L. M. (1997). *Data Envelopment Analysis Theory, Methodology and Applications*. *Journal of the Operational Research society*, 48(3), 332-333.
- [9] Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Zhu, J. (2011). *Handbook on Data Envelopment Analysis*. Springer New York, NY.
- [10] Peykani, P., & Pishvae, M. S. (2024). Performance Evaluation of Hospitals under Data Uncertainty: An Uncertain Common-Weights Data Envelopment Analysis. *Healthcare*, 12(6), 611.
- [11] Garner, C., Holder, A., & Hurtig, N. (2025). *Uncertain Data Envelopment Analysis: Theory, Algorithms, and Applications*. *Decision Making Optimization Models for Business Partnerships*, 38-78. Chapman and Hall/CRC.

- [12] Sadjadi, S. J., & Omrani, H. (2008). Data Envelopment Analysis with Uncertain Data: An Application for Iranian Electricity Distribution Companies. *Energy Policy*, 36(11), 4247-4254.
- [13] Peykani, P., Soltani, R., Tanasescu, C., Shojaie, S. E., & Jandaghian, A. (2025). The Robust Malmquist Productivity Index: A Framework for Measuring Productivity Changes over Time Under Uncertainty. *Mathematics*, 13(11), 1727.
- [14] Olesen, O. B., & Petersen, N. C. (2016). Stochastic Data Envelopment Analysis—A Review. *European Journal of Operational Research*, 251(1), 2-21.
- [15] Zhou, W., & Xu, Z. (2020). An Overview of the Fuzzy Data Envelopment Analysis Research and Its Successful Applications. *International Journal of Fuzzy Systems*, 22(4), 1037-1055.
- [16] Peykani, P., Mohammadi, E., Farzipoor Saen, R., Sadjadi, S. J., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2020). Data Envelopment Analysis and Robust Optimization: A Review. *Expert Systems*, 37(4), e12534.
- [17] Despotis, D. K., & Smirlis, Y. G. (2002). Data envelopment analysis with imprecise data. *European journal of operational research*, 140(1), 24-36.
- [18] Hatami-Marbini, A., Emrouznejad, A., & Tavana, M. (2011). A Taxonomy and Review of the Fuzzy Data Envelopment Analysis Literature: Two Decades in the Making. *European Journal of Operational Research*, 214(3), 457-472.
- [19] Emrouznejad, A., Tavana, M., & Hatami-Marbini, A. (2014). The State of the Art in Fuzzy Data Envelopment Analysis. *Performance Measurement with Fuzzy Data Envelopment Analysis*, 1-45. Springer Berlin, Heidelberg.
- [20] Peykani, P., Hosseinzadeh Lotfi, F., Sadjadi, S. J., Ebrahimnejad, A., & Mohammadi, E. (2022). Fuzzy Chance-Constrained Data Envelopment Analysis: A Structured Literature Review, Current Trends, and Future Directions. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 21(2), 197-261.
- [21] Emrouznejad, A., Anouze, A. L., & Thanassoulis, E. (2010). A Semi-Oriented Radial Measure for Measuring the Efficiency of Decision Making Units with Negative Data, Using DEA. *European Journal of Operational Research*, 200(1), 297-304.
- [22] Kerstens, K., & Van de Woestyne, I. (2011). Negative Data in DEA: A Simple Proportional Distance Function Approach. *Journal of the Operational Research Society*, 62(7), 1413-1419.
- [23] Guo, P., Tanaka, H., & Inuiguchi, M. (2000). Self-Organizing Fuzzy Aggregation Models to Rank the Objects with Multiple Attributes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 30(5), 573-580.
- [24] Lertworasirikul, S., Fang, S. C., Joines, J. A., & Nuttle, H. L.W. (2003). Fuzzy Data Envelopment Analysis (DEA): A Possibility Approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 139(2), 379-394.
- [25] Lertworasirikul, S., Fang, S. C., Nuttle, H. L. W., & Joines, J. A. (2003). Fuzzy BCC Model for Data Envelopment Analysis. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2(4), 337-358.

- [26] Garcia, P. A. A., Schirru, R., & Frutuoso E Melo, P. F. (2005). A Fuzzy Data Envelopment Analysis Approach for FMEA. *Progress in Nuclear Energy*, 46(3-4), 359-373.
- [27] Wu, D. D., Yang, Z., & Liang, L. (2006). Efficiency Analysis of Cross-Region Bank Branches Using Fuzzy Data Envelopment Analysis. *Applied Mathematics and Computation*, 181(1), 271-281.
- [28] Wen, M., & Li, H. (2009). Fuzzy Data Envelopment Analysis (DEA): Model and Ranking Method. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 223(2), 872-878.
- [29] Khodabakhshi, M., Gholami, Y., & Kheirollahi, H. (2010). An Additive Model Approach for Estimating Returns to Scale in Imprecise Data Envelopment Analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 34(5), 1247-1257.
- [30] Lin, H. T. (2010). Personnel Selection Using Analytic Network Process and Fuzzy Data Envelopment Analysis Approaches. *Computers & Industrial Engineering*, 59(4), 937-944.
- [31] Wen, M., You, C., & Kang, R. (2010). A New Ranking Method to Fuzzy Data Envelopment Analysis. *Computers & Mathematics with Applications*, 59(11), 3398-3404.
- [32] Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G. R., Khodabakhshi, M., & Moradi, F. (2011). A Fuzzy Chance Constraint Multi Objective Programming Method in Data Envelopment Analysis. *African Journal of Business Management*, 5(33), 12873.
- [33] Wen, M., Qin, Z., & Kang, R. (2011). Sensitivity and Stability Analysis in Fuzzy Data Envelopment Analysis. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 10(1), 1-10.
- [34] Nedeljković, R. R., & Drenovac, D. (2012). Efficiency Measurement of Delivery Post Offices Using Fuzzy Data Envelopment Analysis (Possibility Approach). *International Journal for Traffic and Transport Engineering*, 2(1), 22-29.
- [35] Zhao, X., & Yue, W. (2012). A Multi-Subsystem Fuzzy DEA Model with Its Application in Mutual Funds Management Companies' Competence Evaluation. *Procedia Computer Science*, 1(1), 2469-2478.
- [36] Payan, A., & Shariff, M. (2013). Scrutiny Malmquist Productivity Index on Fuzzy Data by Credibility Theory with an Application to Social Security Organizations. *Journal of Uncertain Systems*, 7(1), 36-49.
- [37] Tavana, M., Shiraz, R. K., Hatami-Marbini, A., Agrell, P. J., & Paryab, K. (2013). Chance-Constrained DEA Models with Random Fuzzy Inputs and Outputs. *Knowledge-Based Systems*, 52, 32-52.
- [38] Azadi, M., Jafarian, M., Farzipoor Saen, R., & Mirhedayatian, S. M. (2015). A New Fuzzy DEA Model for Evaluation of Efficiency and Effectiveness of Suppliers in Sustainable Supply Chain Management Context. *Computers & Operations Research*, 54, 274-285.

- [39] Fasanghari, M., Amalnick, M. S., Anvari, R. T., & Razmi, J. (2015). A Novel Credibility-Based Group Decision Making Method for Enterprise Architecture Scenario Analysis Using Data Envelopment Analysis. *Applied Soft Computing*, 32, 347-368.
- [40] Payan, A. (2015). Common Set of Weights Approach in Fuzzy DEA with an Application. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 29(1), 187-194.
- [41] Wen, M. (2015). *Fuzzy DEA. Uncertain Data Envelopment Analysis*, 83-116. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [42] Zerafat Angiz, M., Mustafa, A., Ghadiri, M., & Tajaddini, A. (2015). Relationship Between Efficiency in the Traditional Data Envelopment Analysis and Possibility Sets. *Computers & Industrial Engineering*, 81, 140-146.
- [43] Ruiz, J. L., & Sirvent, I. (2017). Fuzzy Cross-Efficiency Evaluation: A Possibility Approach. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 16(1), 111-126.
- [44] Ahmadvand, S., & Pishvae, M. S. (2018). An Efficient Method for Kidney Allocation Problem: A Credibility-Based Fuzzy Common Weights Data Envelopment Analysis Approach. *Health Care Management Science*, 21(4), 587-603.
- [45] Peykani, P., Mohammadi, E., Pishvae, M. S., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Jabbarzadeh, A. (2018). A Novel Fuzzy Data Envelopment Analysis Based on Robust Possibilistic Programming: Possibility, Necessity and Credibility-Based Approaches. *RAIRO-Operations Research*, 52(4-5), 1445-1463.
- [46] Peykani, P., Seyed Esmaeili, F. S., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2018). Measuring Productivity Changes of Hospitals in Tehran: The Fuzzy Malmquist Productivity Index. *International Journal of Hospital Research*, 7(3), 1-17.
- [47] Nasser, S. H., & Khatir, M. A. (2019). Fuzzy Stochastic Undesirable Two-Stage Data Envelopment Analysis Models with Application to Banking Industry. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 37(5), 7047-7057.
- [48] Peykani, P., Mohammadi, E., Emrouznejad, A., Pishvae, M. S., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2019). Fuzzy Data Envelopment Analysis: An Adjustable Approach. *Expert Systems with Applications*, 136, 439-452.
- [49] Shiraz, R. K., Tavana, M., & Fukuyama, H. (2020). A Random-Fuzzy Portfolio Selection DEA Model Using Value-at-Risk and Conditional Value-at-Risk. *Soft Computing*, 24, 17167-17186.
- [50] Wardana, R. W., Masudin, I., & Restuputri, D. P. (2020). A Novel Group Decision-Making Method by P-Robust Fuzzy DEA Credibility Constraint for Welding Process Selection. *Cogent Engineering*, 7(1), 1728057.
- [51] Mahla, D., & Agarwal, S. (2021). A Credibility Approach on Fuzzy Slacks Based Measure (SBM) DEA Model. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 18(3), 39-49.

- [52] Mahla, D., Agarwal, S., & Mathur, T. (2021). A Novel Fuzzy Non-Radial Data Envelopment Analysis: An Application in Transportation. *RAIRO-Operations Research*, 55(4), 2189-2202.
- [53] Peykani, P., Mohammadi, E., & Emrouznejad, A. (2021). An Adjustable Fuzzy Chance-Constrained Network DEA Approach with Application to Ranking Investment Firms. *Expert Systems with Applications*, 166, 113938.
- [54] Peykani, P., & Seyed Esmaeili, F. S. (2021). Malmquist Productivity Index under Fuzzy Environment. *Fuzzy Optimization and Modeling Journal*, 2(4), 10-19.
- [55] Arabjazi, N., Rostamy-Malkhalifeh, M., Hosseinzadeh Lotfi, F., & Behzadi, M. H. (2022). Stability Analysis with General Fuzzy Measure: An Application to Social Security Organizations. *Plos One*, 17(10), e0275594.
- [56] Peykani, P., Memar-Masjed, E., Arabjazi, N., & Mirmozaffari, M. (2022). Dynamic Performance Assessment of Hospitals by Applying Credibility-Based Fuzzy Window Data Envelopment Analysis. *Healthcare*, 10(5), 876.
- [57] Peykani, P., Namazi, M., & Mohammadi, E. (2022). Bridging the Knowledge Gap between Technology and Business: An Innovation Strategy Perspective. *Plos One*, 17(4), e0266843.
- [58] Pourbabagol, H., Amiri, M., Taghavifard, M. T., & Hanafizadeh, P. (2023). A New Fuzzy DEA Network Based on Possibility and Necessity Measures for Agile Supply Chain Performance Evaluation: A Case Study. *Expert Systems with Applications*, 220, 119552.
- [59] Masudin, I., Mawarni, C. A., Wardana, R. W., & Restuputri, D. P. (2023). Supplier Selection Using Fuzzy DEA Credibility Constrained and relative Closeness Index: A Case of Indonesian Manufacturing Industry. *Cogent Business & Management*, 10(2), 2228555.
- [60] Zhou, J., & Liu, Y. (2023). Possibilistic Chance-Constrained Data Envelopment Analysis Framework for Failure Modes and Effects Analysis. *Applied Soft Computing*, 147, 110830.
- [61] Omrani, H., Alizadeh, A., Emrouznejad, A., & Teplova, T. (2024). Data Envelopment Analysis Model with Decision Makers' Preferences: A Robust Credibility Approach. *Annals of Operations Research*, 339(3), 1269-1306.
- [62] Peykani, P., Sargolzaei, M., Hamidzadeh, F., Seyed Esmaeili, F. S., & Takaloo, A. (2024). Possibilistic Network DEA Approach for Performance Evaluation of Two-Stage Decision Making Units Under Uncertainty. *Analytical Decision Making and Data Envelopment Analysis: Advances and Challenges*, 59-79. Singapore: Springer Nature Singapore.
- [63] Shojaie, S. E., Sadjadi, S. J., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2024). Malmquist Productivity Index for Two-Stage Network Systems under Data Uncertainty: A Real-World Case Study. *Plos One*, 19(7), e0307277.

- [64] Mahmoodirad, A., Pamucar, D., Niroomand, S., & Simic, V. (2025). Data Envelopment Analysis Based Performance Evaluation of Hospitals–Implementation of Novel Picture Fuzzy BCC Model. *Expert Systems with Applications*, 263, 125775.
- [65] Peykani, P., Mahmoodirad, A., & Amirteimoori, A. (2025). A Novel Adjustable Intuitionistic Fuzzy Framework for Two-Stage Data Envelopment Analysis: An Application in the Banking Sector. *Information Sciences*, 718, 122372.
- [66] Cheng, G., Zervopoulos, P., & Qian, Z. (2013). A Variant of Radial Measure Capable of Dealing with Negative Inputs and Outputs in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 225(1), 100-105.
- [67] Portela, M. S., Thanassoulis, E., & Simpson, G. (2004). Negative Data in DEA: A Directional Distance Approach Applied to Bank Branches. *Journal of the Operational Research Society*, 55(10), 1111-1121.
- [68] Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 3-28.
- [69] Zadeh, L. A. (2011). A Note on Z-Numbers. *Information Sciences*, 181(14), 2923-2932.
- [70] Rezaei Ahmadi, F., Rafiei, H., & Akbarzadeh Totonchi, M. R. (2023). An Overview of Z-Numbers and Its Applications. *Fuzzy Systems and Its Applications*, 6(2), 1-50.
- [71] Azadeh, A., & Kokabi, R. (2016). Z-Number DEA: A New Possibilistic DEA in the Context of Z-Numbers. *Advanced Engineering Informatics*, 30(3), 604-617.
- [72] Banerjee, R., Pal, S. K., & Pal, J. K. (2021). A Decade of the Z-Numbers. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 30(8), 2800-2812.
- [73] Alam, N. M. F. H. N. B., Ku Khalif, K. M. N., Jaini, N. I., & Gegov, A. (2023). The Application of Z-Numbers in Fuzzy Decision Making: The State of the Art. *Information*, 14(7), 400.
- [74] Liao, H., Liu, F., Xiao, Y., Wu, Z., & Zavadskas, E. K. (2024). A Survey on Z-Number-based Decision Analysis Methods and Applications: What's Going on and How to Go Further?. *Information Sciences*, 663, 120234.
- [75] Kang, B., Wei, D., Li, Y., & Deng, Y. (2012). A Method of Converting Z-Number to Classical Fuzzy Number. *Journal of Information & Computational Science*, 9(3), 703-709.
- [76] Peykani, P., Nouri, M., Pishvae, M. S., Oprean-Stan, C., & Mohammadi, E. (2023). Credibilistic Multi-Period Mean-Entropy Rolling Portfolio Optimization Problem Based on Multi-Stage Scenario Tree. *Mathematics*, 11(18), 3889.
- [77] Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-Constrained Programming. *Management Science*, 6(1), 73-79.

- [78] Sun, C. C. (2010). A Performance Evaluation Model by Integrating Fuzzy AHP and Fuzzy TOPSIS Methods. *Expert Systems with Applications*, 37(12), 7745-7754.
- [79] Guo, S., & Zhao, H. (2017). Fuzzy Best-Worst Multi-Criteria Decision-Making Method and Its Applications. *Knowledge-Based Systems*, 121, 23-31.
- [80] Liu, Y., Eckert, C. M., & Earl, C. (2020). A Review of Fuzzy AHP Methods for Decision-Making with Subjective Judgements. *Expert Systems with Applications*, 161, 113738.
- [81] Hosseinzadeh Lotfi, F., Allahviranloo, T., Pedrycz, W., Shahriari, M., Sharafi, H., & Razi-pour-GhalehJough, S. (2023). *Fuzzy Decision Analysis: Multi Attribute Decision Making Approach*. Springer.
- [82] Peykani, P., Emrouznejad, A., & Nouri, M. (2026). Best-Worst Multi-Criteria Decision-Making Method: A Review of the Literature. *Socio-Economic Planning Sciences*, 104, 102345.
- [83] Kao, C. (2014). Network Data Envelopment Analysis: A Review. *European Journal of Operational Research*, 239(1), 1-16.
- [84] Mansouri, H., Mollaei, H. R., Mousavi-Nasab, S. H., Mohammadi, E., & Firoozi, Z. (2024). Performance Evaluation and Credit Rating of Mutual Funds Using the Optimistic-Pessimistic Fuzzy Network Data Envelopment Analysis Approach. *Fuzzy Systems and Its Applications*, 7(2), 149-180.
- [85] Peykani, P., Seyed Esmacili, F. S., Pishvae, M. S., Rostamy-Malkhalifeh, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2024). Matrix-Based Network Data Envelopment Analysis: A Common Set of Weights Approach. *Socio-Economic Planning Sciences*, 95, 102044.
- [86] Seyed Esmacili, F. S., & Mohammadi, E. (2024). Z-Number Network Data Envelopment Analysis Approach: A Case Study on the Iranian Insurance Industry. *Plos One*, 19(7), e0306876.
- [87] Shojaie, S. E., Sadjadi, S. J., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2024). Malmquist Productivity Index under Network Structure and Negative Data: An Application to Banking Industry. *Journal of System Management*, 10(3), 107-118.