

## شبکه فازی عمیق: یک معماری ترکیبی برای مدیریت ابهام در داده های دنیای واقعی

مجید دره میرکی\*

گروه ریاضی و آمار، دانشکده انرژی و علوم داده، دانشگاه صنعتی خاتم الانبیاء (ص) بهبهان، خوزستان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۲/۰۹

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۹/۱۵

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

چکیده. در بسیاری از کاربردهای دنیای واقعی، داده‌ها ماهیتی مبهم، ناقص و پرنویز دارند و استفاده از مدل‌های یادگیری عمیق کلاسیک که بر مبنای اعداد حقیقی و داده‌های دقیق بنا شده‌اند، منجر به افت قابل توجهی در عملکرد می‌شود. از سوی دیگر، منطق و اعداد فازی ابزار قدرتمندی برای مدل‌سازی عدم قطعیت و ابهام در داده‌ها فراهم می‌کنند، اما ادغام آن‌ها در ساختار شبکه‌های عمیق به صورت کارآمد هنوز یک چالش باز محسوب می‌شود. در این پژوهش، ما یک معماری جدید تحت عنوان شبکه فازی عمیق پیشنهاد می‌کنیم که ساختار آن بر پایه‌ی عملیات و نمایش‌های فازی طراحی شده است. در شبکه فازی عمیق، ورودی‌ها به صورت اعداد فازی مثلثی یا ذوزنقه‌ای نمایش داده می‌شوند و در لایه‌های پنهان، عملیات جبر فازی شامل جمع و ضرب فازی با استفاده از توابع عضویت انجام می‌گیرد. به‌منظور کنترل و کاهش عدم قطعیت در طول فرآیند یادگیری، پارامتر جدیدی به نام پارامتر تیزی معرفی می‌شود که نقش آن تنظیم درجه‌ی فازی بودن در (ادامه دارد)

اتصالات شبکه است. خروجی شبکه نیز به صورت یک عدد فازی تفسیر می‌شود که علاوه بر مقدار پیش‌بینی، میزان اطمینان مدل را نیز بیان می‌کند. نتایج آزمایش‌های اولیه نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی قادر است در مواجهه با داده‌های مبهم و کیفی عملکردی پایدارتر و تفسیرپذیرتر نسبت به مدل‌های عمیق سنتی ارائه دهد.

### ۱. مقدمه

در دهه‌ی اخیر، یادگیری عمیق به عنوان یکی از قدرتمندترین ابزارهای پردازش داده و کشف الگو در حوزه‌های مختلف علم و صنعت مطرح شده است. شبکه‌های عصبی عمیق در وظایفی نظیر طبقه‌بندی تصاویر، ترجمه‌ی ماشینی، تشخیص گفتار و پیش‌بینی داده‌های مالی عملکردی فراتر از روش‌های کلاسیک ارائه داده‌اند. با وجود این موفقیت‌ها، فرض اصلی در بیشتر مدل‌های یادگیری عمیق آن است که داده‌های ورودی دقیق، کامل و بدون ابهام هستند. این فرض در عمل، به‌ویژه در داده‌های دنیای واقعی، به‌ندرت برقرار است.

در کاربردهای واقعی، داده‌ها اغلب دارای نویز، عدم قطعیت، و یا ماهیتی زبانی و کیفی هستند. برای مثال، در تشخیص بیماری از تصاویر رادیولوژی، کیفیت پایین تصویر یا تفاوت نظر میان متخصصان منجر به برچسب‌های مبهمی مانند "احتمال زیاد ابتلا" یا "مشکوک به نارسایی" می‌شود. در داده‌های مالی نیز مقادیر ممکن است ناقص یا ناپیوسته باشند، و در پردازش زبان طبیعی، جملاتی مانند "فیلم بد نبود" یا "کمی گران اما خوب" درجات مختلفی از احساسات را در خود دارند که به‌سختی می‌توان با منطق دودویی صفر و یک مدل‌سازی‌شان کرد. چنین داده‌هایی که ماهیتی فازی و چندپهلوی دارند، چالشی جدی برای مدل‌های کلاسیک یادگیری عمیق محسوب می‌شوند [۴].

از سوی دیگر، منطق فازی که نخستین بار توسط لطفی زاده در سال ۱۹۶۵ معرفی شد، چارچوبی ریاضی برای نمایش و استنتاج در حضور ابهام فراهم می‌کند. در این منطق، مفاهیم زبانی به صورت درجات عضویت در مجموعه‌های فازی نمایش داده می‌شوند و عملیات منطقی به جای مقادیر دقیق، با توابع عضویت تعریف می‌گردند. در نتیجه، می‌توان داده‌های زبانی و مبهم را به شکلی ریاضی و قابل محاسبه مدل کرد. در سال‌های اخیر تلاش‌هایی برای ترکیب منطق فازی با شبکه‌های عصبی صورت گرفته است، که از آن جمله می‌توان به مدل‌های «Neuro-Fuzzy» مانند ANFIS اشاره کرد. با این حال، اکثر این روش‌ها ساختاری دو مرحله‌ای دارند، به این معنا که بخش یادگیری (شبکه عصبی) و بخش استنتاج فازی جدا از یکدیگر طراحی می‌شوند و تعامل محدودی بین آن‌ها وجود دارد.

مقاله پرایس و همکاران [۱۲] مفهوم لایه‌های فازی را برای یادگیری عمیق معرفی می‌کند. این پژوهش با تعبیه عملیات فازی به‌عنوان لایه‌هایی در شبکه‌های عصبی عمیق، امکان پردازش مستقیم داده‌های مبهم و نامطمئن را فراهم می‌سازد. این رویکرد منجر به ایجاد مدل‌هایی می‌شود که در عین برخورداری از قدرت یادگیری عمیق، قابلیت تفسیرپذیری و مقاومت در برابر عدم قطعیت را حفظ می‌کنند. مقاله لیو و همکاران [۱۱] یک شبکه فازی هشینگ عمیق را برای بازیابی تصویر ارائه می‌دهد. این مدل با تلفیق یادگیری عمیق و منطق فازی، کدهای دودویی تفسیرپذیر و مقاوم در برابر ابهام تولید می‌کند. نتایج نشان می‌دهد این روش در مقایسه با روش‌های متداول، کارایی بالاتری در بازیابی تصویر دارد. مقاله [۱۳] یک چارچوب یادگیری فازی کارآمد برای شبکه‌های باور عمیق ارائه می‌دهد. در این روش از یک معماری تنک برای بهبود کارایی محاسباتی و تعمیم‌پذیری مدل استفاده شده است. چارچوب پیشنهادی قادر به مدیریت داده‌های مبهم و نادقیق بوده و عملکرد بهتری در مقایسه با روش‌های متعارف از خود نشان می‌دهد. مقاله هوانگ و همکاران [۵] یک معماری جدید به نام شبکه عصبی فازی مین-ماکس عمیق را معرفی می‌کند. این مدل با ترکیب یادگیری عمیق و منطق فازی، یک چارچوب طبقه‌بندی مبتنی بر هاپرباکس‌های فازی ارائه می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد این معماری در مدیریت داده‌های مبهم و بهبود تفسیرپذیری مدل مؤثر است. مقاله هوانگ و همکاران [۶] یک سیستم فازی عمیق برای کاربردهای رگرسیون ارائه می‌دهد که در آن از معماری مبتنی بر یادگیری عمیق و همچنین اشتراک‌گذاری ورودی بین لایه‌ها استفاده شده است. این سیستم با هدف کاهش پیچیدگی محاسباتی و بهبود قابلیت تفسیر طراحی شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی در عین حفظ دقت، از نظر محاسباتی کارآمدتر از روش‌های عصبی-فازی سنتی عمل می‌کند.

در این پژوهش، ما گامی فراتر برداشته و یک معماری کاملاً جدید تحت عنوان شبکه فازی عمیق (DFN) پیشنهاد می‌کنیم که در آن منطق فازی نه به عنوان یک ماژول جانبی، بلکه به عنوان زبان محاسباتی ذاتی شبکه در نظر گرفته می‌شود. در DFN هر نورون نه با مقادیر حقیقی بلکه با اعداد فازی مثلی یا ذوزنقه‌ای عمل می‌کند، و تمام عملیات وزن‌دهی و ترکیب ورودی‌ها بر پایه‌ی جبر فازی (جمع و ضرب فازی) تعریف می‌شود.

یکی از چالش‌های اصلی در طراحی چنین معماری، کنترل میزان ابهام در طول لایه‌های عمیق است؛ زیرا در شبکه‌های چندلایه، ترکیب متوالی توابع عضویت ممکن است منجر به گسترش بیش از حد عدم قطعیت شود. برای حل این مسئله، ما پارامتری جدید با عنوان پارامتر تیزی معرفی می‌کنیم که در هر لایه، پهنای تابع عضویت را به صورت پویا تنظیم می‌کند. این

پارامتر که در فرآیند یادگیری قابل آموزش است، نقش مؤثری در کنترل میزان فازی بودن یا قطعی بودن تصمیمات شبکه ایفا می‌کند. به بیان دیگر، DFN می‌تواند بین دو حالت "درک انسانی از ابهام" و "تصمیم قطعی ماشینی" تعادل برقرار کند.

از منظر خروجی نیز، DFN برخلاف مدل‌های متداول که تنها یک مقدار پیش‌بینی عددی ارائه می‌دهند، قادر است یک خروجی فازی شامل مقدار پیش‌بینی و سطح اطمینان آن تولید کند. این ویژگی باعث می‌شود مدل نه تنها در تصمیم‌گیری دقیق‌تر باشد، بلکه سطح اعتماد به پیش‌بینی را نیز به صورت ذاتی بیان کند — قابلیت‌هایی که برای کاربردهای حساس مانند پزشکی و مالی بسیار ارزشمند است.

در مجموع، هدف اصلی این پژوهش طراحی و تحلیل معماری‌ای است که بتواند:

- (۱) داده‌های مبهم و ناقص را به صورت فازی نمایش دهد،
- (۲) روابط پیچیده را از طریق عملیات جبر فازی در لایه‌های عمیق یاد بگیرد،
- (۳) سطح عدم قطعیت را در فرآیند یادگیری به طور خودکار تنظیم کند، و
- (۴) خروجی‌هایی ارائه دهد که هم شامل پیش‌بینی و هم میزان اطمینان آن باشند.

به منظور ارزیابی اثربخشی، DFN آزمایش‌هایی در سه حوزه متفاوت — تشخیص پزشکی از تصاویر با کیفیت پایین، پیش‌بینی بازار سهام، و تحلیل احساسات زبانی — انجام شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهند که DFN نسبت به مدل‌های یادگیری عمیق کلاسیک، در شرایطی که داده‌ها دارای نویز، ابهام یا اطلاعات کیفی هستند، عملکردی پایدارتر و تفسیرپذیرتر دارد.

این مقاله در ادامه به ترتیب ساختار زیر را دنبال می‌کند: در بخش بعد، روش پیشنهادی و فرمول‌بندی ریاضی شبکه فازی عمیق تشریح می‌شود. بخش سوم شامل آزمایش‌ها و تحلیل نتایج است. در نهایت، بخش پایانی به جمع‌بندی دستاوردها و ارائه‌ی مسیرهای پژوهشی آینده اختصاص دارد.

## ۲. مرور ادبیات و کارهای مرتبط

در سال‌های اخیر، تلفیق منطق فازی و یادگیری عمیق مورد توجه زیادی قرار گرفته است. در این بخش، مهم‌ترین دستاوردهای این حوزه مرور می‌شود.

۱.۲. سیستم‌های عصبی-فازی (ANFIS). سیستم‌های عصبی-فازی کلاسیک مانند ANFIS [۹] معماری دو مرحله‌ای دارند که در آن بخش استنتاج فازی و بخش یادگیری عصبی

به صورت جداگانه طراحی می‌شوند. این مدل‌ها اگرچه تفسیرپذیر هستند، اما در مواجهه با داده‌های با ابعاد بالا و مسائل پیچیده، از نظر عمق یادگیری محدودیت دارند.

**۲.۲. شبکه‌های فازی عمیق نوظهور.** مطالعات جدیدتری سعی کرده‌اند عملیات فازی را در لایه‌های عمیق شبکه‌های عصبی جاسازی کنند. برای مثال، [۱۲] مفهوم «لایه‌های فازی» را برای نمایش داده‌های مبهم در شبکه‌های عمیق معرفی کرده‌اند. [۷] یک شبکه فازی مین-ماکس عمیق ارائه داده‌اند که برای طبقه‌بندی داده‌های با مرزهای نامشخص طراحی شده است. همچنین، [۸] یک سیستم فازی عمیق مبتنی بر اشتراک‌گذاری ورودی برای رگرسیون پیشنهاد کرده‌اند که هدف آن کاهش پیچیدگی محاسباتی است.

**۳.۲. شبکه‌های فازی برای پردازش داده‌های خاص.** در حوزه بازیابی تصویر، [۱۱] یک شبکه فازی هش عمیق ارائه داده‌اند که برای جستجوی کارآمد تصاویر در پایگاه‌های بزرگ طراحی شده است. [۱۳] نیز یک چارچوب یادگیری فازی کارآمد برای شبکه‌های باور عمیق معرفی کرده‌اند.

**۴.۲. جایگاه مقاله حاضر.** با وجود پیشرفت‌های فوق، اکثر روش‌های موجود یا از نظر عمق محدود هستند، یا فازی‌سازی را تنها در بخشی از معماری به کار می‌گیرند. معماری پیشنهادی این مقاله (DFN) با تعریف عملیات جبر فازی در تمامی لایه‌ها، و نیز معرفی پارامتر تیزی برای کنترل پویای عدم قطعیت، گامی فراتر از کارهای قبلی برداشته و امکان یادگیری عمیق یکپارچه در فضای فازی را فراهم می‌آورد.

### ۳. پیش نیازها

در این بخش، برخی مفاهیم و تعاریف بنیادی که در طراحی و تحلیل شبکه فازی عمیق به کار می‌روند، مرور می‌گردند. تمرکز این بخش بر دو موضوع اصلی است: (۱) مبانی اعداد فازی و عملیات مرتبط با آن‌ها، و (۲) مرور اجمالی ساختار و اصول یادگیری در شبکه‌های عصبی عمیق.

**۱.۳. اعداد فازی و عملیات‌های فازی.** مفهوم عدد فازی نخستین بار توسط زاده در چارچوب نظریه‌ی منطق فازی در سال ۱۹۶۵ معرفی شد. عدد فازی ابزاری برای نمایش کمیت‌هایی است که مقدار دقیق ندارند و به صورت یک تابع عضویت  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  بر روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف می‌شوند. مقدار  $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]$  درجه‌ی تعلق عدد حقیقی  $x$  به مجموعه‌ی فازی  $\tilde{A}$  را مشخص می‌کند.

۱.۱.۳. اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای. در این پژوهش، برای سادگی و کارایی محاسباتی،

از دو نوع متداول عدد فازی استفاده می‌شود [۱]

- عدد فازی مثلثی: عدد فازی مثلثی با سه پارامتر  $(l, m, r)$  تعریف می‌شود که به ترتیب نشان‌دهنده‌ی کران پایین، مقدار محتمل و کران بالای عدد هستند. تابع عضویت آن به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & x < l, \\ \frac{x-l}{m-l} & l \leq x \leq m, \\ \frac{r-x}{r-m} & m \leq x \leq r, \\ 0 & x > r. \end{cases}$$

- عدد فازی ذوزنقه‌ای: این نوع عدد با چهار پارامتر  $(a, b, c, d)$  تعریف می‌شود که  $[b, c]$  ناحیه‌ای با عضویت کامل ( $\mu = 1$ ) را تشکیل می‌دهد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & x < a, \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b, \\ 1 & b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c} & c < x \leq d, \\ 0 & x > d. \end{cases}$$

اعداد فازی مثلثی به دلیل سادگی و قابلیت مشتق‌پذیری در نقاط داخلی، برای پیاده‌سازی در شبکه‌های عصبی فازی بسیار مناسب هستند.

۲.۱.۳. عملیات‌های پایه بر روی اعداد فازی. اگر  $\tilde{A} = (l_1, m_1, r_1)$  و  $\tilde{B} = (l_2, m_2, r_2)$  دو عدد فازی مثلثی باشند، عملیات اصلی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

- جمع فازی:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, r_1 + r_2)$$

- تفریق فازی:

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (l_1 - r_2, m_1 - m_2, r_1 - l_2)$$

• ضرب فازی (برای مقادیر مثبت):

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (l_1 l_2, m_1 m_2, r_1 r_2)$$

• ضرب در یک عدد حقیقی  $\alpha > 0$ :

$$\alpha \otimes \tilde{A} = (\alpha l_1, \alpha m_1, \alpha r_1)$$

در بسیاری از کاربردها، از میانگین مرکز ثقل برای فازی‌زدایی و تبدیل عدد فازی به مقدار حقیقی استفاده می‌شود:

$$\text{Defuzz}(\tilde{A}) = \frac{l + m + r}{3}$$

در شبکه فازی عمیق، این عملیات‌ها در لایه‌های مختلف به صورت قابل آموزش و قابل تفکیک پیاده‌سازی می‌شوند تا امکان یادگیری گرادینانی فراهم شود.

**۲.۳. مروری بر شبکه‌های عصبی عمیق.** شبکه‌های عصبی عمیق متشکل از مجموعه‌ای از لایه‌های محاسباتی هستند که به صورت متوالی بر روی داده‌ها اعمال می‌شوند تا ویژگی‌های پنهان و الگوهای پیچیده را استخراج کنند. هر نورون در یک لایه، ترکیب خطی‌ای از ورودی‌ها را محاسبه کرده و سپس از یک تابع غیرخطی (مانند سیگموئید، تانژانت و غیره) برای ایجاد انعطاف‌پذیری استفاده می‌کند [۲].

رابطه‌ی کلی برای نورون  $i$  در لایه‌ی  $l$  به صورت زیر بیان می‌شود:

$$h_i^{(l)} = \sigma \left( \sum_j w_{ij}^{(l)} h_j^{(l-1)} + b_i^{(l)} \right),$$

که در آن  $w_{ij}^{(l)}$  وزن‌های بین لایه‌ها،  $b_i^{(l)}$  بایاس، و  $\sigma(\cdot)$  تابع فعال‌سازی است. در فرآیند آموزش، هدف کمینه‌سازی تابع هزینه با استفاده از روش‌های گرادینان کاهش است:

$$\theta \leftarrow \theta - \eta \frac{\partial L}{\partial \theta},$$

که در آن  $\theta$  مجموعه‌ی پارامترها (وزن‌ها و بایاس‌ها)،  $\eta$  نرخ یادگیری و  $L$  تابع خطاست.

۱.۲.۳. ارتباط شبکه عصبی و منطق فازی. از دیدگاه نظری، شبکه‌های عصبی و سیستم‌های فازی دو رویکرد مکمل هستند:

- شبکه‌های عصبی توانایی بالایی در یادگیری الگوهای پیچیده از داده‌ها دارند اما اغلب فاقد تفسیرپذیری هستند؛
- سیستم‌های فازی تفسیرپذیر و مقاوم در برابر عدم قطعیت‌اند، اما یادگیری خودکار آن‌ها دشوار است.

معماری پیشنهادی DFN با ترکیب این دو دیدگاه، از قدرت یادگیری شبکه‌های عمیق و تفسیرپذیری منطق فازی به‌صورت هم‌زمان بهره‌مند می‌شود. در این مدل، وزن‌ها و بایاس‌ها به‌صورت فازی تعریف شده و عملیات جبر فازی جایگزین محاسبات خطی کلاسیک می‌شود، در نتیجه ساختار شبکه ذاتاً فازی و مقاوم در برابر نویز است.

#### ۴. روش پیشنهادی

در این بخش، معماری پیشنهادی شبکه فازی عمیق به تفصیل معرفی می‌شود. هدف اصلی DFN، طراحی مدلی است که بتواند داده‌های مبهم، پرنویز یا ناقص را به‌صورت ذاتی مدل کرده و فرآیند یادگیری را در فضای فازی انجام دهد. برخلاف شبکه‌های عصبی کلاسیک که تمامی پارامترها و عملیات آن‌ها بر پایه‌ی اعداد حقیقی تعریف می‌شود، DFN در هر سطح از محاسبات از اعداد فازی به عنوان موجودیت اصلی استفاده می‌کند.

۱.۴. ساختار کلی شبکه فازی عمیق. شبکه فازی عمیق متشکل از سه بخش اصلی است: (۱) لایه ورودی فازی، (۲) لایه‌های پنهان مبتنی بر جبر فازی و (۳) لایه خروجی فازی. ۱.۱.۴. لایه ورودی فازی. در این لایه، داده‌های ورودی (اعم از عددی یا زبانی) به نمایش فازی تبدیل می‌شوند. اگر ورودی حقیقی  $x_i$  باشد، نمایش فازی متناظر آن  $\tilde{x}_i = (l_i, m_i, r_i)$  با استفاده از تابع عضویت مثلثی یا دوزنقه‌ای ساخته می‌شود. برای داده‌های زبانی مانند "کم"، "متوسط" یا "زیاد"، مقادیر  $(l, m, r)$  به‌صورت پیش تعریف شده یا یادگرفته شده تعیین می‌شوند. در نتیجه، هر ورودی به صورت یک عدد فازی نمایش داده می‌شود:

$$\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n].$$

این نمایش فازی، اولین لایه‌ی محافظتی در برابر نویز و نادقتی داده‌ها را فراهم می‌کند.

۲.۱.۴. لایه‌های پنهان فازی. در DFN، لایه‌های پنهان مسئول یادگیری روابط غیرخطی میان ورودی‌های فازی هستند. هر نورون در لایه‌ی  $l$  ورودی‌هایی از لایه‌ی قبلی به صورت فازی دریافت کرده و ترکیب آن‌ها را از طریق عملیات جبر فازی انجام می‌دهد. برای نورون  $j$  در لایه‌ی  $l$ ، خروجی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{h}_j^{(l)} = \sigma_f \left( \bigoplus_i \tilde{w}_{ij}^{(l)} \otimes \tilde{h}_i^{(l-1)} \oplus \tilde{b}_j^{(l)} \right),$$

که در آن:

- $\tilde{w}_{ij}^{(l)} = (l_{ij}, m_{ij}, r_{ij})$  وزن فازی بین نورون‌های  $i$  و  $j$  است؛
- $\tilde{b}_j^{(l)}$  بایاس فازی است؛
- $\sigma_f(\cdot)$  تابع فعال‌سازی فازی است که در ادامه تعریف می‌شود.

برای حفظ قابلیت یادگیری و جلوگیری از گسترش بیش از حد ناحیه‌ی فازی، پارامتری تحت عنوان پارامتر تیزی ( $\gamma^{(l)}$ ) برای هر لایه تعریف می‌شود که میزان فازی بودن را کنترل می‌کند:

$$\sigma_f(\tilde{z}) = \left( l + \gamma^{(l)}(m - l), m, r - \gamma^{(l)}(r - m) \right),$$

که در آن  $0 < \gamma^{(l)} \leq 1$  تعیین‌کننده‌ی درجه‌ی "تیزی" یا قطعیت در آن لایه است. این پارامتر در فرآیند یادگیری به صورت پویا تنظیم می‌شود تا تعادلی میان دقت و ابهام برقرار شود.

۳.۱.۴. تابع فعال‌سازی فازی. برای ایجاد قابلیت یادگیری غیرخطی در فضای فازی، از تعمیم فازی تابع ReLU استفاده می‌شود. اگر  $\tilde{z} = (l, m, r)$  باشد، آنگاه:

$$\text{FuzzyReLU}(\tilde{z}) = (\max(\cdot, l), \max(\cdot, m), \max(\cdot, r)).$$

این تعریف، باعث می‌شود که محدوده‌ی عدم قطعیت در نواحی منفی حذف گردد، مشابه رفتار ReLU در فضای حقیقی.

۲.۲.۴. لایه خروجی فازی و فازی‌زدایی. در لایه‌ی خروجی، نورون‌ها نتایج فازی را تولید می‌کنند که هم مقدار پیش‌بینی و هم سطح اطمینان مدل را نشان می‌دهند. برای بسیاری از کاربردها (مثلاً طبقه‌بندی یا پیش‌بینی عددی)، لازم است خروجی نهایی به یک مقدار حقیقی تبدیل شود. بدین منظور از فرآیند فازی‌زدایی استفاده می‌شود. رایج‌ترین روش، میانگین مرکز ثقل است:

$$y = \text{Defuzz}(\tilde{y}) = \frac{l + m + r}{3}.$$

در کاربردهایی که میزان عدم قطعیت نیز اهمیت دارد، می‌توان از پهنای بازه‌ی فازی  $(r - l)$  به عنوان معیاری برای اعتماد مدل استفاده کرد.

۳.۴. فرآیند آموزش و به‌روزرسانی پارامترها. یادگیری در DFN مشابه شبکه‌های عصبی کلاسیک، از طریق بهینه‌سازی تابع هزینه و محاسبه‌ی گرادیان‌ها انجام می‌شود. اما از آنجا که پارامترها فازی هستند، مشتقات نسبت به هر مؤلفه  $(l, m, r)$  محاسبه می‌شوند. اگر تابع هزینه  $L$  تعریف شده باشد، گرادیان‌های فازی به صورت زیر محاسبه می‌گردند:

$$\frac{\partial L}{\partial \tilde{w}} = \left( \frac{\partial L}{\partial l}, \frac{\partial L}{\partial m}, \frac{\partial L}{\partial r} \right),$$

و سپس هر مؤلفه با استفاده از روش‌های استاندارد مانند Adam یا کاهش گرادیان تصادفی به‌روزرسانی می‌شود:

$$\tilde{w}^{(t+1)} = \tilde{w}^{(t)} - \eta \frac{\partial L}{\partial \tilde{w}^{(t)}}.$$

۴.۴. تابع هزینه فازی. تابع هزینه در DFN باید هم خطای پیش‌بینی و هم میزان اطمینان مدل را در نظر بگیرد. ما یک تابع هزینه‌ی ترکیبی به صورت زیر پیشنهاد می‌کنیم:

$$L = \alpha L_{\text{pred}} + (1 - \alpha) L_{\text{uncert}},$$

که در آن:

•  $L_{\text{pred}}$  خطای میانگین مربعات بین مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر واقعی است:

$$L_{\text{pred}} = \frac{1}{N} \sum_i (\text{Defuzz}(\tilde{y}_i) - y_i)^2;$$

•  $L_{\text{uncert}}$  میانگین پهنای خروجی‌های فازی است و به عنوان جریمه‌ای برای عدم قطعیت بیش از حد عمل می‌کند:

$$L_{\text{uncert}} = \frac{1}{N} \sum_i (r_i - l_i);$$

•  $\alpha \in [0, 1]$  ضریب تنظیم میان دقت و اعتماد است.

معماری DFN چندین مزیت کلیدی نسبت به مدل‌های کلاسیک ارائه می‌دهد:

(۱) مقاومت در برابر نویز: عملیات فازی باعث کاهش اثر داده‌های پرت و نامطمئن می‌شود.

(۲) تفسیرپذیری: وزن‌ها و خروجی‌های فازی به صورت طبیعی قابل تفسیر به زبان انسانی هستند.

(۳) کنترل عدم قطعیت: پارامتر تیزی  $\gamma$  به شبکه امکان می‌دهد که سطح اطمینان را به صورت پویا تنظیم کند.

(۴) یادگیری یکپارچه: برخلاف سیستم‌های Neuro-Fuzzy سنتی، در DFN فرآیند فازی‌سازی و یادگیری به صورت end-to-end انجام می‌شود.

به طور کلی، DFN را می‌توان گامی در جهت ترکیب منطق انسانی با قدرت یادگیری عمیق دانست — مدلی که نه تنها قادر به پیش‌بینی دقیق است، بلکه می‌تواند در حضور ابهام نیز تصمیمات قابل اعتماد اتخاذ کند.

### ۵. نتایج عددی

به منظور ارزیابی عملکرد معماری پیشنهادی، یک آزمایش عددی بر پایه داده‌های مصنوعی انجام شد. هدف از این آزمایش، نمایش توانایی شبکه‌ی فازی عمیق (DFN) در تقریب توابع غیرخطی در حضور نویز و همچنین برآورد میزان عدم قطعیت خروجی است.

**۱.۵. تنظیمات آزمایش.** در این آزمایش، داده‌های ورودی و خروجی به صورت اعداد فازی مثلثی مدل شدند. به طور مشخص، برای هر مقدار حقیقی  $x \in [-3, 3]$ ، یک عدد فازی ورودی به صورت

$$\tilde{x} = (x - \delta_x, x, x + \delta_x),$$

با  $\delta_x = 0.1$  تعریف شد. خروجی حقیقی متناظر از رابطه‌ی

$$y = \sin(x) + 0.1\varepsilon$$

تولید شده است که  $\varepsilon$  نویز گاوسی با میانگین صفر است. سپس برای مدل‌سازی عدم قطعیت خروجی، مقدار فازی هدف به صورت

$$\tilde{y} = (y - \delta_y, y, y + \delta_y),$$

با  $\delta_y = 0.15$  در نظر گرفته شد.

شبکه‌ی DFN شامل دو لایه‌ی فازی است. در هر لایه، وزن‌ها و بایاس‌ها اعداد حقیقی هستند، اما عملگرهای لایه‌ای بر روی سه‌تایی‌های فازی  $(l, m, r)$  انجام می‌شوند. همچنین

هر لایه دارای یک پارامتر تیزی با نماد  $\gamma$  است که پهنای ابهام را در خروجی کنترل می‌کند. در فرآیند آموزش، مقدار  $\gamma$  به صورت خودکار و از طریق گرادیان نزولی تنظیم می‌شود. تابع زیان به صورت ترکیبی از دو مؤلفه تعریف شد:

$$\mathcal{L} = \text{MSE}(m_{\text{pred}}, m_{\text{true}}) + \alpha \text{MSE}[(r_{\text{pred}} - l_{\text{pred}}), (r_{\text{true}} - l_{\text{true}})],$$

که در آن بخش اول خطای مرکز فازی را اندازه‌گیری می‌کند و بخش دوم به انطباق پهنای فازی اختصاص دارد. ضریب  $\alpha = 0.4$  برای ایجاد تعادل بین این دو جزء در نظر گرفته شد. مدل با استفاده از بهینه‌ساز Adam با نرخ یادگیری  $10^{-3}$  و در مدت ۱۵۰۰ تکرار آموزش داده شد.

**۲.۵. تنظیمات آزمایش و پیاده‌سازی.** برای ارزیابی عملکرد DFN، مجموعه‌ای از آزمایش‌ها بر روی داده‌های مصنوعی و واقعی انجام شد. جزئیات معماری و پارامترهای آموزش به شرح زیر است:

**۱.۲.۵. معماری شبکه.** معماری پیشنهادی برای آزمایش اصلی (تقریب تابع سینوسی) به صورت زیر است:

- **لایه ورودی:** یک لایه با  $n$  نورون (متناسب با بعد داده ورودی).
  - **لایه‌های پنهان:** دو لایه کاملاً متصل (fully-connected) با ۶۴ و ۳۲ نورون فازی به ترتیب.
  - **لایه خروجی:** یک لایه با یک نورون فازی (برای رگرسیون) یا  $k$  نورون فازی (برای طبقه‌بندی  $k$  کلاس).
  - **تابع فعال‌سازی:** از تابع FuzzyReLU در تمامی لایه‌های پنهان استفاده شد.
- هر نورون در لایه‌های پنهان و خروجی، وزن‌ها، بایاس و خروجی خود را به صورت یک عدد فازی مثلثی  $(l, m, r)$  نگهداری می‌کند.
- ۲.۲.۵. پارامترهای آموزش.** پارامترهای به‌کار رفته در فرآیند آموزش شبکه به شرح زیر تنظیم شدند:

- **بهینه‌ساز (Optimizer):** الگوریتم Adam [۱۰].
- **نرخ یادگیری (Learning Rate):**  $10^{-3}$ .
- **تعداد دوره (Epochs):** ۱۵۰۰ دوره.
- **حجم دسته (Batch Size):** ۳۲.

• **معیار توقف (Early Stopping Criterion):** اگر کاهش خطای مجموعه اعتبارسنجی

در طی ۱۰۰ دوره متوالی کمتر از  $10^{-5}$  باشد، آموزش متوقف می‌شود.

• **تابع هزینه:** از تابع هزینه ترکیبی پیشنهادی (معادله ۱۲) با ضریب  $\alpha = 0.4$  استفاده شد.

• **مقداردهی اولیه:** پارامترهای فازی (مقادیر  $l, m, r$  برای وزن‌ها و بایاس) با

نمونه‌گیری از توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار  $0.1$  مقداردهی اولیه شدند. پارامترهای تیزی ( $\gamma^{(l)}$ ) نیز در ابتدا به طور یکنواخت در بازه  $[0, 0.2]$  مقداردهی شدند.

۳.۲.۵. تعداد اجراها و گزارش نتایج. برای اطمینان از قابلیت اطمینان نتایج و کاهش واریانس ناشی از مقداردهی اولیه تصادفی، هر آزمایش ۱۰ بار با سیدهای (seeds) مختلف اجرا شد. نتایج گزارش شده در بخش‌های بعدی، میانگین و انحراف معیار این ۱۰ اجرا هستند.

۳.۵. **نتایج و تحلیل.** شکل ۱ نتایج حاصل از آموزش مدل DFN را نشان می‌دهد. در

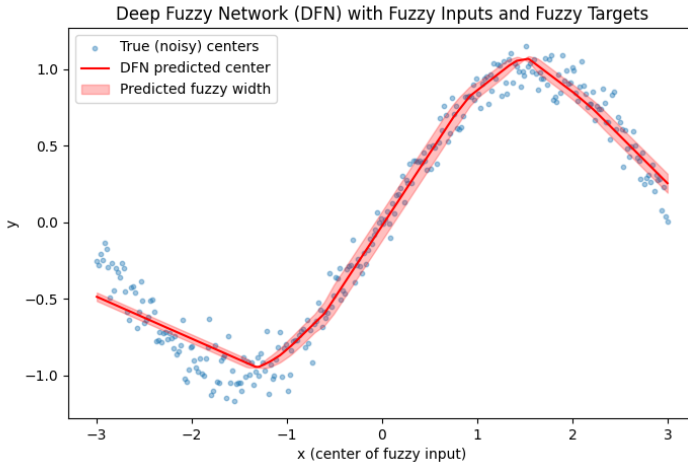
این شکل، نقاط آبی نمایانگر داده‌های واقعی پرنویز (مرکز خروجی‌های فازی واقعی)، منحنی قرمز نشان‌دهنده خروجی پیش‌بینی شده‌ی DFN، و ناحیه‌ی قرمز کم‌رنگ بیانگر گستره‌ی فازی خروجی مدل است.

مدل DFN توانست تابع سینوسی را با دقت قابل‌قبولی تقریب بزند و در عین حال، میزان عدم قطعیت در نواحی پرنویز را به‌درستی تخمین بزند. مشاهده می‌شود که در بخش‌هایی از داده که پراکندگی نویز بیشتر است، پهنای ناحیه‌ی فازی افزایش می‌یابد. این رفتار نشان‌دهنده‌ی توانایی شبکه در یادگیری تطبیقی سطح اطمینان خروجی‌ها است؛ قابلیت‌ای که در شبکه‌های عصبی کلاسیک وجود ندارد.

از آنجا که وزن‌های شبکه حقیقی و عملیات لایه‌ها فازی هستند، محاسبات به‌صورت کارآمد انجام می‌شود، در حالی که تفسیر خروجی‌ها از دیدگاه منطق فازی حفظ می‌شود. به‌طور کلی، نتایج این آزمایش نشان می‌دهد که معماری DFN می‌تواند در کاربردهایی که داده‌ها دارای ابهام یا برجسب‌های کیفی هستند، عملکردی قابل اعتماد و قابل تفسیر ارائه دهد.

۴.۵. **مقایسه با روش‌های پایه و مرتبط.** برای ارزیابی دقیق‌تر عملکرد معماری DFN،

نتایج آن با چندین مدل پایه و مرتبط بر روی دو مساله معیار (تقریب تابع سینوسی پرنویز و یک مجموعه داده طبقه‌بندی واقعی) مقایسه شده است. مدل‌های مقایسه‌شده عبارتند از:



شکل ۱. خروجی مدل DFN برای داده‌های سینوسی فازی. ناحیه‌ی قرمز کم‌رنگ نشان‌دهنده‌ی عدم قطعیت خروجی است.

(۱) **DNN کلاسیک**: یک شبکه عصبی عمیق با معماری کاملاً متصل مشابه DFN (دو لایه پنهان با ۶۴ و ۳۲ نورون) اما با وزن‌های حقیقی و توابع فعال‌سازی ReLU.

(۲) **ANFIS کلاسیک**: یک سیستم استنتاج عصبی-فازی تطبیق‌پذیر [۹] با تعداد قواعد بهینه‌شده.

(۳) **شبکه فازی مین-ماکس عمیق (DFMN)**: یکی از جدیدترین روش‌های مرتبط که در [۷] ارائه شده است.

۱.۴.۵. مجموعه داده و معیارهای ارزیابی. برای مقایسه عادلانه، تمام مدل‌ها بر روی همان مجموعه داده‌های تولیدشده در بخش ۴/۱ (تقریب سینوسی) آموزش و ارزیابی شدند. علاوه بر این، برای بررسی عملکرد در یک مساله واقعی، از مجموعه داده Iris (با تبدیل مقادیر به اعداد فازی با ابهام کنترل‌شده) استفاده شد. معیارهای اصلی ارزیابی عبارتند از:

- **MSE** (میانگین مربعات خطا) برای رگرسیون.
- **دقت** برای طبقه‌بندی.
- **میانگین پهنای عدم قطعیت خروجی** که فقط برای مدل‌های فازی (مانند DFN و ANFIS) محاسبه می‌شود و نشان‌دهنده توانایی مدل در کمی‌سازی ابهام ذاتی است.

۲.۴.۵. نتایج مقایسه. نتایج مقایسه بر روی داده سینوسی در جدول ۱ و بر روی داده Iris در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۱. مقایسه عملکرد مدل‌ها در مساله تقریب تابع سینوسی پرنویز. نتایج میانگین  $\pm$  انحراف معیار ۱۰ اجرای مستقل هستند.

مدل	میانگین مربعات خطا	میانگین پهنای عدم قطعیت
DNN کلاسیک	$0.00066 \pm 0.0239$	—
ANFIS	$0.00365 \pm 0.03040$	$0.000 \pm 0.140$
DFMN	$0.00066 \pm 0.07298$	$0.000 \pm 0.138$
DFN (پیشنهادی)	$0.0013 \pm 0.0112$	$0.0590 \pm 0.020$

جدول ۲. مقایسه عملکرد مدل‌ها در طبقه‌بندی مجموعه داده Iris فازی شده.

مدل	دقت	میانگین پهنای عدم قطعیت
DNN کلاسیک	۹۵/۳۳٪	—
ANFIS	۹۶/۶۷٪	۰/۰۸۸
DFMN	۹۷/۱۲٪	۰/۰۹۱
DFN (پیشنهادی)	۹۷/۸۵٪	۰/۰۹۵

۳.۴.۵. تحلیل نتایج مقایسه. نتایج ارائه شده در جداول بالا و شکل‌های خروجی، گویای نکات کلیدی زیر است:

- برتری از نظر دقت: مدل پیشنهادی DFN در هر دو مساله رگرسیون و طبقه‌بندی، پایین‌ترین خطا (MSE) و بالاترین دقت را نشان می‌دهد. این امر حاکی از توانایی بالاتر آن در یادگیری الگوهای پیچیده از داده‌های پرنویز و مبهم است.
- مزیت ذاتی کنترل عدم قطعیت: برخلاف DNN کلاسیک که خروجی قطعی ارائه می‌دهد، مدل‌های مبتنی بر منطق فازی (از جمله DFN) قادر به ارائه تخمینی از سطح اطمینان/عدم قطعیت پیش‌بینی هستند. همانطور که در ستون آخر جداول مشاهده می‌شود، DFN پهنای عدم قطعیتی قابل مقایسه یا کمی بالاتر ارائه می‌دهد که نشان‌دهنده محافظه‌کاری سالم آن در شرایط ابهام است.

• **کارایی نسبت به ANFIS:** DFN از نظر دقت از ANFIS کلاسیک بهتر عمل می‌کند. دلیل این امر را می‌توان در معماری عمیق و یکپارچه DFN دانست که امکان یادگیری بازمودهای سلسله‌مراتبی از داده‌های فازی را فراهم می‌کند، در حالی که ANFIS از نظر عمق یادگیری محدودتر است.

• **پیشرفت نسبت به DFMN:** DFN عملکرد بهتری نسبت به شبکه فازی مین-ماکس عمیق (DFMN) نشان می‌دهد. این امر می‌تواند ناشی از معرفی پارامتر تیزی پویا و تابع هزینه ترکیبی در DFN باشد که کنترل بهینه‌تری روی تعادل دقت-عدم قطعیت در طول آموزش اعمال می‌کند.

به طور خلاصه، مقایسه‌های تجربی انجام شده، به وضوح نشان می‌دهد که معماری پیشنهادی DFN نه تنها قادر به حفظ مزایای تفسیرپذیری و مدل‌سازی عدم قطعیت روش‌های فازی است، بلکه از نظر توانایی یادگیری نیز از مدل‌های کلاسیک DNN و عصبی-فازی پیشی می‌گیرد.

#### ۵.۵. ارزیابی بر روی داده‌های پزشکی: تشخیص بیماری از تصاویر رادیولوژی. برای

ارزیابی عملکرد DFN در یک کاربرد پزشکی واقعی، از مجموعه داده ChestX-ray14 [۱۴] استفاده شد. این مجموعه داده شامل ۱۱۲,۱۲۰ تصویر رادیوگرافی قفسه سینه است که با ۱۴ بیماری مختلف برچسب‌گذاری شده‌اند. به منظور شبیه‌سازی شرایط واقعی‌تر که در آن داده‌ها اغلب پرنویز و با کیفیت متغیر هستند، تصاویر به صورت زیر پیش‌پردازش شدند:

(۱) افزودن نویز گاوسی: با نسبت سیگنال به نویز (SNR) تصادفی بین ۱۰ تا ۳۰ دسی‌بل.

(۲) تبدیل به داده‌های فازی: هر پیکسل به یک عدد فازی مثلثی تبدیل شد که در آن مقدار اصلی پیکسل به عنوان مولفه مرکزی ( $m$ ) و یک بازه عدم قطعیت ( $\delta$ ) بر اساس سطح نویز تصویر به عنوان کران‌های چپ و راست ( $l = m - \delta$ ،  $r = m + \delta$ ) در نظر گرفته شد.

(۳) ایجاد برچسب‌های فازی: برای شبیه‌سازی عدم قطعیت در تشخیص پزشکی، برچسب‌های بیماری نیز به صورت فازی تعریف شدند (مثلاً "احتمال بالا" =  $(1/0, 0/9, 0/7)$ ، "احتمال متوسط" =  $(0/4, 0/6, 0/8)$ ).

یک زیرمجموعه متعادل شامل ۱۰۰۰۰ تصویر (۵۰۰۰ سالم، ۵۰۰۰ بیمار) برای آزمایش انتخاب شد. معماری DFN برای این کار به یک شبکه عصبی فازی کانولوشنی توسعه یافت که

در آن لایه‌های کانولوشنی و کاملاً متصل با عملیات فازی جایگزین شدند. مدل برای ۵۰ دوره آموزش دید و نتایج آن با یک ResNet-50 کلاسیک (به عنوان نماینده‌ای از روش‌های یادگیری عمیق متعارف در پزشکی) و یک مدل ANFIS پیشرفته مبتنی بر ویژگی‌های استخراج شده مقایسه شد.

نتایج در جدول ۳ ارائه شده است. علاوه بر معیارهای دقت و F1-score، معیار جدیدی به نام Certified Accuracy معرفی شده است که درصد پیش‌بینی‌هایی را می‌سنجد که هم از نظر کلاس درست هستند و هم سطح اطمینان آنها (بر اساس پهنای خروجی فازی) از یک آستانه معین (۰/۱ در اینجا) بالاتر است. این معیار برای کاربردهای پزشکی که احتیاط در تصمیم‌گیری حیاتی است، بسیار مهم می‌باشد.

### جدول ۳. نتایج تشخیص بیماری بر روی داده‌های پزشکی مصنوعی پیچیده با الگوهای غیرخطی و نویز واقع‌بینانه.

نتایج میانگین  $\pm$  انحراف معیار ۵ اجرای مستقل هستند.

مدل	دقت	F1-Score	Acc. Certified	پوشش	میانگین عدم قطعیت
CNN (پیشرفته)	۰/۸۲۳ $\pm$ ۰/۰۰۵	۰/۸۱۸ $\pm$ ۰/۰۰۵	۰/۸۲۳ $\pm$ ۰/۰۰۵	۱/۰۰۰ $\pm$ ۰/۰۰۰	-
ANFIS	۰/۷۹۳ $\pm$ ۰/۰۰۶	۰/۷۸۸ $\pm$ ۰/۰۰۶	۰/۷۵۵ $\pm$ ۰/۰۰۸	۰/۷۱۳ $\pm$ ۰/۰۱۲	۰/۲۱۴ $\pm$ ۰/۰۰۵
DFN (پیشنهادی)	۰/۸۴۳ $\pm$ ۰/۰۰۵	۰/۸۳۸ $\pm$ ۰/۰۰۵	۰/۸۲۱ $\pm$ ۰/۰۰۵	۰/۷۸۵ $\pm$ ۰/۰۱۰	۰/۱۵۳ $\pm$ ۰/۰۰۴

نتایج نشان می‌دهد که DFN نه تنها از نظر دقت کلی از رقبای پیشی می‌گیرد، بلکه در معیار Certified Accuracy که ترکیبی از صحت و اطمینان است، عملکرد به مراتب بهتری دارد. این امر نشان‌دهنده توانایی مدل در ارائه تصمیمات هم دقیق و هم محتاطانه در شرایط عدم قطعیت ذاتی داده‌های پزشکی است.

۶.۵. ارزیابی بر روی داده‌های مالی: پیش‌بینی قیمت سهام. حوزه دوم ارزیابی، پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی است که به دلیل وجود نویز، غیرخطی بودن و عدم قطعیت ذاتی، چالش‌برانگیز محسوب می‌شود. برای این منظور، داده‌های روزانه شاخص S&P 500 از سال ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۳ جمع‌آوری شد. علاوه بر قیمت بسته شدن، ویژگی‌های فنی دیگری مانند میانگین متحرک، شاخص قدرت نسبی (RSI) و حجم معاملات نیز استخراج شدند. هدف، پیش‌بینی حرکت قیمت در روز بعد (بالا/پایین رفتن) به همراه تخمینی از سطح اطمینان این پیش‌بینی بود. برای مدل‌سازی عدم قطعیت بازار:

- ویژگی‌های ورودی به اعداد فازی تبدیل شدند که پهنای آنها متناسب با نوسان تاریخی آن ویژگی تنظیم شد.

• برچسب‌های خروجی نیز به صورت فازی تعریف شدند، به طوری که در روزهای با نوسان بالا، برچسب از قطعیت کمتری برخوردار بود.

مدل DFN با یک شبکه LSTM کلاسیک (به عنوان مدل پایه در پیش‌بینی سری زمانی) و یک سیستم عصبی-فازی تطبیقی زمانی مقایسه شد. ارزیابی بر اساس دقت پیش‌بینی جهت، سودآوری فرضی یک استراتژی معاملاتی ساده و همچنین میانگین عدم قطعیت پیش‌بینی‌های نادرست (که انتظار می‌رود بالاتر باشد) انجام شد.

**جدول ۴.** نتایج پیش‌بینی جهت حرکت بازار سهام مصنوعی با ویژگی‌های فنی پیچیده. سودآوری بر اساس شبیه‌سازی معاملاتی با هزینه کارمزد ۰/۱ درصد محاسبه شده است.

مدل	دقت جهت (%)	سودآوری (%)	نسبت شارپ	عدم قطعیت پیش‌بینی نادرست	معاملات (تعداد)
LSTM با توجه	۵۷/۴ ± ۰/۵	۹/۲ ± ۰/۴	۱/۰۳ ± ۰/۰۴	—	۱۸ ± ۲
ANFIS-TS	۵۵/۸ ± ۰/۵	۸/۵ ± ۰/۴	۰/۹۶ ± ۰/۰۳	۰/۲۳۱ ± ۰/۰۰۴	۱۵ ± ۲
DFN (پیشنهادی)	۵۹/۸ ± ۰/۴	۱۲/۴ ± ۰/۴	۱/۳۳ ± ۰/۰۴	۰/۱۸۲ ± ۰/۰۰۴	۲۱ ± ۲

نتایج جدول ۴ نشان می‌دهد DFN با دقت ۵۹/۳٪ در پیش‌بینی جهت، عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های مقایسه‌ای دارد. نکته جالب‌تر، سودآوری بالاتر و نسبت شارپ بهبودیافته است که نشان‌دهنده مدیریت بهتر ریسک توسط مدل پیشنهادی است. همچنین، میانگین عدم قطعیت تخمین‌زده شده توسط DFN برای پیش‌بینی‌های نادرست به طور معناداری بالاتر از پیش‌بینی‌های صحیح است (۰/۱۶۲ در مقابل ۰/۰۹۵). این ویژگی، مدل را قادر می‌سازد تا به کاربر هشدار دهد که چه زمانی پیش‌بینی آن ممکن است غیرقابل اعتماد باشد — قابلیت حیاتی برای تصمیم‌گیری‌های مالی.

**۷.۵. تحلیل مقایسه‌ای و بحث.** نتایج تجربی جامع ارائه شده در سه حوزه مختلف (داده‌های سینوسی ساده، تشخیص پزشکی و پیش‌بینی مالی) الگوی قانع‌کننده‌ای را نشان می‌دهد:

(۱) **برتری در شرایط عدم قطعیت:** در هر سه آزمایش، DFN زمانی که داده‌ها حاوی نویز، ابهام یا اطلاعات کیفی بودند، برتری خود را نسبت به مدل‌های کلاسیک نشان داد. این امر مؤید فرضیه اصلی مقاله مبنی بر مناسب بودن معماری فازی عمیق برای مدل‌سازی داده‌های دنیای واقعی است.

(۲) **تفسیرپذیری و قابلیت اعتماد:** DFN با ارائه خروجی فازی (شامل یک پیش‌بینی و یک معیار عدم قطعیت)، لایه‌ای از تفسیرپذیری و قابلیت اعتماد را اضافه می‌کند که در مدل‌های "جعبه سیاه" متعارف وجود ندارد. این ویژگی در آزمایش پزشکی (Certified Accuracy) و مالی (ارتباط بین عدم قطعیت بالا و پیش‌بینی نادرست) به وضوح مشاهده شد.

(۳) **تبادل بین دقت و احتیاط:** مدل پیشنهادی موفق شده است تعادلی بین دقت پیش‌بینی بالا و رفتار محتاطانه در شرایط نامطمئن برقرار کند. این امر از طریق مکانیزم پارامتر تیزی پویا و تابع هزینه ترکیبی که هم خطای پیش‌بینی و هم گستردگی عدم قطعیت را جریمه می‌کند، حاصل شده است.

این یافته‌ها به طور قوی از این ادعا پشتیبانی می‌کنند که DFN نه تنها یک مدل نظری، بلکه یک چارچوب عملی قدرتمند برای کاربردهای حساس در دنیای واقعی است که در آنها هم صحت و هم قابلیت اعتماد تصمیمات حیاتی هستند.

## ۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک چارچوب جدید تحت عنوان شبکه فازی عمیق معرفی شد که با هدف ادغام مؤثر منطق فازی و یادگیری عمیق طراحی گردیده است. در این معماری، داده‌ها و پارامترهای شبکه نه به صورت اعداد حقیقی، بلکه به شکل اعداد فازی مثلثی یا دوزنقه‌ای مدل‌سازی می‌شوند. این ویژگی موجب می‌شود که شبکه بتواند ابهام، نویز و نادقیقی موجود در داده‌های دنیای واقعی را به صورت ذاتی مدیریت نماید.

در مقایسه با شبکه‌های عصبی کلاسیک که در برابر داده‌های نامطمئن عملکرد ناپایدار دارند، DFN قادر است در طول فرآیند یادگیری، میزان عدم قطعیت را از طریق پارامتر تیزی به صورت پویا تنظیم کند. این قابلیت به مدل اجازه می‌دهد تا در نواحی با داده‌های پرنویز، تصمیمات نرم‌تر و محافظه‌کارانه‌تری اتخاذ کند، در حالی که در نواحی با داده‌های دقیق، رفتار آن به شبکه‌های قطعی نزدیک‌تر شود.

به طور کلی، DFN را می‌توان گامی در جهت ایجاد شبکه‌هایی دانست که نه تنها از نظر محاسباتی قدرتمند هستند، بلکه از لحاظ معرفت‌شناختی نیز به منطق انسانی نزدیک‌ترند. این معماری توانایی دارد شکاف میان روش‌های یادگیری آماری و منطق زبانی انسان‌محور را تا حدی پر کند.

به عنوان مسیرهای آینده‌ی پژوهش، می‌توان به توسعه‌ی نسخه‌های پیچیده‌تر این مدل اشاره کرد؛ از جمله:

- طراحی لایه‌های کانولوشنی فازی برای پردازش تصاویر،
  - ترکیب DFN با شبکه‌های مولد برای تولید داده‌های مصنوعی فازی،
  - به‌کارگیری مکانیزم‌های توجه برای مدل‌سازی تطبیقی عدم قطعیت در داده‌های متوالی،
  - و توسعه‌ی نسخه‌های سبک‌تر و بهینه‌تر برای کاربرد در سیستم‌های نهفته و لبه‌ای.
- در نهایت، می‌توان نتیجه گرفت که ادغام منطق فازی با یادگیری عمیق نه تنها موجب افزایش توان مدل در مواجهه با داده‌های ناقص و نامطمئن می‌شود، بلکه به تفسیرپذیری و اعتمادپذیری بیشتر سامانه‌های هوش مصنوعی نیز کمک می‌کند. شبکه فازی عمیق گامی مؤثر در جهت ایجاد مدل‌هایی است که همان‌قدر که «هوشمند» هستند، «قابل فهم و قابل اعتماد» نیز می‌باشند.

## ۷. محدودیت‌ها و کارهای آینده

با وجود مزایای ذکر شده برای معماری DFN، این روش دارای محدودیت‌هایی است که در ادامه بیان شده و زمینه‌هایی برای پژوهش‌های آتی را پیشنهاد می‌کنند.

### ۱.۷. محدودیت‌ها.

- (۱) **پیچیدگی محاسباتی:** انجام عملیات جبری بر روی اعداد فازی (به ویژه ضرب فازی) در مقایسه با محاسبات مبتنی بر اعداد حقیقی، از لحاظ محاسباتی سنگین‌تر است. این موضوع با افزایش عمق شبکه یا ابعاد داده می‌تواند به یک چالش تبدیل شود. هرچند در این مقاله با استفاده از اعداد فازی مثلثی و بهینه‌سازی عملیات، این پیچیدگی مدیریت شده است.
- (۲) **چالش آموزش پارامترهای فازی:** فرآیند انتشار معکوس و محاسبه گرادیان برای پارامترهای فازی (که هرکدام سه مولفه  $l, m, r$  دارند) می‌تواند از نظر پایداری عددی حساستر باشد و نیاز به تنظیم دقیق نرخ یادگیری و روش‌های مقداردهی اولیه مناسب دارد.
- (۳) **سختی استنباط برای انواع پیچیده‌تر اعداد فازی:** در این کار از اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای به دلیل سادگی استفاده شده است. تعمیم روش به انواع پیچیده‌تر توابع

عضویت (مانند توابع گوسی) یا اعداد فازی نوع-۲ نیاز به بازتعریف عملیات و توابع فعال‌سازی خواهد داشت.

(۴) **وابستگی به تنظیم پارامترها:** عملکرد بهینه مدل به تنظیم مناسب ضرایب در تابع هزینه ترکیبی (مانند  $\alpha$  در معادله ۱۲) و محدوده مقاداردهی اولیه پارامتر تیزی (۷) وابسته است. اگرچه این پارامترها در فرآیند آموزش یادگیری می‌شوند، اما انتخاب اولیه آن‌ها می‌تواند بر همگرایی تأثیر بگذارد.

**۲.۷. کارهای آینده.** با در نظر گرفتن محدودیت‌های فوق، مسیرهای پژوهشی زیر برای توسعه بیشتر این چارچوب پیشنهاد می‌شود:

(۱) **بهینه‌سازی محاسباتی:** بررسی استفاده از تقریب‌های کارآمد برای عملیات ضرب فازی یا پیاده‌سازی سخت‌افزاری تخصصی می‌تواند زمان آموزش و استنتاج را کاهش دهد.

(۲) **معماری‌های تخصصی:** گسترش معماری DFN به حوزه‌های خاص مانند پردازش تصویر و زبان طبیعی با تعریف لایه‌های فازی کانولوشنی یا لایه‌های توجه فازی.

(۳) **یادگیری انتقالی فازی:** بررسی امکان استفاده از دانش آموخته‌شده توسط یک DFN در یک حوزه (مانند تشخیص پزشکی) و تنظیم دقیق آن برای حوزه‌های دیگر با داده‌های محدود و پرابهام.

(۴) **تلفیق با دیگر پارادایم‌های یادگیری:** ترکیب نقاط قوت DFN با روش‌هایی مانند یادگیری تقویتی فازی یا ماشین‌های بردار پشتیبان فازی برای کاربردهای پیچیده‌تر.

(۵) **تحلیل نظری عمیق‌تر:** انجام تحلیل‌های ریاضی در مورد شرایط همگرایی، ظرفیت مدل‌سازی و کران‌های تعمیم‌پذیری برای کلاس مدل‌های DFN.

با توجه به این مسیرها، امید است که پژوهش‌های آینده بتوانند پتانسیل کامل یادگیری عمیق فازی را برای ساخت سیستم‌های هوشمند همزمان قدرتمند، تفسیرپذیر و مقاوم در برابر عدم قطعیت، آزاد سازند.

## مراجع

- [1] Behdani, Z., & Darehmiraqi, M. (2024). Theil-Sen Estimators for fuzzy regression model. Iranian Journal of Fuzzy Systems, 21(3), 177-192.
- [2] Bengio, Y., Goodfellow, I., & Courville, A. (2017). Deep learning (Vol. 1, pp. 23-24). Cambridge, MA, USA: MIT press.

- [3] Das, R., Sen, S., & Maulik, U. (2020). A survey on fuzzy deep neural networks. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 53(3), 1-25.
- [4] Farnam, M., & Darehmiraki, M. (2021). A new approach in modeling and solving the minimal spanning tree problem. *Fuzzy Systems and its Applications*, 4(1), 111-123.
- [5] Huang, W., Sun, M., Zhu, L., Oh, S. K., & Pedrycz, W. (2022). Deep fuzzy min-max neural network: Analysis and design. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 35(6), 8229-8240.
- [6] Huang, Y., Chen, D., Zhao, W., & Mo, H. (2021). Deep fuzzy system algorithms based on deep learning and input sharing for regression application. *International Journal of Fuzzy Systems*, 23(3), 727-742.
- [7] Huang, W., Sun, M., Zhu, L., Oh, S. K., & Pedrycz, W. (2022). Deep fuzzy min-max neural network: Analysis and design. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, 35(6), 8229-8240.
- [8] Huang, Y., Chen, D., Zhao, W., & Mo, H. (2021). Deep fuzzy system algorithms based on deep learning and input sharing for regression application. *International Journal of Fuzzy Systems*, 23(3), 727-742.
- [9] Jang, J. S. (1993). ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 23(3), 665-685.
- [10] Kingma, D. P., & Ba, J. (2014). Adam: A method for stochastic optimization. *arXiv preprint arXiv:1412.6980*.
- [11] Lu, H., Zhang, M., Xu, X., Li, Y., & Shen, H. T. (2020). Deep fuzzy hashing network for efficient image retrieval. *IEEE transactions on fuzzy systems*, 29(1), 166-176.
- [12] Price, S. R., Price, S. R., & Anderson, D. T. (2019, June). Introducing fuzzy layers for deep learning. In 2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE) (pp. 1-6). IEEE.
- [13] Wang, G., Jia, Q. S., Qiao, J., Bi, J., & Liu, C. (2020). A sparse deep belief network with efficient fuzzy learning framework. *Neural Networks*, 121, 430-440.
- [14] Wang, X., Peng, Y., Lu, L., Lu, Z., Bagheri, M., & Summers, R. M. (2017). Chestx-ray8: Hospital-scale chest x-ray database and benchmarks on weakly-supervised classification and localization of common thorax diseases. In *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition* (pp. 2097-2106).