

محاسبه مسیر بحرانی فازی شبکه پروژه با متغیرهای زبانی

ناصر شهسواری پور، شهلا حیدریگی

گروه مدیریت صنعتی دانشگاه ولی عصر(عج) رفسنجان، ایران

گروه مدیریت، موسسه عالی آموزش پژوهش مدیریت و برنامه ریزی، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۲/۶

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۲۸

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

چکیده

زمان بندی صحیح پروژه، شرط لازم برای موفقیت پروژه است. در مدل های سنتی زمان فعالیتها به صورت اعداد قطعی یا احتمالی در نظر گرفته می شود. در دنیای واقعی محاسبه دقیق زمان انجام هر فعالیت، مقدور نمی باشد و همواره با عدم قطعیت مواجه است. در این مقاله، مدت زمان هر فعالیت، توسط کارشناسان بصورت متغیرهای زبانی مطرح میشود و با استفاده از تئوری فازی این متغیرهای زبانی در قالب اعداد فازی نمایش داده میشود. تخمین زمان تکمیل پروژه و تعیین مسیر بحرانی پروژه، با حل یک مدل برنامه ریزی خطی فازی مقدور خواهد بود. در این مقاله با استفاده از رتبه بندی اعداد فازی، الگوریتم FCPM برای حل مدل معرفی می گردد. در هیچ مرحله ای از این الگوریتم « غیر فازی سازی» کردن اعداد فازی انجام نمیشود و زمان تکمیل پروژه بصورت یک عدد فازی ذوزنقه ای بدست می آید. نهایتاً کارائی الگوریتم ارائه شده با یک مثال کاربردی نشان داده میشود.

Mathematics Subject Classification (2010): 03E72, Email: heydari4909@gmail.com.

عبارات و کلمات کلیدی: روش مسیر بحرانی، تئوری فازی، رتبه بندی اعداد فازی، متغیرهای زبانی

۱۳۹۹ (انجمن سیستم‌های فازی ایران)

۱ مقدمه

پروژه‌ها نقش موثری در دستیابی به اهداف راهبردی شرکت‌ها بر عهده دارند و در واقع راهکار موثری به منظور به اجرا درآوردن اهداف و راهبردهای شرکت‌ها محسوب می‌شوند [۱۸]. هزینه، زمان و کیفیت پروژه‌ها را می‌توان به عنوان معیارهای مهم موفقیت آنها ذکر نمود [۱۳]. انحراف زمان و هزینه نهایی (واقعی) پروژه‌ها نسبت به مقادیر برآورد شده (اولیه) مسئله‌ای است که در اکثر کشورها وجود دارد و به یک شیوه خاص مدیریتی و یا یک نقطه از جهان تعلق ندارد [۱۶]. از طرفی زمان بندی پروژه را میتوان جزء پایه های مدیریت پروژه ذکر نمود [۳] در مباحث مدیریت پروژه، شبکه پروژه به عنوان مجموعه فعالیتهایی که باید مطابق با محدودیت تقدیم و تأخر فعالیت‌ها اجرا شوند، تعریف می‌شود و یک مسیر کامل شبکه، مسیری از گره ابتدا تا گره انتها است. طول مسیر برابر با مجموع زمان انجام فعالیت‌های روی مسیر است و مدت زمان اتمام پروژه برابر با طول طولانی‌ترین مسیر کامل شبکه است. طولانی‌ترین مسیر نیز، مسیر بحرانی نامیده می‌شود و پروژه زمانی تکمیل می‌شود که تمام کارهای موجود در مسیر بحرانی تکمیل شده باشد. تخمین غیرواقعی مدت زمان پروژه، باعث ایجاد خطا در برآورد هزینه‌های پروژه، برنامه ریزی منابع پروژه، سلب اعتماد و تحمیل جریمه‌ها در عقد قراردادها، تناقض در گزارشات پیشرفت پروژه و غیره می‌شود. یکی از دلایل اصلی تخمین غیرواقعی در مدت زمان پروژه، عدم استفاده از روشهای مناسب در تخمین مدت زمان فعالیت‌های پروژه است. به عنوان مثال هنگامی که زمان انجام فعالیت‌ها در پروژه قطعی است، مسیر بحرانی اب CPM زاری مفید برای مدیریت پروژه محسوب می‌شود [۳] اما در دنیای واقعی، پروژه در محیطی اجرا می‌شود که عدم قطعیت یکی از مشخصه‌های اصلی این محیط است. یکی از این عدم قطعیتها، در فرآیند برنامه ریزی پروژه، تخمین مدت زمان فعالیت‌ها است. مدت زمان فعالیت‌ها، معمولاً توسط، متخصصین و با توجه به قدرت قضاوت و تجربه آنها تخمین زده می‌شود. متخصصین برای بیان مدت زمان هر فعالیت، کلماتی همچون «تقریباً»، «کمی بیشتر»، «حدوداً»، «کمی کمتر»، «کم و بیش» را به زبان می‌آورند. این کلمات به روشنی نوعی از عدم قطعیت را نشان می‌دهد. این عدم قطعیت ممکن است منجر به اختلالات فراوان در برنامه ریزی شود [۴]. روش‌های متعددی برای به کارگیری این عدم قطعیت در تخمین مدت زمان فعالیت‌ها وجود دارد. لذا هنگامی که زمان اجرای فعالیت‌ها در

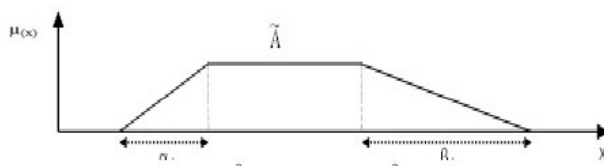
قالب اعداد قطعی قابل ارائه نباشند، ابزارهایی که بتوانند با چنین مسائلی مقابله کنند بسیار موثر خواهند بود. از مهمترین و پرکاربردترین روش ها برای حل مشکل مذکور، روشهای احتمالی مانند PERT و GERT می باشد [۳]. برای پروژه هایی که فعالیت معین دارند اما زمان فعالیت معین ندارند روش PERT مناسب تر است و پروژه هایی که دارای فعالیت احتمالی اند، کاربرد روش GERT بیشتر است [۱]. این روشها از توزیع های احتمالی از قبیل توزیع نرمال و توزیع بتا برای تخمین مدت زمان فعالیت های پروژه استفاده می کنند. برای استفاده از توزیع های احتمال به نمونه های تصادفی تکرار پذیر نیاز است که این امر به علت منحصر به فرد بودن فعالیت های پروژه و یا کم سابقه بودن آنها به خوبی امکان پذیر نیست. علاوه برآن هنگام استفاده از یک توزیع احتمال، متغیرهای زمان بندی به رفتار توزیع وابسته می شود و این موضوع باعث ایجاد محدودیت در زمان بندی پروژه است. یک راهکار اساسی در برخورد با چنین مشکلاتی، استفاده از تئوری فازی است. تئوری فازی در سال ۱۹۶۵ توسط پروفیسور لطفی زاده معرفی شد. هدف اولیه او در آن زمان، تولید مدلی کارآمدتر برای توصیف فرآیند پردازش زبان های طبیعی بود [۲].

تئوری فازی نگرشی نو را در علوم مختلف از جمله زمان بندی پروژه ایجاد کرد. این تئوری با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای تصمیم گیری و استفاده از مدل های ذهنی کارشناسان، راهی به سوی واقعی کردن مدل های زمان بندی پروژه می باشد. تئوری فازی یک روش مفید برای مدل سازی فرآیند های بسیار پیچیده برای تجزیه و تحلیل اطلاعات به دست آمده از فرآیند کیفی، نامشخص یا نادرست می باشد [۲۱]، [۵]، [۱۹] و اعداد فازی نیز با عبارات و ابهامات سازگاری بیشتری دارند. لذا بهتر است از آنها در تصمیم گیری در دنیای واقعی استفاده نمود تا اندیشه های انسانی را منعکس سازند [۱۲]، همچنین با استفاده از تئوری فازی میتوان اطلاعات و تنوع مدل را نیز حفظ نمود [۲۲]. در همین راستا تحقیقات متعددی در زمینه زمان بندی فازی پروژه انجام شده است. چاناس و زیلنسکی [۶]^۱ تعمیمی از مفهوم بحرانی بودن در یک شبکه را ارائه نمودند و دابوس^۲ [۸] یک روش ابتکاری برای محاسبه مجموعه مقادیر ممکن از دیرترین زمان های شروع و شنواری فعالیت ها ارائه کرد سپس زیلنسکی [۲۳] الگوریتم های چند جمله ای برای تعیین فاصله دیرترین زمان شروع در شبکه استفاده کرد. جینگ و فنگ مسیر بحرانی فازی را مطرح کرده اند که

^۱Chanas Zieliński

^۲Dubois

در آن از α -cut استفاده کردند. فان^۳ و همکارانش [۹] به کار بردن یک مدل چندهدفه خاکستری و با استفاده از زمان، هزینه، کیفیت و خطر پارامترها اقدام به یافتن مسیر بحرانی برای برآورد مدت زمان اجرای پروژه نمودند. گوارشکی [۱۱]^۴ روشی جدید از طریق تکنیک گرت فازی برای زمانبندی پروژه های تحقیقاتی ارائه کرد. او از اعداد فازی دوزنقهای برای تعریف زمان و حلقه های موجود در شبکه استفاده کرد. وانگ و همکارانش [۲۰]^۵ نیز، روش نوینی برای تحلیل شبکههای گرت را در تولید لوح های سیلیکونی در صنعت الکترونیک پیشنهاد نمودهاوند. آنها در مدل پیشنهادی خود از یک سیستم تصمیم گیری پشتیبان برای انجام محاسبات پیچیده بهره بردند. در این مقاله برای تخمین مدت زمان فعالیتها، نظرات کارشناسان که به صورت متغیرهای زبانی بیان می شوند در قالب اعداد فازی دوزنقهای نشان داده می شود. سپس تخمین مدت زمان فازی اتمام پروژه و تعیین مسیربحرانی فازی پروژه با حل یک مدل برنامه ریزی خطی انجام می شود. عدد فازی \tilde{A} توسط تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ در بازه [۱ و ۰] قرار می گیرد (شکل ۱). در این تحقیق،



شکل ۱: عدد فازی دوزنقه ای $\tilde{A} = (a_1, a_2, \alpha, \beta)$

اعداد فازی بصورت دوزنقه ای در نظر گرفته شده اند و یک عدد فازی دوزنقه ای \tilde{A} بصورت $\tilde{A} = (a_1, a_2, \alpha, \beta)$ نشان داده می شود. تابع عضویت دوزنقه ای بصورت زیر تعریف می شود.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{a_1 - x}{\alpha} & a_1 - \alpha \leq x \leq a_1 \\ 1 & x \in [a_1, a_2] \\ 1 - \frac{x - a_2}{\beta} & a_2 \leq x \leq a_2 + \beta \end{cases}$$

³Fan

⁴ Gavareshki

⁵Wang et al

جمع دو عدد فازی $\tilde{A} = (a_1, a_2, \alpha_A, \beta_A)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, \alpha_B, \beta_B)$ به صورت زیر انجام می شود.

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \alpha_A + \alpha_B, \beta_A + \beta_B)$$

این مقاله در مقایسه با تحقیقات انجام شده دارای تفاوت اساسی در روش حل مدل است. در این مقاله برای حل مدل برنامه ریزی خطی فازی، یک الگوریتم حل معرفی می شود. این الگوریتم بر پایه فرآیندهای تصادفی، از رتبه بندی اعداد فازی استفاده میکند. در این الگوریتم از ابتدا تا انتهای اعداد بصورت فازی هستند و تبدیل به اعداد غیرفازی نمی شوند خروجی الگوریتم، مسیری بحرانی و مدت زمان اتمام پروژه است که این مدت زمان هم به صورت یک عدد فازی ذوزنقه ای بدست می آید.

۲ مدل سازی مسئله

در این مقاله یک پروژه بصورت یک ماتریس تقاطع کمان-گره^۶، $A_{m \times n}$ نشان داده می شود که m تعداد گره ها و n تعداد کمان است. ستونی که مربوط به کمان j است، اگر i گره شروع کمان j باشد، شامل "۱" ، و اگر i گره انتهایی کمان j باشد، شامل "۱- " و در غیر اینصورت صفر است.

$$A = [a_{ij}], \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر گره } i \text{ در کمان } j \text{ شروع شود} \\ -1 & \text{اگر گره } i \text{ به کمان } j \text{ ختم شود} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

⁶ Direct acyclic graph

با در نظر گرفتن ماتریس شبکه، مدت زمان اتمام پروژه به صورت زیر مدل می شود:

$$Max \quad \tilde{T} = \sum_{j=1}^n x_j * \tilde{t}_j \quad (1)$$

$$s.t. : \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j = b_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\{x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

که در آن:

$$b_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر } i=1 \\ -1 & \text{اگر } i=m \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (3)$$

و همچنین:

\tilde{t}_j : مدت زمان فازی فعالیت کله به صورت یک عدد فازی ذوزنقه ای نشان داده می شود.

a_{ij} : آرایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس تقاطع کمان-گره

b_i : ذخیره در دسترس در گره i

x_j : اگر فعالیت j در مسیر باشد برابر با یک است در غیر اینصورت صفر است.

\tilde{T} : زمان فازی اتمام پروژه

هدف یافتن مدت زمان اتمام پروژه که همان طول مسیربحرانی است، می باشد.

۳ روش حل

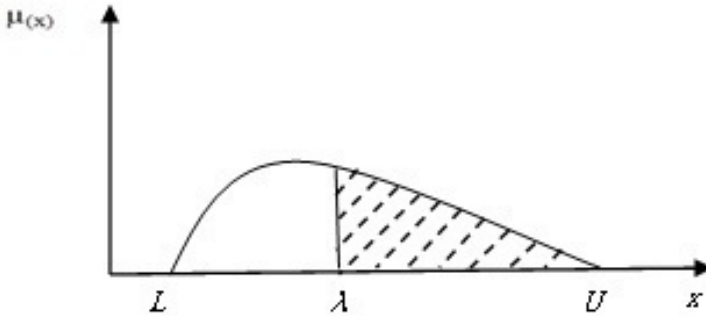
برای حل مدل برنامه ریزی خطی فازی، یک الگوریتم حل معرفی می شود که لازم است ابتدا روش رتبه بندی اعداد فازی مطرح شود. روشهای مختلفی برای رتبه بندی اعداد فازی پیشنهاد و بحث شده است. برای حل مدل لازم است از روشی برای رتبه بندی مقادیر هدف که بیانگر طول

مسیرهای شبکه پروژه می باشند، استفاده شود .

۱.۳ مقایسه اعداد فازی

در این مقاله برای مقایسه دو عدد فازی با توجه به فورتمپ و روبرنز [۱۰] و مدرس و سادی نژاد [۱۵] روش FNR به شرح ذیل ارائه می گردد:

فرض می شود یک مجموعه فازی یا یک عدد فازی M موجود است مطابق شکل ۲؛ $G(\lambda)$ به صورت زیر تعریف می شود

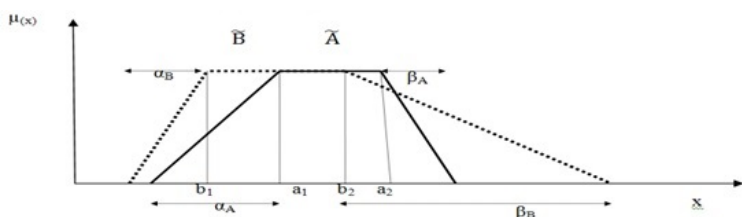


شکل ۲: تعریف $G(\lambda)$: نسبت سطح هاشور زده به کل سطح

$$G(\lambda) = \frac{\int_{\lambda}^U \mu(x) dx}{\int_L^U \mu(x) dx}$$

برای مقایسه دو عدد فازی مقدار $G(\lambda)$ آنها محاسبه می شود. سپس می توان گفت که هرکدام $G(\lambda)$ بزرگتری داشته باشد به ازای این λ ؛ آن عدد بزرگتر است. به ازای λ های متعدد در بازه $[L, U]$ ، $G(\lambda)$ های متعدد محاسبه می شود. برای هر دو عدد \tilde{A}, \tilde{B} به ازای هر λ ، $G(\lambda)$ مقایسه می شود آنکه بزرگتر بود آن λ به او نسبت داده می شود برای λ های متعدد در بازه $\lambda \in [L, U]$ این کار انجام می شود. محل تغییر علامت جایی است که $G(\lambda)$ هر دو عدد مساوی هستند.

به عنوان مثال دو عدد فازی ذوزنقه ای \tilde{A}, \tilde{B} مطابق شکل ۳ موجود است؛ $G_{\tilde{A}}(\lambda)$ و



شکل ۳: تعریف دو عدد فازی $\tilde{A} = (a_1, a_2, \alpha_A, \beta_A)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, \alpha_B, \beta_B)$

$G_{\tilde{B}}(\lambda)$ به صورت ذیل محاسبه میشوند.

$$G_{\tilde{A}}(\lambda) = \frac{\int_{\lambda}^{a_2 + \beta_A} \mu_{\tilde{A}}(x) dx}{\int_{a_1 - \alpha_A}^{a_2 + \beta_A} \mu_{\tilde{A}}(x) dx} \quad G_{\tilde{B}}(\lambda) = \frac{\int_{\lambda}^{b_2 + \beta_B} \mu_{\tilde{B}}(x) dx}{\int_{b_1 + \alpha_B}^{b_2 + \beta_B} \mu_{\tilde{B}}(x) dx}$$

$$G_{\tilde{A}}(\lambda) = \begin{cases} 1 - \frac{\lambda^\gamma}{\alpha_A(\alpha_A + \beta_A + \gamma a_1 - \gamma a_2)} & \text{if } a_1 - \alpha_A \leq \lambda < a_1 \\ \frac{\beta_A + \gamma(a_2 - \lambda)}{\alpha_A + \beta_A + \gamma(a_2 - a_1)} & \text{if } a_1 \leq \lambda \leq a_2 \\ \frac{(a_2 + \beta_A - \lambda)^\gamma}{\beta_A(\alpha_A + \beta_A + \gamma a_2 - \gamma a_1)} & \text{if } a_2 < \lambda \leq a_2 + \beta_A \end{cases}$$

$$G_{\tilde{B}}(\lambda) = \begin{cases} 1 - \frac{\lambda^\gamma}{\alpha_B(\alpha_B + \beta_B + \gamma b_1 - \gamma b_2)} & \text{if } b_1 - \alpha_B \leq \lambda < b_1 \\ \frac{\beta_B + \gamma(b_2 - \lambda)}{\alpha_B + \beta_B + \gamma(b_2 - b_1)} & \text{if } b_1 \leq \lambda \leq b_2 \\ \frac{(b_2 + \beta_B - \lambda)^\gamma}{\beta_B(\alpha_B + \beta_B + \gamma b_2 - \gamma b_1)} & \text{if } b_2 < \lambda \leq b_2 + \beta_B \end{cases}$$

U و L عبارتند از:

$$L = \min((a_1 - \alpha_A), (b_1 - \alpha_B))$$

$$U = \max((a_2 + \beta_A), (b_2 + \beta_B))$$

برای محاسبه λ باید معادله ذیل حل شود:

$$G_{\tilde{B}}(\lambda) = G_{\tilde{A}}(\lambda) \quad \frac{\int_{\lambda}^{b_2+\beta_b} \mu_B(x) dx}{\int_{b_1+\alpha_b}^{b_2+\beta_b} \mu_B(x) dx} = \frac{\int_{\lambda}^{a_2+\beta_a} \mu_A(x) dx}{\int_{a_1-\alpha_a}^{a_2+\beta_a} \mu_A(x) dx}$$

بعد از محاسبه λ می توان R_A, R_B را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$R_A = \frac{\lambda - L}{U - L} \quad \text{و} \quad R_B = \frac{U - \lambda}{U - L}$$

با محاسبه R_A, R_B می توان گفت:

اگر $R_A > R_B$ آنگاه $\tilde{A} > \tilde{B}$

اگر $R_A = R_B$ آنگاه $\tilde{A} = \tilde{B}$

اگر $R_A < R_B$ آنگاه $\tilde{A} < \tilde{B}$

فلوچارت الگوریتم مقایسه دو عدد فازی \tilde{A}, \tilde{B} به نام FNR در شکل ۴ نشان داده شده است.

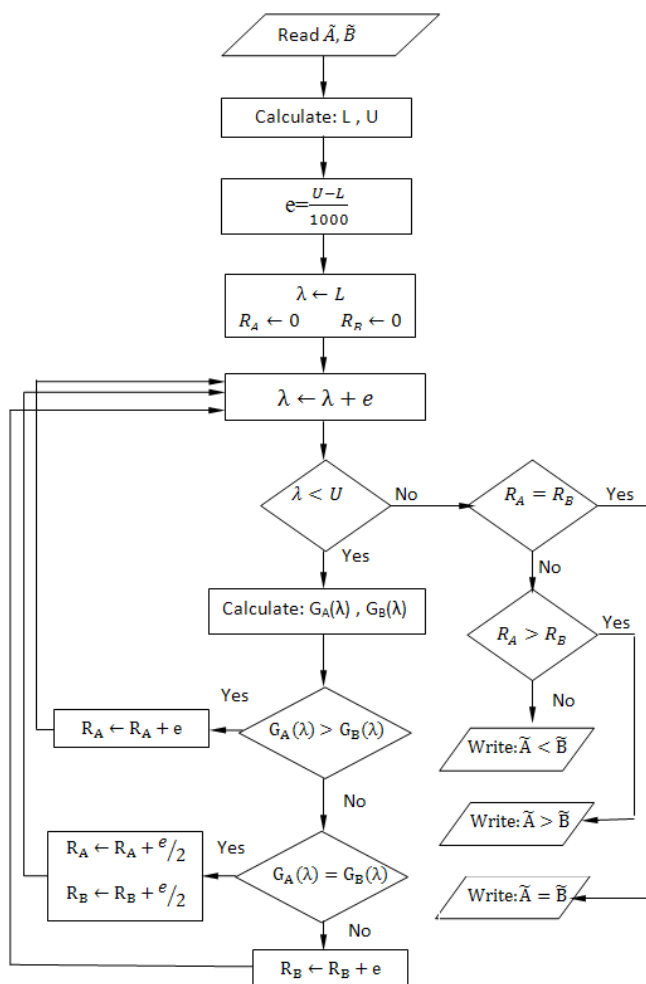
۲.۳ محاسبه مسیر بحرانی فازی پروژه

در این مقاله با استفاده از روش شهنسوارى پور و همکاران [۱۷] برای محاسبه مسیر بحرانی فازی یک روش به نام FCPM معرفی می شود. در این روش یک مسیر بوسیله یک رشته باینری نشان داده می شود. طول این رشته با تعداد فعالیت‌های پروژه برابر است.

$$[x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] \quad x_j \in [0, 1]$$

روش FCPM به شرح ذیل است:

گام اول: داده‌های پروژه خوانده می شود تعداد مسیرهای شبکه (N) محاسبه می گردد. سپس به تعداد (N) مسیر تصادفی موجه غیر تکراری تولید می شود. برای اینکه یک مسیر شبکه، موجه باشد باید آن مسیر در محدودیتهای مدل صدق کند. این محدودیت‌ها عبارتند از:



شکل ۴: فلوجارت الگوریتم FRN

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} * x_{sj} = b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad s = 1, 2, \dots, N$$

$$x_{sj} \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad s = 1, 2, \dots, N$$

$$x_{sj} = \begin{cases} 1 & \text{اگر فعالیت } j \text{ در مسیر } s \text{ باشد} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

گام دوم: زمان کل پروژه برای هر مسیر تصادفی موجه (S) محاسبه می شود. به عنوان مثال در شبکه پروژه (شکل ۶) رشته باینری [۰، ۱، ۱، ۰، ۰، ۰، ۰، ۰، ۱، ۰، ۰، ۱] یک مسیر تصادفی موجه است و مدت زمان فازی متناظر با آن برابر با $\tilde{T}_s = (9, 4, 23, 18)$ می باشد. گام سوم: از بین مسیرهای موجود، آن مسیر که بیشترین مدت زمان را دارد به عنوان مسیر بحرانی انتخاب می شود.

$$\tilde{T}_s = \text{Max} \sum_{j=1}^n x_{sj} * \tilde{t}_j \quad s = 1, 2, \dots, N$$

\tilde{t}_j : مدت زمان فعالیت j که به صورت یک عدد فازی دوزنقه‌ای نمایش داده می شود. از آنجا که مدت زمان این مسیرها به صورت اعداد فازی هستند برای مقایسه آنها از الگوریتم FNR (شکل ۴) استفاده می شود. کلیه مراحل روش FCPM در فلوچارت شکل (۵) خلاصه شده است.

۴ مثال کاربردی

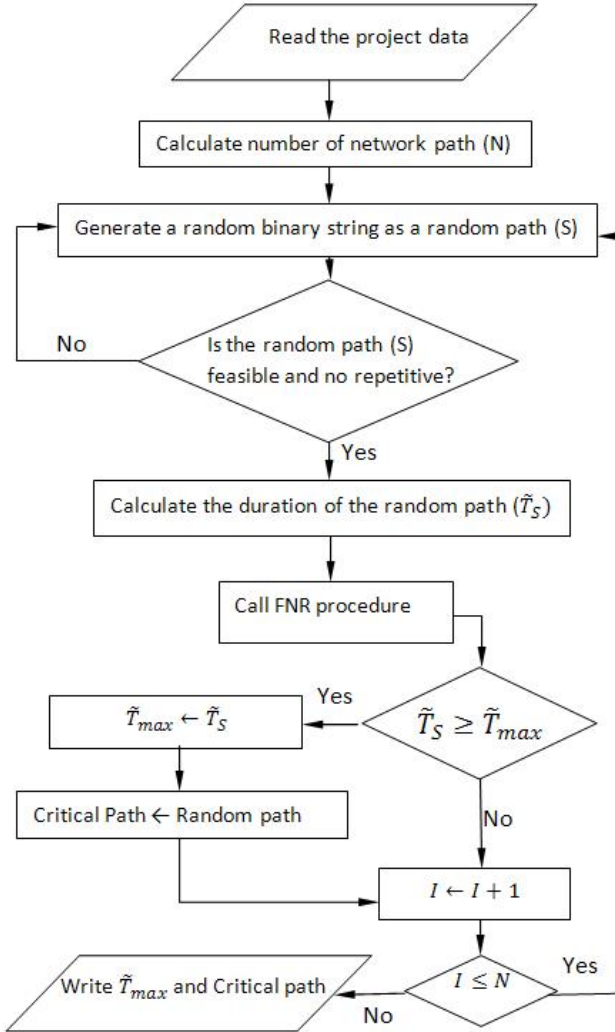
در این بخش یک مثال که توسط چاناس و زیلیسکی در [۶] و چن و هوسه در [۷] حل شده است. با استفاده از روش FCPM حل می شود و جوابها با یکدیگر مقایسه می شوند. این مثال، یک پروژه با ۱۲ فعالیت و ۹ گره می باشد (شکل ۶). ماتریس شبکه در جدول ۱ و مدت زمان فعالیتها بصورت اعداد فازی دوزنقه‌ای به شرح ذیل هستند.

$$\tilde{t}_1 = (1, 1.5, 1, 1), \quad \tilde{t}_2 = (2, 3, 0, 2), \quad \tilde{t}_3 = (6, 7, 0, 2),$$

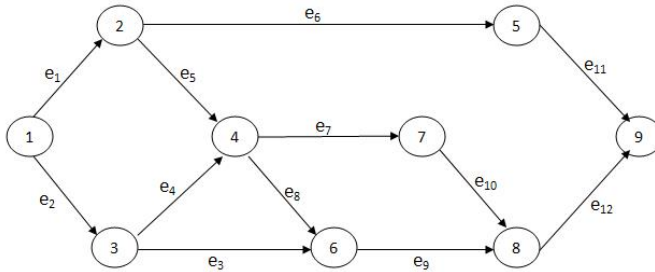
$$\tilde{t}_4 = (0, 0, 0, 0), \quad \tilde{t}_5 = (0, 0, 0, 0), \quad \tilde{t}_6 = (2, 3, 1, 2),$$

$$\tilde{t}_7 = (9, 9, 1, 1), \quad \tilde{t}_8 = (5, 5, 1, 1), \quad \tilde{t}_9 = (4, 4, 2, 2),$$

$$\tilde{t}_{10} = (3, 4, 2, 0), \quad \tilde{t}_{11} = (8, 9, 2, 4), \quad \tilde{t}_{12} = (6, 9, 2, 3).$$



شکل ۵: فلوجارت الگوریتم FCPM



شکل ۶: شبکه پروژه

جدول ۱: ماتریس شبکه شکل ۶

| | e_1 | e_2 | e_3 | e_4 | e_5 | e_6 | e_7 | e_8 | e_9 | e_{10} | e_{11} | e_{12} |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|
| ۱ | ۱ | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۲ | -۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۱ | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۳ | ۰ | -۱ | ۱ | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۴ | ۰ | ۰ | ۰ | -۱ | -۱ | ۰ | ۱ | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۵ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | -۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۱ | ۰ |
| ۶ | ۰ | ۰ | -۱ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | -۱ | ۱ | ۰ | ۰ | ۰ |
| ۷ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | -۱ | ۰ | ۰ | ۱ | ۰ | ۰ |
| ۸ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | -۱ | -۱ | ۰ | ۱ |
| ۹ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | ۰ | -۱ | -۱ |

مثال فوق توسط چاناس حل شده است. جدول ۲ جواب حاصل از مدل چاناس است. چاناس برای مسیرهای مختلف میزان بحرانی بودن را ارائه داده است. همین مثال توسط چن به روشی دیگر حل شده است. جدول ۳ جواب حاصل از مدل چن است. با توجه به جداول ۲ و ۳ مسر بحرانی ۹-۸-۷-۴-۳-۱ جواب مسأله است.

جدول ۲: جواب حاصل از روش چاناس

| $p \in P$ | $\mu_{\bar{p}}(p)$ |
|-------------|--------------------|
| ۱-۲-۵-۹ | ۰/۶۲۶۹ |
| ۱-۲-۴-۷-۸-۹ | ۰/۵۰۰۱ |
| ۱-۲-۴-۶-۸-۹ | ۰/۳۸۵۴ |
| ۱-۳-۴-۷-۸-۹ | ۱ |
| ۱-۳-۴-۶-۸-۹ | ۰/۰۰۰۱ |
| ۱-۳-۶-۸-۹ | ۰/۹۹۴۱ |

جدول ۳: جواب حاصل از روش چین

| $p \in P$ | $deg_{cr}^p(p_i)$ |
|-------------|-------------------|
| ۱-۳-۴-۷-۸-۹ | ۱ |
| ۱-۳-۶-۸-۹ | ۰/۹۵۷۴ |
| ۱-۲-۴-۷-۸-۹ | ۰/۹۲۱۲ |
| ۱-۳-۴-۶-۸-۹ | ۰/۸۷۸۹ |
| ۱-۲-۴-۶-۸-۹ | ۰/۸۰۰۱ |
| ۱-۲-۵-۹ | ۰/۵۷۱۷ |

برای حل مثال فوق توسط روش FCPM ابتدا این روش بوسیله VBA در Excel کد نویسی شد. سپس داده های مثال فوق به برنامه وارد شد. پس از اجرا کردن برنامه، مدت زمان اتمام پروژه برابر با (۲۵، ۲۰، ۴، ۵) بدست آمد و رشته باینری [۱، ۰، ۱، ۰، ۰، ۱، ۰، ۰، ۱، ۰، ۰، ۱، ۰، ۰] به عنوان مسیر بحرانی حاصل شد. این رشته باینری متناظر با مسیر بحرانی ۹-۸-۷-۴-۳-۱ است. مقایسه جوابهای سه روش نشان می‌دهد که مسیر بحرانی حاصل شده در هر سه روش یکی است ولی در روش FCPM مدت زمان اتمام پروژه يك عدد فازی دوزنقه‌ای است. در محاسبات روش FCPM مدت زمان فعالیت‌های پروژه همگی بصورت اعداد فازی هستند و در هیچ مرحله‌ای تبدیل به اعداد غیرفازی نمی‌شود پس مدت زمان اتمام پروژه هم يك عدد فازی است. با توجه به اینکه مدت زمان فعالیت‌ها در قالب متغیرهای زبانی بیان شده است. پس مدیر پروژه انتظار دارد که مدت زمان اتمام پروژه هم بصورت يك عدد فازی باشد می‌توان گفت روش FCPM به واقعیت نزدیک‌تر است و از تقریب کمتری در محاسبات زمان اتمام پروژه برخوردار است.

۵ نتیجه‌گیری

شناسایی مسیر بحرانی و محاسبه مدت زمان اتمام پروژه از وظایف مهم در مدیریت پروژه می‌باشد. مدت زمان فعالیت‌های پروژه توسط متخصصین در قالب متغیرهای زبانی بیان می‌شود. در این مقاله متغیرهای زبانی با استفاده از تئوری فازی به اعداد دوزنقه‌ای فازی تبدیل شدند. برای محاسبات مسیر بحرانی فازی لازم است که اعداد فازی با یکدیگر مقایسه شوند. در این مقاله الگوریتم FNR برای مقایسه اعداد فازی معرفی شد. سپس FCPM و روش حل آن با استفاده از الگوریتم FNR معرفی گردید. نهایتاً يك مثال با روش FCPM حل شد و جواب با جواب حاصله از روش های ارائه شده در چاناس و زیلیسکی [۶] و چن و هوسه [۷] مقایسه گردید. از آنجا که در روش FCPM کلیه اعداد بصورت فازی هستند و در حین محاسبات تبدیل به اعداد قطعی نمی‌شوند و جواب نهایی نیز يك عدد فازی است می‌توان گفت روش FCPM نسبت به دیگر روش‌های حل مسیر بحرانی فازی، به واقعیت نزدیک‌تر است. به عنوان کارآینده روش ارائه شده در این مقاله را می‌توان برای شبکه‌های GERT توسعه داد. همچنین می‌توان با روش‌های ابتکاری دیگر رتبه بندی اعداد فازی همین مسئله را حل و جوابها را مقایسه کرد.

مراجع

- [۱] دارابی گلستان، ف، قوامی ریایی، س. ر، هزارخانی، ا، خالوکاکایی، ر، سکاکی، س. ح، و هارونی، ه. (۱۳۹۵). ساختار مدیریت پروژه اکتشافی در تفکیک آنومالی با روش های هندسه فضایی در قالب روش شبکه ای GERT مطالعه موردی نهشته $Cu - Au$ پورفیری دالی شمالی. نشریه روش های تحلیلی و عددی در مهندسی معدن. شماره ۱۱، ص ۱-۱۰.
- [۲] فاطمی دخت، ح، و کوچکی رفسنجانی، م. (۱۳۹۸). طراحی یک سیستم عصبی فازی تطبیقی به عنوان یک ابزار تشخیصی بیماری دیابت. سیستم های فازی و کاربردها. سال دوم. شماره دوم. ص ۲۰۵-۲۲۲.
- [۳] کاظمی، اب. و فخوری، پ. (۱۳۹۱). ارائه یک سیستم کنترل فازی برای تخمین زمان ختم پروژه در شبکه های گرت. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. شماره ۲. جلد ۲۳.
- [۴] نوری، س، و یعقوبی، س. (۱۳۹۱). تعیین موعد مقرر تحویل پروژه در شبکه پرت پویا با چندین خدمت دهنده. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. شماره ۴. جلد ۲۳. ص ۴۷۲-۴۸۴.
- [5] Balin, A., Demirel, H., Celik, E., Alarcin, F. (2018). A fuzzy dematel model proposal for the cause and effect of the fault occurring in the auxiliary systems of the ships' main engine.
- [6] Chanas, S., Zieliński, P. (2001). Critical path analysis in the network with fuzzy activity times. Fuzzy sets and systems, 122(2), 195-204.
- [7] Chen, S. P., Hsueh, Y. J. (2008). A simple approach to fuzzy critical path analysis in project networks. Applied Mathematical Modelling, 32(7), 1289-1297.

- [8] Dubois, D., Fargier, H., Galvagnon, V. (2003). On latest starting times and floats in activity networks with ill-known durations. *European Journal of Operational Research*, 147(2), 266-280.
- [9] Fan, L., Meng, S., Liu, X., Liang, Y. (2016). Improved CTT-SP algorithm with critical path method for massive data storage in scientific workflow systems. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 30(08), 1659023.
- [10] Fortemps, P., Roubens, M. (1996). Ranking and defuzzification methods based on area compensation. *Fuzzy sets and systems*, 82(3), 319-330.
- [11] Gavareshki, M. K. (2004, October). New fuzzy GERT method for research projects scheduling. In 2004 IEEE International Engineering Management Conference (IEEE Cat. No. 04CH37574) (Vol. 2, pp. 820-824). IEEE.
- [12] Hatefi, S. M., Tamošaitienė, J. (2018). Construction projects assessment based on the sustainable development criteria by an integrated fuzzy AHP and improved GRA model. *Sustainability*, 10(4), 991.
- [13] Lim, C. S., Mohamed, M. Z. (1999). Criteria of project success: an exploratory re-examination. *International journal of project management*, 17(4), 243-248..
- [14] Lin, F. T., Yao, J. S. (2003). Fuzzy critical path method based on signed-distance ranking and statistical confidence-interval estimates. *The journal of supercomputing*, 24(3), 305-325.
- [15] Modarres, M., Sadi-Nezhad, S. (2001). Ranking fuzzy numbers by preference ratio. *Fuzzy sets and Systems*, 118(3), 429-436.

- [16] Rosenfeld, Y. (2014). Root-cause analysis of construction-cost overruns. *Journal of Construction Engineering and Management*, 140(1), Article number 04013039.
- [17] Shahsavari Pour, N., Modarres, M., Aryanejad, M., Moghadam, R. T. (2010). The discrete time-cost-quality trade-off problem using a novel hybrid genetic algorithm. *Applied Mathematical Sciences*, 4(42), 2081-2094.
- [18] Srivannaboon, S., Milosevic, D. Z. (2006). A two-way influence between business strategy and project management. *International journal of project management*, 24(6), 493-505
- [19] Tseng, P. H., Cullinane, K. (2018). Key criteria influencing the choice of Arctic shipping: a fuzzy analytic hierarchy process model. *Maritime Policy Management*, 45(4), 422-438.
- [20] Wang, C. N., Yang, G. K., Hung, K. C., Chang, K. H., Chu, P. (2011). Evaluating the manufacturing capability of a lithographic area by using a novel vague GERT. *Expert Systems with Applications*, 38(1), 923-932.
- [21] Xue, J., Van Gelder, P. H. A. J. M., Reniers, G., Papadimitriou, E., Wu, C. (2019). Multi-attribute decision-making method for prioritizing maritime traffic safety influencing factors of autonomous ships' maneuvering decisions using grey and fuzzy theories. *Safety Science*, 120, 323-340. doi:10.1016/j.ssci.2019.07.019
- [22] Yang, H., Zhu, Z., Li, C., Li, R. (2019). A novel combined forecasting system for air pollutants concentration based on fuzzy theory and optimization of aggregation weight. *Applied Soft Computing*, 105972. doi:10.1016/j.asoc.2019.105972
- [23] Zieliński, P. (2005). On computing the latest starting times and floats of activities in a network with imprecise durations. *Fuzzy sets and Systems*, 150(1), 53-76.