سیستم‌های فازی و کاربردها
سال سوم، شماره اول (بهار و تابستان ۱۳۹۹) صص. ۱۸۱ تا ۲۳۵
DOR: 20.1001.1.27174409.1397.3.1.10.5

تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی و کاربردهای آن

امین هاشمی، محمد باقر دولتشاهی*

گروه کامپیوتر، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان

چکیده

یکی از بخش‌های مهم در سیستم‌های خبره و تحقیق در عملیات، تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی است که در آن فرآیند تصمیم‌گیری بر اساس چندین معیار مختلف صورت می‌گیرد و اغلب این معیارها با یکدیگر در تضاد هستند. تصمیم‌گیری فازی معمولا در شرایطی استفاده می‌شود که اطلاعات مبهم و غیرکاملی از راه‌حل‌های مساله در دسترس است. در این مقاله، به بررسی تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی و الگوریتم‌های مختلف آن خواهیم پرداخت که تمرکز اصلی ما بر روی الگوریتم تاپسیس فازی خواهد بود و سپس به بررسی کاربردهای مختلف الگوریتم‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی می‌پردازیم.

۱ مقدمه

تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی [۱] (FMADM) یکی از مباحث مهم در سیستم‌های خبره[۲] و تحقیق در عملیات [۳] است که شامل چندین گزینه‌ی مختلف و معیار تصمیم‌گیری است. به طور کلی،

[1] Fuzzy Multi-Attribute Decision-Making
[2] Expert Systems
[3] Operations Research

Mathematics Subject Classification (2010): 62A86 , **Email:** dowlatshahi.mb@lu.ac.ir.

عبارات و کلمات کلیدی:تصمیم‌گیری چندشاخصه،مجموعه‌های فازی،تاپسیس،تاپسیس فازی

تصمیم‌گیری چندمعیاره[۴] (MCDM) به دنبال انتخاب یک یا چند مورد از بین گزینه‌های در دسترس و بر اساس معیارها یا تصمیم گیرنده‌های متفاوت است مانند انتخاب ویژگی چندبرچسبی که در آن ویژگی‌ها براساس برچسب‌های مختلف ارزیابی می‌شوند[۳۵] ،[۴] ،[۲۳] ،[۲۲]. تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره برای حل مسائل در زمینه‌های مختلف علمی از جمله علوم پزشکی، ورزش، شبکه و ارتباطات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

به طور کلی روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره به دو دسته عمده مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه[۵] (MODM) و مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه[۶] (MADM) تقسیم می‌شوند. تفاوت اصلی مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه با مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه آن است که اولی درفضای تصمیم‌گیری پیوسته و دومی برفضای تصمیم‌گیری گسسته تعریف می‌گردند. در این مقاله ما به بررسی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه می‌پردازیم. از طرفی تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول روش‌هایی هستند که مبتنی بر رویکردهای انسانی هستند و بر اساس اولویت‌های انسان شکل می‌گیرند، مثل روش‌های روند سلسله مراتبی تحلیلی[۷] (AHP) [۴۰] و روش بهترین-بدترین[۸] (BWM) [۳۷] و دسته دوم مبتنی بر رویکردهای ریاضی هستند که بر مبنای محاسبات ریاضی شکل گرفته‌اند، مثل روش تاپسیس[۹] [۲۵] و روش وزن‌دهی افزایشی ساده[۱۰] (SAW) [۲۴] . در بین روش‌های مبتنی بر محاسبات ریاضی، روش تاپسیس رایج‌ترین روش است که ایده آن بر این اساس است که راه‌حل بهینه را طبق فاصله با بهترین و بدترین راه‌حل‌ها انتخاب کند. بهترین راه‌حل، راه‌حلی است که توسط همه تصمیم‌گیرنده‌ها ترجیح داده می‌شود و حداکثر سود و حداقل هزینه را در بردارد، در صورتی که بدترین راه‌حل توسط هیچ یک از تصمیم‌گیرنده‌ها ترجیح داده نمی شود و حداکثر هزینه و حداقل سود را در پی دارد[۲۴]، [۵].

در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، مسائل تصمیم‌گیری معمولا با اهداف و محدودیت‌هایی

[4] Multi-Criteria Decision-Making
[5] Multi-Objective Decision-Making
[6] Multi-Attribute Decision-Making
[7] Analytic Hierarchy Process
[8] Best-Worst Method
[9] TOPSIS
[10] Simple Additive Weighting

مواجه هستند که به صورت دقیق نمی‌توان آن‌ها را مشخص کرد. پس از این که پروفسور لطفی عسکرزاده و بلمن [11] با چاپ مقاله [۶]، برای اولین‌بار مجموعه‌های فازی را در تصمیم‌گیری چند شاخصه تعریف کردند، محققین بسیاری، تصمیم‌گیری چندشاخصه در فضای منطق فازی را توسعه دادند[۱۵]. ادغام دو مفهوم مهم تصمیم‌گیری چندشاخصه و تئوری مجموعه‌های فازی باعث ایجاد یک علم تصمیم‌گیری جدید شده است و امروزه با نام تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی شناخته می‌شود، که در آن تصمیم‌گیرنده‌ها بر اساس اطلاعات و شناخت غیرقطعی و غیرکامل قضاوت می‌کنند. در دنیای واقعی زمانی که می‌خواهیم تصمیم‌گیری و یا قضاوت کنیم، معمولا از یک زبان طبیعی استفاده می‌کنیم که شامل کلماتی مبهم و بدون معنای دقیق است. در نتیجه ما برای بیان متغیرهای زبانی[12] به اعداد فازی نیاز داریم تا قضاوت ذهنی یک تصمیم‌گیرنده را به صورت کمی توصیف کنیم[۳۳]. به طور کلی روش‌های چندشاخصه فازی در مواردی بر روش‌های چندشاخصه واضح اولویت دارند که اطلاعات مسئله به صورت غیرقطعی و توصیفی باشد و ارزیابی دقیقی طبق شاخص‌ها صورت نگرفته باشد.

در این مقاله ما به دنبال توصیف فرآیند تصمیم‌گیری چندشاخصه در یک محیط فازی هستیم. ساختار کلی این مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه غیرفازی تشریح می‌شوند. در بخش ۳، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی آورده خواهند شد و سپس در بخش ۴ کاربردهای این روش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در بخش ۵ ما به معرفی ابزارهای مورد نیاز برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت. در نهایت، بخش ۶ به نتیجه‌گیری اختصاص یافته است.

۲ تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM)

مسائل تصمیم‌گیری دنیای واقعی را معمولا نمی‌توان با ارزیابی تنها یک شاخص به ایجاد یک تصمیم بهینه منتهی کرد، زیرا این مسائل پیچیده و ناسازگار هستند. در حقیقت، در نظر گرفتن تنها یک شاخص از مساله در فرآیند تصمیم‌گیری، فرار کردن از ماهیت واقعی مسئله موردنظر است

[11] Bellman

[12] Linguistic Variables

و می‌تواند به تصمیمات غیرواقعی منجر شود. یک رویکرد جذاب‌تر توجه همزمان به همه شاخص‌های مرتبط با مساله است. تصمیم‌گیری چندشاخصه یک بخش مهم در سیستم‌های خبره و تحقیق در عملیات است که به توسعه و اجرای ابزارها و روش‌های تصمیم‌گیری برای حل مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری‌های پیچیده مثل مسائل چندشاخصه با شاخص‌های متناقض اختصاص دارد[۲۸].

به طور کلی، تصمیم‌گیری چندشاخصه به دنبال ارائه ابزاری است که از طریق آن، گزینه‌های تصمیم‌گیری بر اساس نظر گروهی از تصمیم‌گیرندگان و یا براساس نظر یک تصمیم‌گیرنده طبق چندین شاخص مختلف، ارزیابی خواهند شد. این مسائل برای استخراج دانش در زمینه‌های مختلف علمی از جمله ریاضیات، اقتصاد، علوم کامپیوتر، علوم پزشکی، سیستم‌های اطلاعاتی و ارتباطی استفاده می‌شوند[۵].

مسائلی که تصمیم‌گیرنده در آن باید مجموعه‌ای متناهی از گزینه‌ها را برای انتخاب بهترین گزینه ارزیابی کند و گزینه‌ها را از بهترین به بدترین رتبه‌دهی کند، مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره گسسته یا چندشاخصه نامیده می‌شوند. در حالی که اگر گزینه‌ها به صورت مجموعه‌ای نامحدود باشند، مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته یا چندهدفه نام دارند. در این مقاله، ما به بررسی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت[۲۸].

از طرف دیگر، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند. گروه اول روش‌هایی هستند که بر اساس اولویت‌های انسانی شکل می‌گیرند که از جمله معروف‌ترین الگوریتم‌های این دسته می‌توان به روش روند سلسله مراتبی تحلیلی (AHP) [۳۷] ، روش بهترین-بدترین (BWM) [۳۳] اشاره کرد. گروه دوم روش‌هایی هستند که بر مبنای محاسبات ریاضی شکل گرفته‌اند. از جمله روش‌های رایج در این گروه، می‌توان به روش تاپسیس (TOPSIS) [۲۱] و روش وزن‌دهی افزایشی (SAW) [۲۰] اشاره کرد. در ادامه، ابتدا روش تاپسیس را به عنوان معروف‌ترین روش تصمیم‌گیری چندشاخصه تشریح خواهیم کرد و سپس سایر روش‌های مطرح تصمیم‌گیری چندشاخصه بررسی خواهند شد.

۱.۲ روش تاپسیس

در این بخش به بررسی گام‌های الگوریتم تاپسیس به عنوان یک روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت. این روش در سال ۱۹۸۱ توسط هوانگ [۱۳] و یون [۱۴] در مقاله [۲۵] معرفی شد. این روش یک سیستم رتبه‌بندی برای گزینه‌های مختلف بر اساس چندین شاخص متفاوت ایجاد می‌کند. این سیستم بر اساس فاصله‌ی هر گزینه با راه حل ایده‌آل مثبت [۱۵] (PIS) و راه حل ایده‌آل منفی [۱۶] (NIS) شکل می‌گیرد. راه حل ایده آل مثبت در واقع راه‌حلی است که سود را حداکثر می‌کند و راه حل ایده‌آل منفی سود را به حداقل می‌رساند. روش تاپسیس بالاترین اولویت را به گزینه‌ای می‌دهد که کم‌ترین فاصله را با راه‌حل ایده‌آل مثبت و بیشترین فاصله را از راه حل ایده‌آل منفی داشته باشد.

مراحل این الگوریتم به صورت زیر است:

(۱) ساخت ماتریس تصمیم : ماتریس تصمیم $X = x_{ij}$ که x_{ij} مقدار شاخص j -ام را برای گزینه i -ام در بردارد و i=1,2,...,m و j=1,2,...,n هستند که m تعداد گزینه‌ها و n تعداد شاخص‌ها هستند. در واقع ماتریس تصمیم، دربردارنده کیفیت گزینه‌های مختلف طبق شاخص‌های متفاوت است که سطرهای ماتریس بیانگر گزینه‌ها و ستون‌های آن، شاخص‌ها هستند. ماتریس تصمیم برای این مسئله به صورت زیر است:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

[13] Hwang
[14] Yoon
[15] Positive Ideal Solution
[16] Negative Ideal Solution

(۲) نرمال‌سازی ماتریس تصمیم: با توجه به این که مقادیر شاخص‌های مختلف در بازه‌ها و ابعاد مختلفی قرار دارد، بنابراین ماتریس تصمیم نیاز به نرمال‌سازی دارد. برای این کار، ماتریس X را به ماتریس تصمیم نرمال $R = r_{ij}$ تبدیل کنیم. درایه‌های ماتریس تصمیم توسط رابطه زیر نرمال می‌شوند و ماتریس R را تشکیل می‌دهند:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_{ik}^{2}}} \qquad (1)$$

در نهایت ماتریس R به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

(۳) ایجاد ماتریس تصمیم نرمال وزن‌دار: با توجه به این که درمسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه همه شاخص‌ها در یک سطح نیستند و در دنیای واقعی معمولا تصمیم‌گیرنده‌ها از نظر ویژگی‌های منحصر به فردی مثل تجربه، مهارت، دانش و ... با هم فرق دارند و در بیشتر مواقع توانایی‌ها و علایق متفاوتی دارند که این شرایط بر نتایج تاثیرگذار هستند. در نتیجه معمولا به شاخص‌ها، وزن‌های متفاوتی بر اساس ویژگی آن‌ها داده می‌شود که این وزن‌ها به صورت مقادیری بین صفر و یک به هر شاخص اختصاص می‌یابد که مجموع آنها برابر با یک می‌باشد. شاخصی که وزن بالاتری به آن اختصاص می‌یابد در فرآیند تصمیم‌گیری تاثیر بیشتری دارد. بردار وزن شاخص ها $W = w_j$ به شکل زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix}$$

که w_j وزن هر شاخص است که در درایه‌های ستون متناظر با آن شاخص در ماتریس R ضرب می‌شوند تا ماتریس $V = v_{ij}$ با استفاده از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$v_{ij} = r_{ij} * w_j \qquad (۲)$$

در نهایت ماتریس تصمیم نرمال وزن‌دار به صورت زیر خواهد بود:

$$V = \begin{bmatrix} r_{11} \times w_1 & r_{12} \times w_2 & \dots & r_{1n} \times w_n \\ r_{21} \times w_1 & r_{22} \times w_2 & \dots & r_{2n} \times w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} \times w_1 & r_{m2} \times w_2 & \dots & r_{mn} \times w_n \end{bmatrix}$$

(۴) تعیین راه‌حل ایده‌آل مثبت A^+ و راه‌حل ایده‌آل منفی A^- بر اساس روابط زیر:

(۳)

$$A^+ = \left\{ (\max v_{ij} | j \in J), (\min v_{ij} | j \in \acute{J}) | i = ۱, ۲, ..., m \right\} = \{ v_۱^+, v_۲^+, ..., v_n^+ \}$$

(۴)

$$A^- = \left\{ (\min v_{ij} | j \in J), (\max v_{ij} | j \in \acute{J}) | i = ۱, ۲, ..., m \right\} = \{ v_۱^-, v_۲^-, ..., v_n^- \}$$

که J مربوط به زمانی است که مسئله مربوط به ماکسیمم‌سازی سود باشد و $\acute{J}$ مربوط به زمانی است که به دنبال مینیمم کردن هزینه هستیم.

(۵) اندازه‌گیری فاصله تا راه‌حل ایده‌آل مثبت و راه‌حل ایده‌آل منفی: در این مرحله فاصله هر گزینه را با راه‌حل ایده‌آل مثبت (PIS) و راه‌حل ایده‌آل منفی (NIS) بدست می‌آوریم. فاصله تا

راه‌حل ایده‌آل مثبت با S_i^+ نمایش داده می‌شود و با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=۱}^{n} (v_i^+ - v_{ij})^۲} \qquad (۵)$$

به همین صورت فاصله تا راه‌حل ایده‌آل منفی، با S_i^- نمایش داده می‌شود و از طریق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=۱}^{n} (v_i^- - v_{ij})^۲} \qquad (۶)$$

که هر دو حالت، هر مقدار از S_i^+ و S_i^- را از ستون‌های متناظر آن‌ها در ماتریس V کم می‌کنیم.

(۶) محاسبه نزدیکی نسبی [۱۷] برای هر گزینه: در مرحله آخر برای هر گزینه میزان نزدیکی نسبی C_i^- از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_i^- = \frac{S_i^-}{S_i^- + S_i^+} \qquad (۷)$$

این رابطه درصد نزدیکی نسبی هر گزینه را نسبت به راه‌حل ایده‌آل محاسبه می‌کند و مقدار آن بین صفر و یک است. گزینه‌ای که نزدیک‌ترین مقدار را به ۱ داشته باشد رتبه ۱ را می‌گیرد و سایر گزینه‌ها نیز بر اساس میزان نزدیکی نسبی به صورت نزولی مرتب می‌شوند [۳]، [۸].

در ادامه این بخش به طور مختصر چند الگوریتم معروف تصمیم‌گیری چندشاخصه دیگر را معرفی می‌کنیم[۲۴] ، [۶].

[17] Relative Closeness

۲.۲ روش MAUT

[۱۸] روشی است که بر اساس عواقب ممکن، تصمیمی را انتخاب می‌کند که بهترین سوددهی ممکن را داشته باشد. مهمترین مزیت این روش این است که عدم اطمینان را در نظر می‌گیرد. در این روش ابتدا ماتریس سودمندی [۱۹] با استفاده از توابعی مثل لگاریتم، توان و... محاسبه می‌شود تا امتیازات سودمندی [۲۰] برای هر گزینه بدست بیاید. در پایان ماتریس وزن‌دار محاسبه شده و با استفاده از توابع تجمعی [۲۱] مثل مینیمم، مجموع و ... گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند[۲].

۳.۲ روش روند سلسله مراتبی تحلیلی

روند سلسله مراتبی تحلیلی (AHP) مسئله را به یک ساختار سلسله مراتبی تبدیل می‌کند. از جمله مزایای این روش این است که با ساختن یک ساختار سلسله مراتبی از مسئله، می توان درک بهتری از تصمیم‌های ممکن، شاخص‌های مورد استفاده و گزینه‌ها بدست آورد. این روش گزینه‌های مختلف را بر اساس معیارها به صورت دو به دو با هم مقایسه می‌کند تا بهترین گزینه را انتخاب کند[۳۸].

۴.۲ روش استدلال مبتنی بر مورد

استدلال مبتنی بر مورد [۲۲] (CBR) یک روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه است که موارد مشابه با یک مسئله را از یک پایگاه‌داده بر می‌گرداند و راه‌حلی مشابه با موارد شبیه به مسئله ارائه می‌کند. یکی از بزرگترین مزایای آن نسبت به سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه این است که با گذر زمان و با وارد کردن موارد جدید قابل بهبود است. این روش را می‌توان یک شاخه از یادگیری ماشین درنظر گرفت، به دلیل این که پس از حل یک مسئله، تجربه بدست آمده از آن برای حل مسائل مشابه استفاده می‌شود [۱۳].

[18] Multi-Attribute Utility Theory
[19] Utility Matrix
[20] Utility Function
[21] Aggregated Function
[22] Cased-based Reasoning

۵.۲ روش ELECTRE

این روش با تکرارهای فراوان و بر اساس تجزیه و تحلیل تطابق، به گزینه‌ها رتبه می‌دهد. بزرگترین مزیت آن نیز در نظر گرفتن عدم اطمینان و ابهام است. این روش از دو گام برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه استفاده می‌کند. در گام اول گزینه‌ها به صورت دو به دو با هم مقایسه می‌شوند تا روابط بین آنها مشخص شود. در گام دوم با استفاده از روابط بدست آمده، گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند. این روش بیشتر در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه اولویت بندی شده[۲۳] مورد استفاده قرار می‌گیرد[۴۴].

۶.۲ روش وزن دهی افزایشی ساده

یکی از روش‌های کلاسیک در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه است که معمولا با نام مجموع وزن دار [۲۴] نیز شناخته می‌شود. دلیل این نام‌گذاری این است که این روش مجموع وزن‌دار امتیازات مختلف هر گزینه را بر اساس شاخص‌های مختلف به عنوان امتیاز نهایی آن گزینه در نظر می‌گیرد. به این صورت که ابتدا امتیازات داده شده توسط تصمیم گیرنده‌ها، نرمال می‌شوند و سپس در وزن شاخص‌ها ضرب می‌شوند. در پایان مجموع امتیازات وزن‌دار هر گزینه محاسبه می‌شود و گزینه‌ها بر اساس این مقدار به صورت نزولی مرتب می‌شوند. در واقع مراحل این الگوریتم در ابتدا همان سه گام روش تاپسیس هستند و در گام پایانی مجموع سطرهای ماتریس X محاسبه و بر اساس آن گزینه‌ها مرتب می‌شوند[۲۸].

۷.۲ روش ویکور

روش ویکور [۲۵] به عنوان یک روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه با شاخص‌های متناقض و گنگ، شناخته می‌شود که هدف آن ارائه یک راه‌حل مناسب برای رتبه‌بندی و انتخاب گزینه‌ها بر اساس شاخص‌های متناقض است. راه‌حل مناسب در این روش، راه‌حلی است که

[23] Prioritized
[24] Weighted Sum
[25] VIKOR

نزدیکی به حالت ایده‌آل است. این روش مشابه روش تاپسیس، گزینه‌ها را بر اساس فاصله با راه‌حل ایده‌آل رتبه‌بندی می‌کند[۱۸].

۳ تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی (FMADM)

در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری که شاخص‌های مشابه و زیادی وجود دارد، بررسی کردن همه جنبه‌ها امری حیاتی است. یک مثال ساده این است که سه شخص می‌خواهند مشخص کنند که کدام گوشی موبایل را بر اساس چند شاخص از جمله قیمت، اندازه صفحه، عمر باتری و اندازه حافظه خریداری کنند. هر کدام از این اشخاص ممکن است اهمیت بیشتری به هر کدام از شاخص‌ها بدهند. بنابراین، این مسئله برای هر سه شخص یک چالش است که چگونه گوشی موبایل را بر اساس تصمیم جمع انتخاب کنند. تاپسیس فازی یکی از روش‌ها برای حل این گونه مسائل است.

در سال ۱۹۹۲ چنگ [۲۶] و هوانگ [۲۷] با ارائه مقاله [۹] نسخه فازی روش تاپسیس را با نام تاپسیس فازی منتشر کردند. از آنجا که معمولا شاخص‌ها یا پارامترها در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه به صورت نامتجانس هستند، بنابراین برای دوری از این مشکلات یک سیستم فازی نیاز است. استفاده از اعداد فازی در تاپسیس برای آنالیز شاخص‌ها، باعث سادگی در ارزیابی می‌شود.

۱.۳ مفاهیم پایه

۱.۱.۳ تعاریف مورد نیاز

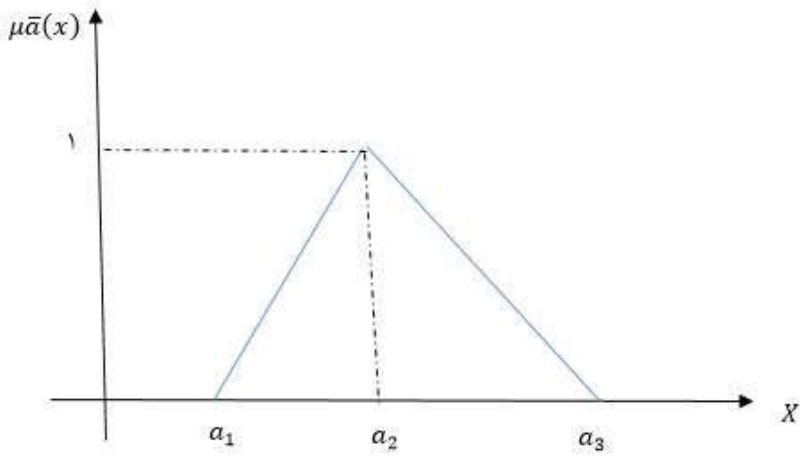
در این بخش به بررسی تعاریف مورد نیاز برای مبحث تاپسیس فازی خواهیم پرداخت.

تعریف ۱.۳ (مجموعه فازی). یک مجموعه فازی $\bar{a}$ در یک مجموعه مرجع X ، با یک تابع عضویت $\mu\bar{a}(x)$ مشخص می‌شود که هر عنصر x در X را به یک عدد حقیقی در بازه $[۰, ۱]$

[26] Cheng
[27] Huang

متناظر می‌کند. مقدار تابع $\mu\bar{a}(x)$ به درجه عضویت x در $\bar{a}$ گفته می‌شود. هرچه قدر این مقدار به یک نزدیک‌تر باشد، درجه عضویت x در $\mu\bar{a}(x)$ بالاتر است.

تعریف ۲.۳ (عدد فازی مثلثی). به طور کلی یک عدد فازی عبارت است از تعمیم یک عدد حقیقی به صورتی که به یک مقدار مشخص اشاره نکند، بلکه به مجموعه‌ای از مقادیر ممکن اشاره کند. از طرفی یک عدد فازی مثلثی[۲۸] با یک سه تایی مرتب $\bar{a} = (a_1, a_2, a_3)$ نمایش داده می‌شود که a_1 معمولا نشان‌دهنده کوچکترین مقدار ممکن، a_2 محتمل‌ترین مقدار و a_3 بزرگترین مقدار ممکن است. که در واقع تابع عضویت $\mu\bar{a}(x)$ بر روی عدد فازی مثلثی $\bar{a}$ اعمال می شود که این تابع عضویت باید محدب باشد. یک سیستم فازی مثلثی به شکل زیر نمایش داده می‌شود:



شکل ۱: سیستم عدد فازی مثلثی

که $\mu\bar{a}(a_2) = ۱$ و $\mu\bar{a}(a_1) = \mu\bar{a}(a_3) = ۰$ می توان ضابطه عددی فازی را با ضابطه‌های زیر نوشت:

[28] Triangular Fuzzy Number

$$\mu\bar{a}(x) = \begin{cases} ۰ & x < a_۱ \\ \frac{x-a_۱}{a_۲-a_۱} & a_۱ \le x \le a_۲ \\ \frac{a_۳-x}{a_۳-a_۲} & a_۲ \le x \le a_۳ \\ ۰ & x > a_۳ \end{cases} \qquad (۸)$$

تعریف ۳.۳ (فاصله بین اعداد فازی مثلثی). فرض کنید $\bar{a} = (a_۱, a_۲, a_۳)$ و $\bar{b} = (b_۱, b_۲, b_۳)$ دو عدد فازی مثلثی باشند. فاصله بین آنها از طریق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d(\bar{a}, \bar{b}) = \sqrt{\frac{۱}{۳} \times [(\bar{a}_۱ - \bar{b}_۱)^۲ + (\bar{a}_۲ - \bar{b}_۲)^۲ + (\bar{a}_۳ - \bar{b}_۳)^۲]} \qquad (۹)$$

تعریف ۴.۳ (ضرب بین اعداد فازی مثلثی). فرض کنید $\bar{a} = (a_۱, a_۲, a_۳)$ و $\bar{b} = (b_۱, b_۲, b_۳)$ دو عدد فازی مثلثی باشند. حاصل‌ضرب بین این دو عدد از طریق رابطه زیر بدست می آید:

$$(\bar{a}.\bar{b}) = (a_۱, a_۲, a_۳) \,.\, (b_۱, b_۲, b_۳) = (a_۱.b_۱, a_۲.b_۲, a_۳.b_۳) \qquad (۱۰)$$

۲.۱.۳ نظریه مجموعه فازی

مقیاس‌های تبدیل، برای تبدیل اصطلاحات زبانی به اعداد فازی استفاده می‌شوند که معمولا در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه از یک سیستم امتیازدهی ۱ تا ۹ برای گزینه‌ها و شاخص‌ها استفاده می‌شود. این بازه‌ها به این دلیل در نظر گرفته می‌شوند تا یک نمایش یکنواخت از ۱ تا ۹ برای اعداد فازی مثلثی که پنج امتیازدهی زبانی نشان می‌دهند، ارائه شود. حال یک سیستم امتیازدهی تصمیم‌گیری چندشاخصه را در نظر بگیرید که فرد به صورت زبانی به گزینه‌ها و شاخص‌ها امتیاز می‌دهد. جدول ۱، پنج نوع امتیازدهی زبانی و اعداد فازی متناظر با آن‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۱: امتیازدهی فازی برای متغیرهای زبانی

عدد فازی متناظر	وزن دهی شاخص ها	ارزیابی گزینه ها
(۳ و ۱ و ۱)	بسیار پایین	بسیار ضعیف
(۵ و ۳ و ۱)	پایین	ضعیف
(۷ و ۵ و ۳)	متوسط	عادلانه
(۹ و ۷ و ۵)	بالا	خوب
(۹ و ۹ و ۷)	بسیار بالا	خیلی خوب

۲.۳ روش تاپسیس فازی

در این روش گزینه‌ای که نزدیک‌ترین فاصله را با راه‌حل ایده‌آل مثبت فازی[۲۹] (FPIS) و بیشترین فاصله را با راه‌حل ایده‌آل منفی فازی [۳۰] (FNIS) داشته باشد، را به عنوان گزینه بهینه انتخاب می‌کند. FPIS در واقع بهترین مقدار و FNIS بدترین مقدار است. در این بخش مراحل الگوریتم تاپسیس فازی [۲۶]،[۲۷] را به صورت یک مثال عملی بررسی خواهیم کرد. برای این مثال، مسئله خرید خودرو را در نظر می‌گیریم. فرض کنید شخصی به دنبال خرید یک خودروی مناسب است. او دو خودرو رنو و مزدا را در نظر دارد که می خواهد یکی از آنها را برای خرید انتخاب کند. شخص خریدار چند شاخص برای خرید در نظر گرفته است که این شاخص ها عبارتند از ظاهر، میزان کاهش مصرف، ایمنی و مناسب بودن قیمت خودرو که همگی از نوع سود هستند. او هر دو خودرو را با توجه به شاخص‌ها به صورت زبانی امتیازدهی کرده است. ابتدا باید این مسئله را بعنوان یک مساله تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی تعریف و سپس با روش تاپسیس فازی آن را حل کنیم. جداول ۲ و ۳ امتیازات داده شده به دو خودرو و وزن شاخص‌ها را نشان می‌دهند.

جدول ۲: امتیازات داده شده به خودروها

ظاهر	میزان کاهش مصرف	ایمنی	مناسب بودن قیمت	شاخص / خودرو
عادلانه	عادلانه	خوب	عادلانه	**مزدا**
خوب	عادلانه	خیلی خوب	خوب	**رنو**

مراحل الگوریتم تاپسیس فازی به صورت زیر است:

[29] Fuzzy Positive Ideal Solution

[30] Fuzzy Negative Ideal Solution

جدول ۳: وزن شاخص ها

ظاهر	میزان کاهش مصرف	ایمنی	مناسب بودن قیمت	شاخص
پایین	بسیار بالا	بالا	متوسط	**وزن شاخص**

(۱) ساخت ماتریس تصمیم $\bar{X}$: با استفاده از جدول ۱ ماتریس $\bar{X} = \left\{x_{ij}^k\right\}$ و بردار وزن $\bar{W}$ را ایجاد می‌کنیم:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} (۳,۵,۷) & (۵,۷,۹) & (۱,۳,۵) & (۱,۳,۵) \\ (۵,۷,۹) & (۷,۹,۹) & (۳,۵,۷) & (۵,۷,۹) \end{bmatrix}$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} (۳,۵,۷) & (۵,۷,۹) & (۷,۹,۹) & (۱,۳,۵) \end{bmatrix}$$

(۲) نرمال‌سازی ماتریس تصمیم: با استفاده از فرمول‌های زیر ماتریس تصمیم $\bar{X}$ را نرمال‌سازی می‌کنیم تا ماتریس تصمیم نرمال $\bar{R} = \{r_{ij}\}$ بدست بیاید. اگر شاخص از نوع سود باشد:

$$\bar{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij}^{۱}}{c_{ij}^*}, \frac{x_{ij}^{۲}}{c_{ij}^*}, \frac{x_{ij}^{۳}}{c_{ij}^*}\right) \quad Where \quad c_{ij}^* = \max\left(x_{ij}^{۱}, x_{ij}^{۲}, x_{ij}^{۳}\right) \qquad (۱۱)$$

حال اگر شاخص از نوع زیان باشد:

$$\bar{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij}^{۱}}{c_{ij}^*}, \frac{x_{ij}^{۲}}{c_{ij}^*}, \frac{x_{ij}^{۳}}{c_{ij}^*}\right) \quad Where \quad c_{ij}^* = \min\left(x_{ij}^{۱}, x_{ij}^{۲}, x_{ij}^{۳}\right) \qquad (۱۲)$$

و در نهایت ماتریس $\bar{R}$ با درنظرگرفتن همه شاخص‌ها از نوع سود، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} (۰/۴۲, ۰/۶, ۱) & (۰/۳۳, ۰/۴۲, ۰/۶) & (۰/۱۴, ۰/۴۲, ۰/۷۱) & (۰/۱۴, ۰/۴۲, ۰/۷۱) \\ (۰/۳۳, ۰/۴۲, ۰/۶) & (۰/۷۷, ۱, ۱) & (۰/۴۲, ۰/۶, ۱) & (۰/۳۳, ۰/۴۲, ۰/۶) \end{bmatrix}$$

به عنوان مثال نحوه محاسبه درایه $\bar{r}_{۱۱}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$c_{ij}^{*} = \min(۳, ۵, ۷) = ۷ \qquad (۱۳)$$

$$\bar{r}_{۱۱} = \left(\frac{۳}{۵}, \frac{۵}{۷}, \frac{۷}{۷}\right) = (۰٫۴۲, ۰٫۶, ۱) \qquad (۱۴)$$

(۳) ایجاد ماتریس تصمیم نرمال وزن‌دار: در این گام ماتریس نرمال وزن‌دار $\bar{V}$ با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\bar{V} = \{\bar{v}_{ij}\} Where\ \bar{v}_{ij} = \bar{r}_{ij} \times \bar{w}_{j} \qquad (۱۵)$$

ماتریس حاصل به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} (۰٫۱۴, ۱٫۲۸, ۳٫۵۷) & (۱, ۳٫۶۸, ۶٫۲۴) & (۱٫۶۶, ۳, ۵٫۴) & (۱٫۲۸, ۳, ۷) \\ (۰٫۳۳, ۱٫۲۸, ۳) & ۳, ۵٫۴, ۹) & (۳٫۸۸, ۷, ۹) & (۰٫۹۹, ۲٫۱۴, ۴٫۲) \end{bmatrix}$$

به طور مثال درایه $\bar{v}_{۱۱}$ با استفاده از رابطه ۳۸ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{v}_{۱۱} = (۰٫۴۲, ۰٫۶, ۱) \times (۳, ۵, ۷) = (۱٫۲۸, ۳, ۷) \qquad (۱۶)$$

(۴) تعیین راه‌حل ایده‌آل مثبت فازی $\bar{A}^{+}$ و راه‌حل ایده‌آل منفی فازی $\bar{A}^{-}$ بر اساس روابط زیر:

(۱۷)

$$\bar{A}^{+} = (a_{۱}^{+}, a_{۲}^{+}, ..., a_{n}^{+}) = (\max \bar{v}_{ij}, \max \bar{v}_{ij}, \max \bar{v}_{ij}) | i = ۱, ۲, ..., m.$$

(۱۸)
$$\bar{A}^- = (a_۱^-, a_۲^-, ..., a_n^-) = (\min \bar{v}_{ij}, \min \bar{v}_{ij}, \min \bar{v}_{ij}) | i = ۱, ۲, ..., m.$$

که $\bar{A}^+$ بزرگترین مقدار از هر ستون و $\bar{A}^-$ کوچکترین مقدار را بر می‌گرداند، که برای ماتریس $\bar{V}$:

$$\bar{A}^+ = \left\{a_۱^+(۷, ۷, ۷), a_۲^+(۹, ۹, ۹), v_۳^+(۹, ۹, ۹), a_۴^+(۳٫۵۷, ۳٫۵۷, ۳٫۵۷)\right\} \quad (۱۹)$$

و $\bar{A}^-$ برابر است با

(۲۰)
$$\left\{a_۱^-(۰٫۹۹, ۰٫۹۹, ۰٫۹۹), a_۲^-(۱٫۶۶, ۱٫۶۶, ۱٫۶۶), a_۳^-(۱, ۱, ۱), a_۴^-(۰٫۱۴, ۰٫۱۴, ۰٫۱۴)\right\}$$

به عنوان مثال نحوه محاسبه $a_۱^-$ به صورت زیر است:

$$\min(۱٫۲۸, ۳, ۷, ۰٫۹۹, ۲٫۱۴, ۴, ۲) = ۰٫۹۹ \quad (۲۱)$$

$$a_۱^- = (۰٫۹۹, ۰٫۹۹, ۰٫۹۹) \quad (۲۲)$$

(۵) محاسبه فاصله هر گزینه از FPIS و FNIS : در این بخش فاصله هر گزینه را تا FPIS و FNIS با استفاده از رابطه ۳۷ بدست می‌آوریم تا ماتریس‌های $\bar{S}^+$ و $\bar{S}^-$ بدست آیند.

$$\bar{S}^+ = \begin{bmatrix} ۴٫۰۲ & ۵٫۸۵ & ۵٫۶۸ & ۲٫۲۲ \\ ۴٫۷۴ & ۳٫۱۷ & ۴٫۰۳ & ۱٫۷۸ \end{bmatrix}$$

$$\bar{S}^- = \begin{bmatrix} ۳٫۶۵ & ۲٫۲۹ & ۳٫۵۴ & ۴٫۲۴ \\ ۱٫۹۶ & ۵٫۳۹ & ۵٫۳۹ & ۲٫۳۱ \end{bmatrix}$$

درایه $\bar{S}_{11}^{+}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۲۳)

$$\bar{S}_{11}^{+} = \sqrt{\frac{1}{3} \times [(1{,}28 - 7)^2 + (3 - 7)^2 + (7 - 2)^2]} = \sqrt{16{,}21} = 4{,}02$$

(۶) محاسبه مجموع فواصل برای هر گزینه: در این بخش مجموع فواصل هر گزینه را از FPIS و FNIS بر اساس شاخص‌های مختلف بدست می‌آوریم:

$$\bar{d}_i^{+} = \sum_{j=1}^{n} \bar{S}_{ij}^{+} \qquad (۲۴)$$

$$\bar{d}_i^{-} = \sum_{j=1}^{n} \bar{S}_{ij}^{-} \qquad (۲۵)$$

پس داریم :

(۲۶)

$$\bar{d}_1^{+} = 4{,}02+5{,}85+5{,}68+2{,}2 = 17{,}78 \quad \bar{d}_2^{+} = 1{,}73 \;\; \bar{d}_1^{-} = 13{,}72 \;\; \bar{d}_2^{-} = 15{,}06$$

(۷) محاسبه نزدیکی نسبی: میزان نزدیکی نسبی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\bar{C}_i = \frac{\bar{d}_i^{-}}{\bar{d}_i^{-} + \bar{d}_i^{+}} \qquad i = 1, 2, ..., m \qquad (۲۷)$$

که این میزان نزدیکی برای دو خودروی مورد بحث به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\bar{C}_1 = \frac{13{,}72}{13{,}72 + 17{,}78} = 0{,}4356 \qquad \bar{C}_2 = \frac{15{,}06}{15{,}06 + 13{,}73} = 0{,}5331 \quad (۲۸)$$

که $\bar{C}_1$ میزان نزدیکی نسبی خودروی مزدا و $\bar{C}_2$ میزان نزدیکی نسبی خودروی رنو است.

طبق مقادیر بدست آمده بر اساس الگوریتم فازی تاپسیس، خودروی رنو بیشترین نزدیکی نسبی را با حالت ایده‌آل دارد و انتخاب می‌شود.

۳.۳ مروری بر سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه

این بخش به معرفی مختصر سایر روش های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی اختصاص دارد[۲۶].

۱.۳.۳ روش Fuzzy MAUT

این روش نسخه فازی روش MAUT است که هنگامی که اولویت‌ها به صورت مبهم هستند از آن استفاده می‌شود. در این روش مقادیر سودمندی و وزن شاخص‌ها به صورت فازی تعریف می‌شوند که ابتدا بر اساس تابع عضویت مثلثی این مقادیر تغییر می‌کنند و سپس مراحل الگوریتم طی می‌شود تا ارزیابی نهایی از گزینه‌ها حاصل شود[۱۴].

۲.۳.۳ روش روند سلسله مراتبی تحلیلی فازی

در روش اصلی روند سلسله مراتبی تحلیلی، داده‌ها به صورت اعداد کریسپ[۳۱] به الگوریتم داده می‌شوند، اما اگر تصمیم‌گیرنده نتواند نظر خود را با اعداد کریسپ بیان کند، از منطق فازی استفاده می‌شود. در این روش نیز همانند روش غیرفازی روند سلسله مراتبی تحلیلی ابتدا یک ساختار سلسله مراتبی ایجاد می‌شود، با این تفاوت که مقایسات دو به دو این بار بر اساس منطق فازی و به صورت زبانی هستند. این مقایسات به اعداد فازی مثلثی تبدیل شده و در پایان مقادیر اختصاص یافته به هر گزینه بر اساس میانگین هندسی ترکیب شده و به هر گزینه یک وزن اختصاص می‌یابد که بر اساس آن ارزیابی می‌شوند[۱۶].

۳.۳.۳ روش استدلال مبتنی بر مورد فازی

این رویکرد نیز همانند سایر رویکردهای تصمیم‌گیری چندشاخصه در محیط‌های فازی، از متغیرهای زبانی برای ارزیابی گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها استفاده می‌کند. به این صورت که

[31] Crsip

حالت‌های قبلی نیز به صورت فازی ذخیره شده‌اند و این روش با استفاده از مکانیزم‌های استفاده شده در مسائل گذشته، سعی در حل مسائل جدید دارد. در این رویکرد نیز همانند سایر رویکردهای مشابه، متغیرهای زبانی به اعداد متناظر فازی تبدیل می‌شوند[۴۳].

۴.۳.۳ روش Fuzzy ELECTRE

در این روش از توابع اکتشافی طبیعی روش ELECTRE برای بدست آوردن روابط باینری فازی که نشان دهنده ترجیح جمعی هستند، استفاده می‌کند. این روش نیز همانند سایر روش‌های فازی برای تصمیم‌گیری چندشاخصه، مقادیر کیفی داده شده به گزینه‌ها را به اعداد فازی تبدیل و سپس با استفاده از توابع تجمعی مثل میانگین، یک سیستم رتبه‌دهی ایجاد می‌کند[۱۱].

۵.۳.۳ روش وزن‌دهی افزایشی ساده فازی

ساده‌ترین روش در حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی است که هنگامی بخشی از اطلاعات از دست رفته است و یا به صورت مبهم در دسترس قرار دارد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. تمام مراحل آن شبیه روش اصلی وزن‌دهی افزایشی ساده است با این تفاوت که مقادیر نسبت داده شده به گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها ابتدا باید به اعداد فازی تبدیل شوند[۳۶].

۶.۳.۳ روش ویکور فازی

این روش مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه را در یک محیط فازی حل می کند که امتیازهای گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها به صورت فازی هستند. روش فازی ویکور بر رتبه‌بندی و انتخاب از مجموعه‌ای از گزینه‌ها برای تعیین بهترین راه‌حل در یک سیستم پیچیده متمرکز، دلالت دارد که اساس آن بر پایه میزان نزدیکی با راه‌حل ایده‌آل همانند روش تاپسیس فازی است[۲۴].

۴ کاربردهای تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی

۱.۴ کاربردهای روش تاپسیس فازی

در این بخش به بررسی کاربردهای روش تاپسیس فازی برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه در دنیای واقعی می‌پردازیم.

۱.۱.۴ مسائل مکانی

یکی از کاربردهای مهم تاپسیس فازی، تعیین مکان مناسب است. در مقاله [۱۰]، مسئله به این صورت است که یک شرکت پشتیبانی قصد دارد که یک مرکز توزیع شهری جدید احداث کند و سه محل برای احداث درنظر دارد. آن ها یک کمیته تصمیم‌گیری تشکیل داده‌اند که امتیازدهی به هر گزینه و هم‌چنین وزن‌دهی به شاخص‌ها به صورت زبانی صورت می‌گیرد. شاخص‌های آنها نیز قابلیت دسترسی، امنیت، اتصال به ناوگان حمل و نقل، هزینه ها، تاثیرات زیست محیطی، نزدیکی به مشتریان، نزدیکی به تولید کنندگان، در دسترس بودن منابع و قابلیت گسترش هستند. این مسئله که تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی است با روش تاپسیس فازی در این مقاله حل شده است. بسیاری دیگر از مسائل مربوط به تعیین مکان مناسب با استفاده از این رویکرد تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی قابل حل هستند.

۲.۱.۴ مسائل انتخاب تامین‌کننده پایدار

[۳۲] یکی از مسائلی که اخیرا کارخانه‌ها درگیر آن هستند، مبحث تصمیم‌گیری در مورد مدیریت زنجیره تامین است. انتخاب تامین‌کننده [۳۳] به فرآیندی گفته می‌شود که در آن یک تامین‌کننده، مواد اولیه مورد نیاز یک کارخانه را تامین می‌کند. انتخاب یک تامین کننده پایدار یکی از چالش‌های اصلی کارخانه‌ها است که باعث تامین به موقع نیازهای بازار، کاهش زمان و هزینه و نیز قرار گرفتن در فضای رقابتی است و تامین کننده با تامین به موقع و با کیفیت مواد اولیه آن را به وجود

[32] Sustainable Supplier Selection Problems

[33] Supplier Selection

می‌آورد. معمولا شورای تصمیم‌گیری یک کارخانه، یک یا گروهی از تامین‌کنندگان را انتخاب می‌کند. در بسیاری از مواقع نظرات به صورت غیرقطعی و مبهم هستند که نمی توان آنها را به صورت دقیق و با اعداد بیان کرد. این مسائل که در آنها چندین گزینه بر اساس معیارهای مختلف و با رویکرد فازی بررسی می‌شوند، با روش تاپسیس فازی قابل حل هستند. به عنوان مثال، در مقاله [۲۹] مسئله انتخاب تامین کننده با استفاده از روش تاپسیس فازی حل شده است که با معیارهایی نظیر هزینه،کیفیت مواد اولیه،سلامتی و ایمنی،بهره وری محیطی و..... تامین کنندگان مختلف ارزیابی شده‌اند.

۳.۱.۴ سیستم‌های منبع انرژی تجدیدپذیر

[۳۴] در کشور ترکیه یک پژوهش [۳۹] برای رتبه‌دهی به سیستم‌های منبع انرژی تجدید پذیر صورت گرفت که روش تاپسیس فازی برای این کار انتخاب شد. در این مسئله پنج شاخص با تاثیر مثبت: میزان انتشار دی‌اکسیدکربن (زیست محیطی)، اشتغال زایی(اجتماعی)، بهره‌وری،ظرفیت تعبیه‌شده و میزان انرژی تولیدی(فنی) و چهار شاخص با تاثیر منفی: میزان سرمایه‌گذاری، هزینه راه‌اندازی، دوره بازپرداخت(اقتصادی) و محل مورداستفاده (زیست‌محیطی) در نظر گرفته شدند.

۴.۱.۴ بازار سهام

یکی دیگر از مسائل مهمی که می توان به عنوان یک مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی درنظر گرفت، موضوع خرید سهام است که معمولا فرد بر اساس شاخص‌های مختلف سعی در انتخاب بهترین سهم‌ها برای سرمایه‌گذاری دارد. در مقاله [۱۹] یک پژوهش واقعی با استفاده از روش تاپسیس فازی برای رتبه‌بندی هفت سهم در بازار بورس تهران، انجام شده است. برای این کار معیارهای میزان فعالیت، درصد ریسک، در دسترس بودن نقدینگی، اعتبار شرکت، نوسانات قیمت سهام و ... استفاده شده‌اند.

[34] Renewable Energy Supply Systems

۵.۱.۴ مدل‌سازی اطلاعات ساخت

ارزیابی و انتخاب یک نرم‌افزار برای مدل‌سازی اطلاعات ساخت [۳۵] (BIM) یکی از مراحل مهم در شرکت‌های ساخت و ساز است که بر روی خروجی پروژه‌ها تاثیر زیادی دارد. در مقاله [۳۱] این مسئله با استفاده از روش تاپسیس فازی حل شده است که در آن یک مدل برای انتخاب نرم‌افزار مناسب برای مدل‌سازی اطلاعات ساخت بر اساس شاخص‌هایی مثل هزینه و ویژگی‌های نرم‌افزار ارائه شده است.

۲.۴ کاربردهای سایر روش های تصمیم گیری چندشاخصه فازی

چانگ [۷] با استفاده از روش ویکور فازی، یک پردازش معنایی برای ارزیابی کیفیت خدمات بیمارستان‌ها ارائه کرده است. در مقاله [۳۴] از روش روند سلسله مراتبی فازی برای مسئله انتخاب تامین کننده در صنعت هواپیمایی استفاده شده است. در مقاله [۴۰] از روش Fuzzy ELECTRE برای حل مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه در انتخاب تامین‌کننده استفاده شده است. در مقاله [۱] از روش‌های روند سلسله مراتبی فازی و وزن‌دهی افزایشی ساده فازی برای انتخاب کارکنان استفاده شده است. با توجه به این که قابلیت‌های هر شخص متفاوت است و هر شخص مناسب یک شغل است، از این روش برای پیدا کردن بهترین گزینه برای هر شغل استفاده شده است. در مقاله [۳۲] از روش استلال مبتنی بر مورد فازی برای دوری از تصادم کشتی‌ها استفاده شده است. این کار با استفاده از راه‌حل‌های قبلی در موقعیت‌های مشابه و انتخاب بهترین راه‌حل از بین آن‌ها صورت می‌گیرد. در مقاله [۲۵] از روش Fuzzy MAUT برای انتخاب یک استراتژی مناسب برای برگرداندن یک اکو سیستم آبی آلوده استفاده شده است. در مقاله [۱۷] خطرات ناشی از کار معدن با استفاده از روش فازی ویکور دسته بندی شده‌اند و سپس با ارزیابی این خطرات و در نظر گرفتن خطرات بالقوه، راه حل‌هایی با در نظر گرفتن شاخص‌های مختلف برای بهبود سطح کلی ایمنی زیر ساخت‌های معدن ارائه کرده‌اند. در مقاله [۴۵] از روش های تاپسیس فازی و روند سلسله مراتبی فازی برای رتبه‌بندی راه حل‌های مدیریت منابع آب استفاده شده است. این پژوهش شامل شناسایی گزینه‌های اصلی در میان مجموعه‌ای از گزینه‌ها است که در چارچوب

[35] Building Information Modeling

راهبردهای کاهش منابع آب در سیستم‌های توزیع آب کشورهای در حال توسعه ارائه شده است. در مقاله [۴۲] از یک رویکرد مبتنی بر روش وزن‌دهی افزایشی ساده فازی برای انتخاب بذر مناسب برای مزرعه استفاده کرده است. این روش بر اساس شاخص‌هایی نظیر نوع خاک، نور آفتاب و میزان منابع آب، بذر مناسب را برای یک مزرعه پیشنهاد می‌دهد. سیستم‌های تشخیص نفوذ معمولا با تشخیص یک نفوذ، هشدار خطری را برای مدیر سیستم ارسال می‌کنند و پاسخی را بر اساس پاسخ‌های موجود در پایگاه داده در مقابل نفوذ ایجاد شده، اعمال می‌کنند. در مقاله [۱۲] با استفاده از روش Fuzzy ELECTRE با مسئله انتخاب پاسخ مناسب، برخورد شده است.

۵ ابزارها و نرم‌افزارها

در این بخش به معرفی ابزارهای موجود برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت. متلب[۳۶] یک بستر مناسب برای اجرای روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه را فراهم کرده است. ابزار MCDM متلب [۳۲] شامل پیاده سازی ۱۵ روش تصمیم‌گیری چندشاخصه به همراه ۴ روش نرمال‌سازی است. این مجموعه شامل پیاده‌سازی توابعی مثل تاپسیس، ویکور، وزن‌دهی افزایشی ساده و ... از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه و همچنین روش‌های ماکسیمم، مجموع، ماکسیمم-مینیمم و روش برداری برای نرمال‌سازی ماتریس تصمیم است. این مجموعه یک مجموعه کامل برای علاقه‌مندان به کار در زمینه تصمیم‌گیری چندشاخصه است. البته در این زمینه ابزار و نرم افزارهای بسیاری وجود دارند از جمله نرم‌افزار ChemDecide که الگوریتم‌های روند سلسله مراتبی تحلیلی، ELECTRE و MARE را در بردارد. یکی دیگر از نرم‌افزاهای معروف در این زمینه 1000Minds است که یک بستر نرم‌افزاری برای تصمیم‌گیری چندشاخصه و تخصیص منابع فراهم کرده است. بسته نرم افزاری به زبان R [۷] نیز شامل روش‌های متداول در حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه است. در زمینه تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی نیز ابزارهایی وجود دارد که در این بخش چند مورد آنها را معرفی می کنیم. پکیج FuzzyMCDM[۳۷] شامل پیاده‌سازی به زبان R چندین روش معروف تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی، تاپسیس فازی،

[36] MATLAB

[37] https://cran.r-project.org/web/packages/FuzzyMCDM/index.html

ویکور فازی، Fuzzy Multi-MOORA و Fuzzy WASPAS است. این پکیج بر اساس داده‌های فازی(اعداد فازی مثلثی) کار می‌کند و از روش مجموع برای ترکیب نتایج استفاده می‌کند. نرم افزار swMATH نیز یک نرم‌افزار برای ارزیابی وب‌سایت‌های دولتی به صورت تصمیم‌گیری چندشاخصه و در محیط فازی است. این نرم افزار توسط دولت ترکیه برای ارزیابی وب‌سایت‌ها استفاده شده است که برای سایر مسائل در حوزه تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی نیز قابل استفاده است. مقاله [۳] یک نرم‌افزار برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه معرفی کرده است. در این نرم افزار، داده‌های زبانی به عنوانی ورودی هستند و روش‌های متعددی برای این کار پیاده‌سازی شده‌اند.

۶ نتیجه‌گیری و کارهای آینده

انسان همیشه در مسیر زندگی خود با مشکلات مختلفی مواجه می‌شود که ناگزیر است برای حل این مشکلات تصمیمی درست و با در نظر گرفتن شاخص‌های مختلف اتخاذ کند. در این مقاله، ما به بررسی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه و نسخه‌های فازی و کاربردهای آن‌ها در دنیای واقعی پرداختیم که باعث کاهش تلاش‌های انسانی در برخی تصمیم گیری‌ها می‌شوند. از جمله مزایای این روش‌ها این است که زمانی که مسئله پیچیده می‌شود و شاخص‌های بسیاری در تصمیم‌گیری موثر هستند، تصمیم‌گیری برای انسان بسیار سخت می‌شود، بنابراین این روش‌ها در حل این مسائل پیچیده، بسیار موثر هستند. یکی دیگر از موارد استفاده از این روش‌ها زمانی است که گروهی از افراد با نظرات مختلف و یا حتی متناقض قصد پیدا کردن یک راه‌حل و یا تصمیم‌گیری در مورد مسئله‌ای را دارند، که در این موارد روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه بهترین راه‌حل را با توجه به نظرات افراد پیدا می‌کنند. هم‌چنین در مواردی که اطلاعات موجود در مورد مسئله به صورت ناقص و یا مبهم هستند با استفاده از نسخه‌های فازی این روش‌ها می توان به حل مسئله پرداخت. در این مقاله ما مبحث تصمیم‌گیری چند شاخصه فازی و کاربردهای آن در مسائل دنیای واقعی و نمونه‌های آن را بررسی کردیم و روش تاپسیس را به عنوان رایج‌ترین روش در حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه و نسخه فازی آن را با استفاده از یک مثال در دنیای واقعی تشریح کردیم. در آینده نیز ما سعی داریم که با استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی به حل مسائل در یادگیری ماشین و امنیت اطلاعات بپردازیم. همچنین سعی خواهیم کرد که

از این روش‌ها به خصوص روش تاپسیس فازی، برای ایجاد یک سیستم پیشگیری از نفوذ برای شبکه‌ها و نیز در الگوریتم‌های یادگیری مورد استفاده قرار دهیم.

۷ مقدمه

تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی [۳۸] (FMADM) یکی از مباحث مهم در سیستم‌های خبره[۳۹] و تحقیق در عملیات [۴۰] است که شامل چندین گزینه‌ی مختلف و معیار تصمیم‌گیری است. به طور کلی، تصمیم‌گیری چندمعیاره[۴۱] (MCDM) به دنبال انتخاب یک یا چند مورد از بین گزینه‌های در دسترس و بر اساس معیارها یا تصمیم گیرنده‌های متفاوت است مانند انتخاب ویژگی چندبرچسبی که در آن ویژگی‌ها براساس برچسب‌های مختلف ارزیابی می‌شوند[۳۵] ،[۴] ،[۲۳] ،[۲۲]. تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره برای حل مسائل در زمینه‌های مختلف علمی از جمله علوم پزشکی، ورزش، شبکه و ارتباطات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

به طور کلی روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره به دو دسته عمده مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه[۴۲] (MODM) و مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه[۴۳] (MADM) تقسیم می‌شوند. تفاوت اصلی مدل‌های تصمیم‌گیری چندهدفه با مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه آن است که اولی درفضای تصمیم‌گیری پیوسته و دومی برفضای تصمیم‌گیری گسسته تعریف می‌گردند. در این مقاله ما به بررسی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه می‌پردازیم. از طرفی تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول روش‌هایی هستند که مبتنی بر رویکردهای انسانی هستند و بر اساس اولویت‌های انسان شکل می‌گیرند، مثل روش‌های روند سلسله مراتبی تحلیلی [۴۴] (AHP) [۴۰] و روش بهترین-بدترین[۴۵] (BWM) [۳۷] و دسته دوم

[38] Fuzzy Multi-Attribute Decision-Making
[39] Expert Systems
[40] Operations Research
[41] Multi-Criteria Decision-Making
[42] Multi-Objective Decision-Making
[43] Multi-Attribute Decision-Making
[44] Analytic Hierarchy Process
[45] Best-Worst Method

مبتنی بر رویکردهای ریاضی هستند که بر مبنای محاسبات ریاضی شکل گرفته‌اند، مثل روش تاپسیس[۴۶] [۲۵] و روش وزن‌دهی افزایشی ساده[۴۷] (SAW) [۲۴] . در بین روش‌های مبتنی بر محاسبات ریاضی، روش تاپسیس رایج‌ترین روش است که ایده آن بر این اساس است که راه‌حل بهینه را طبق فاصله با بهترین و بدترین راه‌حل‌ها انتخاب کند. بهترین راه‌حل، راه‌حلی است که توسط همه تصمیم‌گیرنده‌ها ترجیح داده می‌شود و حداکثر سود و حداقل هزینه را در بردارد، در صورتی که بدترین راه‌حل توسط هیچ یک از تصمیم‌گیرنده‌ها ترجیح داده نمی شود و حداکثر هزینه و حداقل سود را در پی دارد[۲۴]، [۵].

در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، مسائل تصمیم‌گیری معمولا با اهداف و محدودیت‌هایی مواجه هستند که به صورت دقیق نمی‌توان آن‌ها را مشخص کرد. پس از این که پروفسور لطفی عسکرزاده و بلمن [۴۸] با چاپ مقاله [۶]، برای اولین‌بار مجموعه‌های فازی را در تصمیم‌گیری چند شاخصه تعریف کردند، محققین بسیاری، تصمیم‌گیری چندشاخصه در فضای منطق فازی را توسعه دادند[۱۵]. ادغام دو مفهوم مهم تصمیم‌گیری چندشاخصه و تئوری مجموعه‌های فازی باعث ایجاد یک علم تصمیم‌گیری جدید شده است و امروزه با نام تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی شناخته می‌شود، که در آن تصمیم‌گیرنده‌ها بر اساس اطلاعات و شناخت غیرقطعی و غیرکامل قضاوت می‌کنند. در دنیای واقعی زمانی که می‌خواهیم تصمیم‌گیری و یا قضاوت کنیم، معمولا از یک زبان طبیعی استفاده می‌کنیم که شامل کلماتی مبهم و بدون معنای دقیق است. در نتیجه ما برای بیان متغیرهای زبانی[۴۹] به اعداد فازی نیاز داریم تا قضاوت ذهنی یک تصمیم‌گیرنده را به صورت کمی توصیف کنیم[۳۳]. به طور کلی روش‌های چندشاخصه فازی در مواردی بر روش‌های چندشاخصه واضح اولویت دارند که اطلاعات مسئله به صورت غیرقطعی و توصیفی باشد و ارزیابی دقیقی طبق شاخص‌ها صورت نگرفته باشد.

در این مقاله ما به دنبال توصیف فرآیند تصمیم‌گیری چندشاخصه در یک محیط فازی هستیم. ساختار کلی این مقاله به صورت زیر است: در بخش ۲، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه

[46] TOPSIS
[47] Simple Additive Weighting
[48] Bellman
[49] Linguistic Variables

غیرفازی تشریح می‌شوند. در بخش ۳، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی آورده خواهند شد و سپس در بخش ۴ کاربردهای این روش‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در بخش ۵ ما به معرفی ابزارهای مورد نیاز برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت. در نهایت، بخش ۶ به نتیجه‌گیری اختصاص یافته است.

۸ تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM)

مسائل تصمیم‌گیری دنیای واقعی را معمولا نمی‌توان با ارزیابی تنها یک شاخص به ایجاد یک تصمیم بهینه منتهی کرد، زیرا این مسائل پیچیده و ناسازگار هستند. در حقیقت، در نظر گرفتن تنها یک شاخص از مساله در فرآیند تصمیم‌گیری، فرار کردن از ماهیت واقعی مسئله موردنظر است و می‌تواند به تصمیمات غیرواقعی منجر شود. یک رویکرد جذاب‌تر توجه همزمان به همه شاخص‌های مرتبط با مساله است. تصمیم‌گیری چندشاخصه یک بخش مهم در سیستم‌های خبره و تحقیق در عملیات است که به توسعه و اجرای ابزارها و روش‌های تصمیم‌گیری برای حل مشکلات مربوط به تصمیم‌گیری‌های پیچیده مثل مسائل چندشاخصه با شاخص‌های متناقض اختصاص دارد[۲۸].

به طور کلی، تصمیم‌گیری چندشاخصه به دنبال ارائه ابزاری است که از طریق آن، گزینه‌های تصمیم‌گیری بر اساس نظر گروهی از تصمیم‌گیرندگان و یا براساس نظر یک تصمیم‌گیرنده طبق چندین شاخص مختلف، ارزیابی خواهند شد. این مسائل برای استخراج دانش در زمینه‌های مختلف علمی از جمله ریاضیات، اقتصاد، علوم کامپیوتر، علوم پزشکی، سیستم‌های اطلاعاتی و ارتباطی استفاده می‌شوند[۵].

مسائلی که تصمیم‌گیرنده در آن باید مجموعه‌ای متناهی از گزینه‌ها را برای انتخاب بهترین گزینه ارزیابی کند و گزینه‌ها را از بهترین به بدترین رتبه‌دهی کند، مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره گسسته یا چندشاخصه نامیده می‌شوند. در حالی که اگر گزینه‌ها به صورت مجموعه‌ای نامحدود باشند، مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته یا چندهدفه نام دارند. در این مقاله، ما به بررسی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت[۲۸].

از طرف دیگر، روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند. گروه اول

روش‌هایی هستند که بر اساس اولویت‌های انسانی شکل می‌گیرند که از جمله معروف‌ترین الگوریتم‌های این دسته می‌توان به روش روند سلسله مراتبی تحلیلی (AHP) [۳۷] ، روش بهترین-بدترین (BWM) [۳۳] اشاره کرد. گروه دوم روش‌هایی هستند که بر مبنای محاسبات ریاضی شکل گرفته‌اند. از جمله روش‌های رایج در این گروه، می‌توان به روش تاپسیس (TOPSIS) [۲۱] و روش وزن‌دهی افزایشی (SAW) [۲۰] اشاره کرد. در ادامه، ابتدا روش تاپسیس را به عنوان معروف‌ترین روش تصمیم‌گیری چندشاخصه تشریح خواهیم کرد و سپس سایر روش‌های مطرح تصمیم‌گیری چندشاخصه بررسی خواهند شد.

۱.۸ روش تاپسیس

در این بخش به بررسی گام‌های الگوریتم تاپسیس به عنوان یک روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت. این روش در سال ۱۹۸۱ توسط هوانگ [۵۰] و یون [۵۱] در مقاله [۲۵] معرفی شد. این روش یک سیستم رتبه‌بندی برای گزینه‌های مختلف بر اساس چندین شاخص متفاوت ایجاد می‌کند. این سیستم بر اساس فاصله‌ی هر گزینه با راه حل ایده‌آل مثبت [۵۲] (PIS) و راه حل ایده‌آل منفی [۵۳] (NIS) شکل می‌گیرد. راه حل ایده آل مثبت در واقع راه‌حلی است که سود را حداکثر می‌کند و راه حل ایده‌آل منفی سود را به حداقل می‌رساند. روش تاپسیس بالاترین اولویت را به گزینه‌ای می‌دهد که کم‌ترین فاصله را با راه‌حل ایده‌آل مثبت و بیشترین فاصله را از راه حل ایده‌آل منفی داشته باشد.

مراحل این الگوریتم به صورت زیر است:

(۱) ساخت ماتریس تصمیم : ماتریس تصمیم $X = x_{ij}$ که x_{ij} مقدار شاخص j -ام را برای گزینه i -ام در بردارد و i=1,2,….,m و j=1,2,….,n هستند که m تعداد گزینه‌ها و n تعداد شاخص‌ها هستند. در واقع ماتریس تصمیم، دربردارنده کیفیت گزینه‌های مختلف طبق شاخص‌های متفاوت است که سطرهای ماتریس بیانگر گزینه‌ها و ستون‌های آن،

[50] Hwang
[51] Yoon
[52] Positive Ideal Solution
[53] Negative Ideal Solution

شاخص‌ها هستند. ماتریس تصمیم برای این مسئله به صورت زیر است:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

(۲) نرمال‌سازی ماتریس تصمیم: با توجه به این که مقادیر شاخص‌های مختلف در بازه‌ها و ابعاد مختلفی قرار دارد، بنابراین ماتریس تصمیم نیاز به نرمال‌سازی دارد. برای این کار، ماتریس X را به ماتریس تصمیم نرمال $R = r_{ij}$ تبدیل کنیم. درایه‌های ماتریس تصمیم توسط رابطه زیر نرمال می‌شوند و ماتریس R را تشکیل می‌دهند:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} x_{ik}^{2}}} \qquad (۲۹)$$

در نهایت ماتریس R به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

(۳) ایجاد ماتریس تصمیم نرمال وزن‌دار: با توجه به این که درمسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه همه شاخص‌ها در یک سطح نیستند و در دنیای واقعی معمولا تصمیم‌گیرنده‌ها از نظر ویژگی‌های منحصر به فردی مثل تجربه، مهارت، دانش و ... با هم فرق دارند و در بیشتر مواقع توانایی‌ها و علایق متفاوتی دارند که این شرایط بر نتایج تاثیرگذار هستند. در نتیجه

معمولا به شاخص‌ها، وزن‌های متفاوتی بر اساس ویژگی آن‌ها داده می‌شود که این وزن‌ها به صورت مقادیری بین صفر و یک به هر شاخص اختصاص می‌یابد که مجموع آنها برابر با یک می‌باشد. شاخصی که وزن بالاتری به آن اختصاص می‌یابد در فرآیند تصمیم‌گیری تاثیر بیشتری دارد. بردار وزن شاخص ها $W = w_j$ به شکل زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix}$$

که w_j وزن هر شاخص است که در درایه‌های ستون متناظر با آن شاخص در ماتریس R ضرب می‌شوند تا ماتریس $V = v_{ij}$ با استفاده از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$v_{ij} = r_{ij} * w_j \qquad (۳۰)$$

در نهایت ماتریس تصمیم نرمال وزن‌دار به صورت زیر خواهد بود:

$$V = \begin{bmatrix} r_{11} \times w_1 & r_{12} \times w_2 & \dots & r_{1n} \times w_n \\ r_{21} \times w_1 & r_{22} \times w_2 & \dots & r_{2n} \times w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} \times w_1 & r_{m2} \times w_2 & \dots & r_{mn} \times w_n \end{bmatrix}$$

(۴) تعیین راه‌حل ایده‌آل مثبت A^+ و راه‌حل ایده‌آل منفی A^- بر اساس روابط زیر:

$$A^+ = \left\{ (\max v_{ij} | j \in J), (\min v_{ij} | j \in \acute{J}) | i = ۱, ۲, ..., m \right\} = \{ v_۱^+, v_۲^+, ..., v_n^+ \} \qquad (۳۱)$$

$$A^- = \left\{ (\min v_{ij} | j \in J), (\max v_{ij} | j \in \acute{J}) | i = ۱, ۲, ..., m \right\} = \{ v_۱^-, v_۲^-, ..., v_n^- \} \qquad (۳۲)$$

که J مربوط به زمانی است که مسئله مربوط به ماکسیمم‌سازی سود باشد و $\acute{J}$ مربوط به زمانی است که به دنبال مینیمم کردن هزینه هستیم.

(۵) اندازه‌گیری فاصله تا راه‌حل ایده‌آل مثبت و راه‌حل ایده‌آل منفی: در این مرحله فاصله هر گزینه را با راه‌حل ایده‌آل مثبت (PIS) و راه‌حل ایده‌آل منفی (NIS) بدست می‌آوریم. فاصله تا راه‌حل ایده‌آل مثبت با S_i^+ نمایش داده می‌شود و با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=۱}^{n}(v_i^+ - v_{ij})^۲} \qquad (۳۳)$$

به همین صورت فاصله تا راه‌حل ایده‌آل منفی، با S_i^- نمایش داده می‌شود و از طریق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=۱}^{n}(v_i^- - v_{ij})^۲} \qquad (۳۴)$$

که هر دو حالت، هر مقدار از S_i^+ و S_i^- را از ستون‌های متناظر آن‌ها در ماتریس V کم می‌کنیم.

(۶) محاسبه نزدیکی نسبی [۵۴] برای هر گزینه: در مرحله آخر برای هر گزینه میزان نزدیکی نسبی C_i^- از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_i^- = \frac{S_i^-}{S_i^- + S_i^+} \qquad (۳۵)$$

این رابطه درصد نزدیکی نسبی هر گزینه را نسبت به راه‌حل ایده‌آل محاسبه می‌کند و مقدار آن بین صفر و یک است. گزینه‌ای که نزدیک‌ترین مقدار را به ۱ داشته باشد رتبه ۱ را می‌گیرد و سایر گزینه‌ها نیز بر اساس میزان نزدیکی نسبی به صورت نزولی مرتب می‌شوند [۳]، [۸].

[54] Relative Closeness

در ادامه این بخش به طور مختصر چند الگوریتم معروف تصمیم‌گیری چندشاخصه دیگر را معرفی می‌کنیم[۲۴] ، [۶].

۲.۸ روش MAUT

[۵۵] روشی است که بر اساس عواقب ممکن، تصمیمی را انتخاب می‌کند که بهترین سوددهی ممکن را داشته باشد. مهمترین مزیت این روش این است که عدم اطمینان را در نظر می‌گیرد. در این روش ابتدا ماتریس سودمندی [۵۶] با استفاده از توابعی مثل لگاریتم، توان و... محاسبه می‌شود تا امتیازات سودمندی [۵۷] برای هر گزینه بدست بیاید. در پایان ماتریس وزن‌دار محاسبه شده و با استفاده از توابع تجمعی [۵۸] مثل مینیمم، مجموع و ... گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند[۲].

۳.۸ روش روند سلسله مراتبی تحلیلی

روند سلسله مراتبی تحلیلی (AHP) مسئله را به یک ساختار سلسله مراتبی تبدیل می‌کند. از جمله مزایای این روش این است که با ساختن یک ساختار سلسله مراتبی از مسئله، می توان درک بهتری از تصمیم‌های ممکن، شاخص‌های مورد استفاده و گزینه‌ها بدست آورد. این روش گزینه‌های مختلف را بر اساس معیارها به صورت دو به دو با هم مقایسه می‌کند تا بهترین گزینه را انتخاب کند[۳۸].

۴.۸ روش استدلال مبتنی بر مورد

استدلال مبتنی بر مورد [۵۹] (CBR) یک روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه است که موارد مشابه با یک مسئله را از یک پایگاه‌داده بر می‌گرداند و راه‌حلی مشابه با موارد شبیه به مسئله ارائه می‌کند. یکی از بزرگترین مزایای آن نسبت به سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه این

[55] Multi-Attribute Utility Theory
[56] Utility Matrix
[57] Utility Function
[58] Aggregated Function
[59] Cased-based Reasoning

است که با گذر زمان و با وارد کردن موارد جدید قابل بهبود است. این روش را می‌توان یک شاخه از یادگیری ماشین درنظر گرفت، به دلیل این که پس از حل یک مسئله، تجربه بدست آمده از آن برای حل مسائل مشابه استفاده می‌شود [۱۳].

۵.۸ روش ELECTRE

این روش با تکرارهای فراوان و بر اساس تجزیه و تحلیل تطابق، به گزینه‌ها رتبه می‌دهد. بزرگترین مزیت آن نیز در نظر گرفتن عدم اطمینان و ابهام است. این روش از دو گام برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه استفاده می‌کند. در گام اول گزینه‌ها به صورت دو به دو با هم مقایسه می‌شوند تا روابط بین آنها مشخص شود. در گام دوم با استفاده از روابط بدست آمده، گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند. این روش بیشتر در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه اولویت بندی شده[۶۰] مورد استفاده قرار می‌گیرد[۴۴].

۶.۸ روش وزن دهی افزایشی ساده

یکی از روش‌های کلاسیک در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه است که معمولا با نام مجموع وزن دار [۶۱] نیز شناخته می‌شود. دلیل این نام‌گذاری این است که این روش مجموع وزن‌دار امتیازات مختلف هر گزینه را بر اساس شاخص‌های مختلف به عنوان امتیاز نهایی آن گزینه در نظر می‌گیرد. به این صورت که ابتدا امتیازات داده شده توسط تصمیم گیرنده‌ها، نرمال می‌شوند و سپس در وزن شاخص‌ها ضرب می‌شوند. در پایان مجموع امتیازات وزن‌دار هر گزینه محاسبه می‌شود و گزینه‌ها بر اساس این مقدار به صورت نزولی مرتب می‌شوند. در واقع مراحل این الگوریتم در ابتدا همان سه گام روش تاپسیس هستند و در گام پایانی مجموع سطرهای ماتریس X محاسبه و بر اساس آن گزینه‌ها مرتب می‌شوند[۲۸].

[60] Prioritized

[61] Weighted Sum

۷.۸ روش ویکور

روش ویکور [۶۲] به عنوان یک روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه با شاخص‌های متناقض و گنگ، شناخته می‌شود که هدف آن ارائه یک راه‌حل مناسب برای رتبه‌بندی و انتخاب گزینه‌ها بر اساس شاخص‌های متناقض است. راه‌حل مناسب در این روش، راه‌حلی است که نزدیکی به حالت ایده‌آل است. این روش مشابه روش تاپسیس، گزینه‌ها را بر اساس فاصله با راه‌حل ایده‌آل رتبه‌بندی می‌کند[۱۸].

۹ تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی (FMADM)

در بسیاری از مسائل تصمیم‌گیری که شاخص‌های مشابه و زیادی وجود دارد، بررسی کردن همه جنبه‌ها امری حیاتی است. یک مثال ساده این است که سه شخص می‌خواهند مشخص کنند که کدام گوشی موبایل را بر اساس چند شاخص از جمله قیمت، اندازه صفحه، عمر باتری و اندازه حافظه خریداری کنند. هر کدام از این اشخاص ممکن است اهمیت بیشتری به هر کدام از شاخص‌ها بدهند. بنابراین، این مسئله برای هر سه شخص یک چالش است که چگونه گوشی موبایل را بر اساس تصمیم جمع انتخاب کنند. تاپسیس فازی یکی از روش‌ها برای حل این گونه مسائل است.

در سال ۱۹۹۲ چنگ [۶۳] و هوانگ [۶۴] با ارائه مقاله [۹] نسخه فازی روش تاپسیس را با نام تاپسیس فازی منتشر کردند. از آنجا که معمولا شاخص‌ها یا پارامترها در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه به صورت نامتجانس هستند، بنابراین برای دوری از این مشکلات یک سیستم فازی نیاز است. استفاده از اعداد فازی در تاپسیس برای آنالیز شاخص‌ها، باعث سادگی در ارزیابی می‌شود.

---

[62] VIKOR

[63] Cheng

[64] Huang

۱.۹ مفاهیم پایه

۱.۱.۹ تعاریف مورد نیاز

در این بخش به بررسی تعاریف مورد نیاز برای مبحث تاپسیس فازی خواهیم پرداخت.

تعریف ۱.۹ (مجموعه فازی). یک مجموعه فازی $\bar{a}$ در یک مجموعه مرجع X ، با یک تابع عضویت $\mu\bar{a}(x)$ مشخص می‌شود که هر عنصر x در X را به یک عدد حقیقی در بازه $[۰, ۱]$ متناظر می‌کند. مقدار تابع $\mu\bar{a}(x)$ به درجه عضویت x در $\bar{a}$ گفته می‌شود. هرچه قدر این مقدار به یک نزدیک‌تر باشد، درجه عضویت x در $\mu\bar{a}(x)$ بالاتر است.

تعریف ۲.۹ (عدد فازی مثلثی). به طور کلی یک عدد فازی عبارت است از تعمیم یک عدد حقیقی به صورتی که به یک مقدار مشخص اشاره نکند، بلکه به مجموعه‌ای از مقادیر ممکن اشاره کند. از طرفی یک عدد فازی مثلثی[۶۵] با یک سه تایی مرتب $\bar{a} = (a_۱, a_۲, a_۳)$ نمایش داده می‌شود که $a_۱$ معمولا نشان‌دهنده کوچکترین مقدار ممکن، $a_۲$ محتمل‌ترین مقدار و $a_۳$ بزرگترین مقدار ممکن است. که در واقع تابع عضویت $\mu\bar{a}(x)$ بر روی عدد فازی مثلثی $\bar{a}$ اعمال می شود که این تابع عضویت باید محدب باشد. یک سیستم فازی مثلثی به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

شکل ۲: سیستم عدد فازی مثلثی

که $\mu\bar{a}(a_۲) = ۱$ و $\mu\bar{a}(a_۱) = \mu\bar{a}(a_۳) = ۰$ می توان ضابطه عددی فازی را با ضابطه‌های زیر نوشت:

$$\mu\bar{a}(x) = \begin{cases} ۰ & x < a_۱ \\ \frac{x-a_۱}{a_۲-a_۱} & a_۱ \le x \le a_۲ \\ \frac{a_۳-x}{a_۳-a_۲} & a_۲ \le x \le a_۳ \\ ۰ & x > a_۳ \end{cases} \qquad (۳۶)$$

[65] Triangular Fuzzy Number

تعریف ۳.۹ (فاصله بین اعداد فازی مثلثی). فرض کنید $\bar{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\bar{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو عدد فازی مثلثی باشند. فاصله بین آنها از طریق رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d(\bar{a}, \bar{b}) = \sqrt{\frac{1}{3} \times [(\bar{a}_1 - \bar{b}_1)^2 + (\bar{a}_2 - \bar{b}_2)^2 + (\bar{a}_3 - \bar{b}_3)^2]} \qquad (۳۷)$$

تعریف ۴.۹ (ضرب بین اعداد فازی مثلثی). فرض کنید $\bar{a} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\bar{b} = (b_1, b_2, b_3)$ دو عدد فازی مثلثی باشند. حاصل‌ضرب بین این دو عدد از طریق رابطه زیر بدست می آید:

$$(\bar{a}.\bar{b}) = (a_1, a_2, a_3) \,.\, (b_1, b_2, b_3) = (a_1.b_1, a_2.b_2, a_3.b_3) \qquad (۳۸)$$

۲.۱.۹ نظریه مجموعه فازی

مقیاس‌های تبدیل، برای تبدیل اصطلاحات زبانی به اعداد فازی استفاده می‌شوند که معمولا در مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه از یک سیستم امتیازدهی ۱ تا ۹ برای گزینه‌ها و شاخص‌ها استفاده می‌شود. این بازه‌ها به این دلیل در نظر گرفته می‌شوند تا یک نمایش یکنواخت از ۱ تا ۹ برای اعداد فازی مثلثی که پنج امتیازدهی زبانی نشان می‌دهند، ارائه شود. حال یک سیستم امتیازدهی تصمیم‌گیری چندشاخصه را در نظر بگیرید که فرد به صورت زبانی به گزینه‌ها و شاخص‌ها امتیاز می‌دهد. جدول ۱، پنج نوع امتیازدهی زبانی و اعداد فازی متناظر با آن‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۴: امتیازدهی فازی برای متغیرهای زبانی

عدد فازی متناظر	وزن دهی شاخص ها	ارزیابی گزینه ها
(۳ و ۱ و ۱)	بسیار پایین	بسیار ضعیف
(۵ و ۳ و ۱)	پایین	ضعیف
(۷ و ۵ و ۳)	متوسط	عادلانه
(۹ و ۷ و ۵)	بالا	خوب
(۹ و ۹ و ۷)	بسیار بالا	خیلی خوب

۲.۹ روش تاپسیس فازی

در این روش گزینه‌ای که نزدیک‌ترین فاصله را با راه‌حل ایده‌آل مثبت فازی[۶۶] (FPIS) و بیشترین فاصله را با راه‌حل ایده‌آل منفی فازی [۶۷] (FNIS) داشته باشد، را به عنوان گزینه بهینه انتخاب می‌کند. FPIS در واقع بهترین مقدار و FNIS بدترین مقدار است. در این بخش مراحل الگوریتم تاپسیس فازی [۲۶]،[۲۷] را به صورت یک مثال عملی بررسی خواهیم کرد. برای این مثال، مسئله خرید خودرو را در نظر می‌گیریم. فرض کنید شخصی به دنبال خرید یک خودروی مناسب است. او دو خودرو رنو و مزدا را در نظر دارد که می خواهد یکی از آنها را برای خرید انتخاب کند. شخص خریدار چند شاخص برای خرید در نظر گرفته است که این شاخص ها عبارتند از ظاهر، میزان کاهش مصرف، ایمنی و مناسب بودن قیمت خودرو که همگی از نوع سود هستند. او هر دو خودرو را با توجه به شاخص‌ها به صورت زبانی امتیازدهی کرده است. ابتدا باید این مسئله را بعنوان یک مساله تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی تعریف و سپس با روش تاپسیس فازی آن را حل کنیم. جداول ۲ و ۳ امتیازات داده شده به دو خودرو و وزن شاخص‌ها را نشان می‌دهند. مراحل

جدول ۵: امتیازات داده شده به خودروها

ظاهر	میزان کاهش مصرف	ایمنی	مناسب بودن قیمت	شاخص / خودرو
عادلانه	عادلانه	خوب	عادلانه	**مزدا**
خوب	عادلانه	خیلی خوب	خوب	**رنو**

جدول ۶: وزن شاخص ها

ظاهر	میزان کاهش مصرف	ایمنی	مناسب بودن قیمت	شاخص
پایین	بسیار بالا	بالا	متوسط	**وزن شاخص**

الگوریتم تاپسیس فازی به صورت زیر است:

(۱) ساخت ماتریس تصمیم $\bar{X}$: با استفاده از جدول ۱ ماتریس $\bar{X} = \left\{x_{ij}^k\right\}$ و بردار وزن $\bar{W}$

[66] Fuzzy Positive Ideal Solution

[67] Fuzzy Negative Ideal Solution

۲۱۹ ـــ

را ایجاد می‌کنیم:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} (۳,۵,۷) & (۵,۷,۹) & (۱,۳,۵) & (۱,۳,۵) \\ (۵,۷,۹) & (۷,۹,۹) & (۳,۵,۷) & (۵,۷,۹) \end{bmatrix}$$

$$\bar{W} = \begin{bmatrix} (۳,۵,۷) & (۵,۷,۹) & (۷,۹,۹) & (۱,۳,۵) \end{bmatrix}$$

(۲) نرمال‌سازی ماتریس تصمیم: با استفاده از فرمول‌های زیر ماتریس تصمیم $\bar{X}$ را نرمال‌سازی می‌کنیم تا ماتریس تصمیم نرمال $\bar{R} = \{r_{ij}\}$ بدست بیاید. اگر شاخص از نوع سود باشد:

$$\bar{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij}^{۱}}{c_{ij}^{*}}, \frac{x_{ij}^{۲}}{c_{ij}^{*}}, \frac{x_{ij}^{۳}}{c_{ij}^{*}} \right) \quad Where \quad c_{ij}^{*} = \max \left(x_{ij}^{۱}, x_{ij}^{۲}, x_{ij}^{۳} \right) \qquad (۳۹)$$

حال اگر شاخص از نوع زیان باشد:

$$\bar{r}_{ij} = \left(\frac{x_{ij}^{۱}}{c_{ij}^{*}}, \frac{x_{ij}^{۲}}{c_{ij}^{*}}, \frac{x_{ij}^{۳}}{c_{ij}^{*}} \right) \quad Where \quad c_{ij}^{*} = \min \left(x_{ij}^{۱}, x_{ij}^{۲}, x_{ij}^{۳} \right) \qquad (۴۰)$$

و در نهایت ماتریس $\bar{R}$ با درنظرگرفتن همه شاخص‌ها از نوع سود، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} (۰/۴۲, ۰/۶, ۱) & (۰/۳۳, ۰/۴۲, ۰/۶) & (۰/۱۴, ۰/۴۲, ۰/۷۱) & (۰/۱۴, ۰/۴۲, ۰/۷۱) \\ (۰/۳۳, ۰/۴۲, ۰/۶) & (۰/۷۷, ۱, ۱) & (۰/۴۲, ۰/۶, ۱) & (۰/۳۳, ۰/۴۲, ۰/۶) \end{bmatrix}$$

به عنوان مثال نحوه محاسبه درایه $\bar{r}_{۱۱}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$c_{ij}^{*} = \min (۳,۵,۷) = ۷ \qquad (۴۱)$$

$$\bar{r}_{۱۱} = \left(\frac{۳}{۵}, \frac{۵}{۷}, \frac{۷}{۷}\right) = (۰٫۴۲, ۰٫۶, ۱) \qquad (۴۲)$$

(۳) ایجاد ماتریس تصمیم نرمال وزن‌دار: در این گام ماتریس نرمال وزن‌دار $\bar{V}$ با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\bar{V} = \{\bar{v}_{ij}\} Where\ \bar{v}_{ij} = \bar{r}_{ij} \times \bar{w}_j \qquad (۴۳)$$

ماتریس حاصل به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} (۱٫۲۸, ۳, ۷) & (۱٫۶۶, ۳, ۵٫۴) & (۱, ۳٫۶۸, ۶٫۲۴) & (۰٫۱۴, ۱٫۲۸, ۳٫۵۷) \\ (۰٫۹۹, ۲٫۱۴, ۴٫۲) & (۳٫۸۸, ۷, ۹) & ۳, ۵٫۴, ۹) & (۰٫۳۳, ۱٫۲۸, ۳) \end{bmatrix}$$

به طور مثال درایه $\bar{v}_{۱۱}$ با استفاده از رابطه ۳۸ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{v}_{۱۱} = (۰٫۴۲, ۰٫۶, ۱) \times (۳, ۵, ۷) = (۱٫۲۸, ۳, ۷) \qquad (۴۴)$$

(۴) تعیین راه‌حل ایده‌آل مثبت فازی $\bar{A}^+$ و راه‌حل ایده‌آل منفی فازی $\bar{A}^-$ بر اساس روابط زیر:

(۴۵)

$$\bar{A}^+ = (a_۱^+, a_۲^+, ..., a_n^+) = (\max \bar{v}_{ij}, \max \bar{v}_{ij}, \max \bar{v}_{ij}) | i = ۱, ۲, ..., m$$

(۴۶)

$$\bar{A}^- = (a_۱^-, a_۲^-, ..., a_n^-) = (\min \bar{v}_{ij}, \min \bar{v}_{ij}, \min \bar{v}_{ij}) | i = ۱, ۲, ..., m$$

که $\bar{A}^+$ بزرگترین مقدار از هر ستون و $\bar{A}^-$ کوچکترین مقدار را بر می‌گرداند، که برای

ماتریس $\bar{V}$:

$$\bar{A}^{+} = \{a_1^{+}(۷,۷,۷), a_2^{+}(۹,۹,۹), v_3^{+}(۹,۹,۹), a_4^{+}(۳٫۵۷, ۳٫۵۷, ۳٫۵۷)\} \quad (۴۷)$$

و $\bar{A}^{-}$ برابر است با

(۴۸)

$$\{a_1^{-}(۰٫۹۹, ۰٫۹۹, ۰٫۹۹), a_2^{-}(۱٫۶۶, ۱٫۶۶, ۱٫۶۶), a_3^{-}(۱, ۱, ۱), a_4^{-}(۰٫۱۴, ۰٫۱۴, ۰٫۱۴)\}$$

به عنوان مثال نحوه محاسبه a_1^{-} به صورت زیر است:

$$\min(۱٫۲۸, ۳, ۷, ۰٫۹۹, ۲٫۱۴, ۴, ۲) = ۰٫۹۹ \quad (۴۹)$$

$$a_1^{-} = (۰٫۹۹, ۰٫۹۹, ۰٫۹۹) \quad (۵۰)$$

(۵) محاسبه فاصله هر گزینه از FPIS و FNIS : در این بخش فاصله هر گزینه را تا FPIS و FNIS با استفاده از رابطه ۳۷ بدست می‌آوریم تا ماتریس‌های $\bar{S}^{+}$ و $\bar{S}^{-}$ بدست آیند.

$$\bar{S}^{+} = \begin{bmatrix} ۴٫۰۲ & ۵٫۸۵ & ۵٫۶۸ & ۲٫۲۲ \\ ۴٫۷۴ & ۳٫۱۷ & ۴٫۰۳ & ۱٫۷۸ \end{bmatrix}$$

$$\bar{S}^{-} = \begin{bmatrix} ۳٫۶۵ & ۲٫۲۹ & ۳٫۵۴ & ۴٫۲۴ \\ ۱٫۹۶ & ۵٫۳۹ & ۵٫۳۹ & ۲٫۳۱ \end{bmatrix}$$

درایه $\bar{S}_{11}^{+}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۵۱)

$$\bar{S}_{11}^{+} = \sqrt{\frac{۱}{۳} \times [(۱٫۲۸ - ۷)^2 + (۳ - ۷)^2 + (۷ - ۲)^2]} = \sqrt{۱۶٫۲۱} = ۴٫۰۲$$

(۶) محاسبه مجموع فواصل برای هر گزینه: در این بخش مجموع فواصل هر گزینه را از FPIS و FNIS بر اساس شاخص‌های مختلف بدست می‌آوریم:

$$\bar{d}_i^+ = \sum_{j=1}^{n} \bar{S}_{ij}^+ \qquad (۵۲)$$

$$\bar{d}_i^- = \sum_{j=1}^{n} \bar{S}_{ij}^- \qquad (۵۳)$$

پس داریم :

(۵۴)

$$\bar{d}_1^+ = ۴٫۰۲+۵٫۸۵+۵٫۶۸+۲٫۲ = ۱۷٫۷۸ \quad \bar{d}_2^+ = ۱٫۷۳ \quad \bar{d}_1^- = ۱۳٫۷۲ \quad \bar{d}_2^- = ۱۵٫۰۶$$

(۷) محاسبه نزدیکی نسبی: میزان نزدیکی نسبی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\bar{C}_i = \frac{\bar{d}_i^-}{\bar{d}_i^- + \bar{d}_i^+} \qquad i = ۱, ۲, ..., m \qquad (۵۵)$$

که این میزان نزدیکی برای دو خودروی مورد بحث به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\bar{C}_1 = \frac{۱۳٫۷۲}{۱۳٫۷۲ + ۱۷٫۷۸} = ۰٫۴۳۵۶ \qquad \bar{C}_2 = \frac{۱۵٫۰۶}{۱۵٫۰۶ + ۱۳۷۳} = ۰٫۵۳۳۱ \quad (۵۶)$$

که $\bar{C}_1$ میزان نزدیکی نسبی خودروی مزدا و $\bar{C}_2$ میزان نزدیکی نسبی خودروی رنو است. طبق مقادیر بدست آمده بر اساس الگوریتم فازی تاپسیس، خودروی رنو بیشترین نزدیکی نسبی را با حالت ایده‌آل دارد و انتخاب می‌شود.

۳.۹ مروری بر سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه

این بخش به معرفی مختصر سایر روش های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی اختصاص دارد[۲۶].

۱.۳.۹ روش Fuzzy MAUT

این روش نسخه فازی روش MAUT است که هنگامی که اولویت‌ها به صورت مبهم هستند از آن استفاده می‌شود. در این روش مقادیر سودمندی و وزن شاخص‌ها به صورت فازی تعریف می‌شوند که ابتدا بر اساس تابع عضویت مثلثی این مقادیر تغییر می‌کنند و سپس مراحل الگوریتم طی می‌شود تا ارزیابی نهایی از گزینه‌ها حاصل شود[۱۴].

۲.۳.۹ روش روند سلسله مراتبی تحلیلی فازی

در روش اصلی روند سلسله مراتبی تحلیلی، داده‌ها به صورت اعداد کریسپ[۶۸] به الگوریتم داده می‌شوند، اما اگر تصمیم‌گیرنده نتواند نظر خود را با اعداد کریسپ بیان کند، از منطق فازی استفاده می‌شود. در این روش نیز همانند روش غیرفازی روند سلسله مراتبی تحلیلی ابتدا یک ساختار سلسله مراتبی ایجاد می‌شود، با این تفاوت که مقایسات دو به دو این بار بر اساس منطق فازی و به صورت زبانی هستند. این مقایسات به اعداد فازی مثلثی تبدیل شده و در پایان مقادیر اختصاص یافته به هر گزینه بر اساس میانگین هندسی ترکیب شده و به هر گزینه یک وزن اختصاص می‌یابد که بر اساس آن ارزیابی می‌شوند[۱۶].

۳.۳.۹ روش استدلال مبتنی بر مورد فازی

این رویکرد نیز همانند سایر رویکردهای تصمیم‌گیری چندشاخصه در محیط‌های فازی، از متغیرهای زبانی برای ارزیابی گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها استفاده می‌کند. به این صورت که حالت‌های قبلی نیز به صورت فازی ذخیره شده‌اند و این روش با استفاده از مکانیزم‌های استفاده شده در مسائل گذشته، سعی در حل مسائل جدید دارد. در این رویکرد نیز همانند سایر رویکردهای مشابه، متغیرهای زبانی به اعداد متناظر فازی تبدیل می‌شوند[۴۳].

[68] Crsip

۴.۳.۹ روش Fuzzy ELECTRE

در این روش از توابع اکتشافی طبیعی روش ELECTRE برای بدست آوردن روابط باینری فازی که نشان دهنده ترجیح جمعی هستند، استفاده می‌کند. این روش نیز همانند سایر روش‌های فازی برای تصمیم‌گیری چندشاخصه، مقادیر کیفی داده شده به گزینه‌ها را به اعداد فازی تبدیل و سپس با استفاده از توابع تجمعی مثل میانگین، یک سیستم رتبه‌دهی ایجاد می‌کند[۱۱].

۵.۳.۹ روش وزن‌دهی افزایشی ساده فازی

ساده‌ترین روش در حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی است که هنگامی بخشی از اطلاعات از دست رفته است و یا به صورت مبهم در دسترس قرار دارد، مورد استفاده قرار می‌گیرد. تمام مراحل آن شبیه روش اصلی وزن‌دهی افزایشی ساده است با این تفاوت که مقادیر نسبت داده شده به گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها ابتدا باید به اعداد فازی تبدیل شوند[۳۶].

۶.۳.۹ روش ویکور فازی

این روش مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه را در یک محیط فازی حل می کند که امتیازهای گزینه‌ها و وزن شاخص‌ها به صورت فازی هستند. روش فازی ویکور بر رتبه‌بندی و انتخاب از مجموعه‌ای از گزینه‌ها برای تعیین بهترین راه‌حل در یک سیستم پیچیده متمرکز، دلالت دارد که اساس آن بر پایه میزان نزدیکی با راه‌حل ایده‌آل همانند روش تاپسیس فازی است[۲۴].

۱۰ کاربردهای تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی

۱.۱۰ کاربردهای روش تاپسیس فازی

در این بخش به بررسی کاربردهای روش تاپسیس فازی برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه در دنیای واقعی می‌پردازیم.

۱.۱.۱۰ مسائل مکانی

یکی از کاربردهای مهم تاپسیس فازی، تعیین مکان مناسب است. در مقاله [۱۰]، مسئله به این صورت است که یک شرکت پشتیبانی قصد دارد که یک مرکز توزیع شهری جدید احداث کند و سه محل برای احداث درنظر دارد. آن ها یک کمیته تصمیم‌گیری تشکیل داده‌اند که امتیازدهی به هر گزینه و هم‌چنین وزن‌دهی به شاخص‌ها به صورت زبانی صورت می‌گیرد. شاخص‌های آنها نیز قابلیت دسترسی، امنیت، اتصال به ناوگان حمل و نقل، هزینه ها، تاثیرات زیست محیطی، نزدیکی به مشتریان، نزدیکی به تولید کنندگان، در دسترس بودن منابع و قابلیت گسترش هستند. این مسئله که تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی است با روش تاپسیس فازی در این مقاله حل شده است. بسیاری دیگر از مسائل مربوط به تعیین مکان مناسب با استفاده از این رویکرد تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی قابل حل هستند.

۲.۱.۱۰ مسائل انتخاب تامین‌کننده پایدار

[۶۹] یکی از مسائلی که اخیرا کارخانه‌ها درگیر آن هستند، مبحث تصمیم‌گیری در مورد مدیریت زنجیره تامین است. انتخاب تامین‌کننده [۷۰] به فرآیندی گفته می‌شود که در آن یک تامین‌کننده، مواد اولیه مورد نیاز یک کارخانه را تامین می‌کند. انتخاب یک تامین کننده پایدار یکی از چالش‌های اصلی کارخانه‌ها است که باعث تامین به موقع نیازهای بازار، کاهش زمان و هزینه و نیز قرار گرفتن در فضای رقابتی است و تامین کننده با تامین به موقع و با کیفیت مواد اولیه آن را به وجود می‌آورد. معمولا شورای تصمیم‌گیری یک کارخانه، یک یا گروهی از تامین‌کنندگان را انتخاب می‌کند. در بسیاری از مواقع نظرات به صورت غیرقطعی و مبهم هستند که نمی توان آنها را به صورت دقیق و با اعداد بیان کرد. این مسائل که در آنها چندین گزینه بر اساس معیارهای مختلف و با رویکرد فازی بررسی می‌شوند، با روش تاپسیس فازی قابل حل هستند. به عنوان مثال، در مقاله [۲۹] مسئله انتخاب تامین کننده با استفاده از روش تاپسیس فازی حل شده است که با معیارهایی نظیر هزینه،کیفیت مواد اولیه،سلامتی و ایمنی،بهره وری محیطی و..... تامین کنندگان

[69] Sustainable Supplier Selection Problems

[70] Supplier Selection

مختلف ارزیابی شده‌اند.

۳.۱.۱۰ سیستم‌های منبع انرژی تجدیدپذیر

[۷۱] در کشور ترکیه یک پژوهش [۳۹] برای رتبه‌دهی به سیستم‌های منبع انرژی تجدید پذیر صورت گرفت که روش تاپسیس فازی برای این کار انتخاب شد. در این مسئله پنج شاخص با تاثیر مثبت: میزان انتشار دی‌اکسیدکربن (زیست محیطی)، اشتغال زایی(اجتماعی)، بهره‌وری،ظرفیت تعبیه‌شده و میزان انرژی تولیدی(فنی) و چهار شاخص با تاثیر منفی: میزان سرمایه‌گذاری، هزینه راه‌اندازی، دوره بازپرداخت(اقتصادی) و محل مورداستفاده (زیست‌محیطی) در نظر گرفته شدند.

۴.۱.۱۰ بازار سهام

یکی دیگر از مسائل مهمی که می توان به عنوان یک مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی درنظر گرفت، موضوع خرید سهام است که معمولا فرد بر اساس شاخص‌های مختلف سعی در انتخاب بهترین سهم‌ها برای سرمایه‌گذاری دارد. در مقاله [۱۹] یک پژوهش واقعی با استفاده از روش تاپسیس فازی برای رتبه‌بندی هفت سهم در بازار بورس تهران، انجام شده است. برای این کار معیارهای میزان فعالیت، درصد ریسک، در دسترس بودن نقدینگی، اعتبار شرکت، نوسانات قیمت سهام و ... استفاده شده‌اند.

۵.۱.۱۰ مدل‌سازی اطلاعات ساخت

ارزیابی و انتخاب یک نرم‌افزار برای مدل‌سازی اطلاعات ساخت [۷۲] (BIM) یکی از مراحل مهم در شرکت‌های ساخت و ساز است که بر روی خروجی پروژه‌ها تاثیر زیادی دارد. در مقاله [۳۱] این مسئله با استفاده از روش تاپسیس فازی حل شده است که در آن یک مدل برای انتخاب نرم‌افزار مناسب برای مدل‌سازی اطلاعات ساخت بر اساس شاخص‌هایی مثل هزینه و ویژگی‌های نرم‌افزار ارائه شده است.

[71] Renewable Energy Supply Systems

[72] Building Information Modeling

۲.۱۰ کاربردهای سایر روش های تصمیم گیری چندشاخصه فازی

چانگ [۷] با استفاده از روش ویکور فازی، یک پردازش معنایی برای ارزیابی کیفیت خدمات بیمارستان‌ها ارائه کرده است. در مقاله [۳۴] از روش روند سلسله مراتبی فازی برای مسئله انتخاب تامین کننده در صنعت هواپیمایی استفاده شده است. در مقاله [۴۰] از روش Fuzzy ELECTRE برای حل مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه در انتخاب تامین‌کننده استفاده شده است. در مقاله [۱] از روش‌های روند سلسله مراتبی فازی و وزن‌دهی افزایشی ساده فازی برای انتخاب کارکنان استفاده شده است. با توجه به این که قابلیت‌های هر شخص متفاوت است و هر شخص مناسب یک شغل است، از این روش برای پیدا کردن بهترین گزینه برای هر شغل استفاده شده است. در مقاله [۳۲] از روش استلال مبتنی بر مورد فازی برای دوری از تصادم کشتی‌ها استفاده شده است. این کار با استفاده از راه‌حل‌های قبلی در موقعیت‌های مشابه و انتخاب بهترین راه‌حل از بین آن‌ها صورت می‌گیرد. در مقاله [۲۵] از روش Fuzzy MAUT برای انتخاب یک استراتژی مناسب برای برگرداندن یک اکو سیستم آبی آلوده استفاده شده است. در مقاله [۱۷] خطرات ناشی از کار معدن با استفاده از روش فازی ویکور دسته بندی شده‌اند و سپس با ارزیابی این خطرات و در نظر گرفتن خطرات بالقوه، راه حل‌هایی با در نظر گرفتن شاخص‌های مختلف برای بهبود سطح کلی ایمنی زیر ساخت‌های معدن ارائه کرده‌اند. در مقاله [۴۵] از روش های تاپسیس فازی و روند سلسله مراتبی فازی برای رتبه‌بندی راه حل‌های مدیریت منابع آب استفاده شده است. این پژوهش شامل شناسایی گزینه‌های اصلی در میان مجموعه‌ای از گزینه‌ها است که در چارچوب راهبردهای کاهش منابع آب در سیستم‌های توزیع آب کشورهای در حال توسعه ارائه شده است. در مقاله [۴۲] از یک رویکرد مبتنی بر روش وزن‌دهی افزایشی ساده فازی برای انتخاب بذر مناسب برای مزرعه استفاده کرده است. این روش بر اساس شاخص‌هایی نظیر نوع خاک، نور آفتاب و میزان منابع آب، بذر مناسب را برای یک مزرعه پیشنهاد می‌دهد. سیستم‌های تشخیص نفوذ معمولا با تشخیص یک نفوذ، هشدار خطری را برای مدیر سیستم ارسال می‌کنند و پاسخی را بر اساس پاسخ‌های موجود در پایگاه داده در مقابل نفوذ ایجاد شده، اعمال می‌کنند. در مقاله [۱۲] با استفاده از روش Fuzzy ELECTRE با مسئله انتخاب پاسخ مناسب، برخورد شده است.

۱۱ ابزارها و نرم‌افزارها

در این بخش به معرفی ابزارهای موجود برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه خواهیم پرداخت. متلب[۷۳] یک بستر مناسب برای اجرای روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه را فراهم کرده است. ابزار MCDM متلب [۳۲] شامل پیاده سازی ۱۵ روش تصمیم‌گیری چندشاخصه به همراه ۴ روش نرمال‌سازی است. این مجموعه شامل پیاده‌سازی توابعی مثل تاپسیس، ویکور، وزن‌دهی افزایشی ساده و ... از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه و همچنین روش‌های ماکسیمم، مجموع، ماکسیمم-مینیمم و روش برداری برای نرمال‌سازی ماتریس تصمیم است. این مجموعه یک مجموعه کامل برای علاقه‌مندان به کار در زمینه تصمیم‌گیری چندشاخصه است. البته در این زمینه ابزار و نرم افزارهای بسیاری وجود دارند از جمله نرم‌افزار ChemDecide که الگوریتم‌های روند سلسله مراتبی تحلیلی، ELECTRE و MARE را در بردارد. یکی دیگر از نرم‌افزاهای معروف در این زمینه 1000Minds است که یک بستر نرم‌افزاری برای تصمیم‌گیری چندشاخصه و تخصیص منابع فراهم کرده است. بسته نرم افزاری به زبان R [۷] نیز شامل روش‌های متداول در حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه است. در زمینه تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی نیز ابزارهایی وجود دارد که در این بخش چند مورد آنها را معرفی می کنیم. پکیج FuzzyMCDM[۷۴] شامل پیاده‌سازی به زبان R چندین روش معروف تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی، تاپسیس فازی، ویکور فازی، Fuzzy Multi-MOORA و Fuzzy WASPAS است. این پکیج بر اساس داده‌های فازی(اعداد فازی مثلثی) کار می‌کند و از روش مجموع برای ترکیب نتایج استفاده می‌کند. نرم افزار swMATH نیز یک نرم‌افزار برای ارزیابی وب‌سایت‌های دولتی به صورت تصمیم‌گیری چندشاخصه و در محیط فازی است. این نرم افزار توسط دولت ترکیه برای ارزیابی وب‌سایت‌ها استفاده شده است که برای سایر مسائل در حوزه تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی نیز قابل استفاده است. مقاله [۳] یک نرم‌افزار برای حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه معرفی کرده است. در این نرم افزار، داده‌های زبانی به عنوانی ورودی هستند و روش‌های متعددی برای این کار پیاده‌سازی شده‌اند.

[73] MATLAB

[74] https://cran.r-project.org/web/packages/FuzzyMCDM/index.html

۱۲ نتیجه‌گیری و کارهای آینده

انسان همیشه در مسیر زندگی خود با مشکلات مختلفی مواجه می‌شود که ناگزیر است برای حل این مشکلات تصمیمی درست و با در نظر گرفتن شاخص‌های مختلف اتخاذ کند. در این مقاله، ما به بررسی روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه و نسخه‌های فازی و کاربردهای آن‌ها در دنیای واقعی پرداختیم که باعث کاهش تلاش‌های انسانی در برخی تصمیم گیری‌ها می‌شوند. از جمله مزایای این روش‌ها این است که زمانی که مسئله پیچیده می‌شود و شاخص‌های بسیاری در تصمیم‌گیری موثر هستند، تصمیم‌گیری برای انسان بسیار سخت می‌شود، بنابراین این روش‌ها در حل این مسائل پیچیده، بسیار موثر هستند. یکی دیگر از موارد استفاده از این روش‌ها زمانی است که گروهی از افراد با نظرات مختلف و یا حتی متناقض قصد پیدا کردن یک راه‌حل و یا تصمیم‌گیری در مورد مسئله‌ای را دارند، که در این موارد روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه بهترین راه‌حل را با توجه به نظرات افراد پیدا می‌کنند. هم‌چنین در مواردی که اطلاعات موجود در مورد مسئله به صورت ناقص و یا مبهم هستند با استفاده از نسخه‌های فازی این روش‌ها می توان به حل مسئله پرداخت. در این مقاله ما مبحث تصمیم‌گیری چند شاخصه فازی و کاربردهای آن در مسائل دنیای واقعی و نمونه‌های آن را بررسی کردیم و روش تاپسیس را به عنوان رایج‌ترین روش در حل مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه و نسخه فازی آن را با استفاده از یک مثال در دنیای واقعی تشریح کردیم. در آینده نیز ما سعی داریم که با استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه فازی به حل مسائل در یادگیری ماشین و امنیت اطلاعات بپردازیم. همچنین سعی خواهیم کرد که از این روش‌ها به خصوص روش تاپسیس فازی، برای ایجاد یک سیستم پیشگیری از نفوذ برای شبکه‌ها و نیز در الگوریتم‌های یادگیری مورد استفاده قرار دهیم.

مراجع

[1] R. Ali, M. Nikolic, and A. Zahra. (2017) Personnel selection using group fuzzy AHP and SAW methods, J. Eng. Manag. Compet., vol. 7, no. 1, pp. 3–10.

[2] Z. Allah Bukhsh, I. Stipanovic, G. Klanker, A. O' Connor, and A. G. Doree. (2019) Network level bridges maintenance planning using Multi-Attribute Utility Theory. Struct. Infrastruct. Eng., vol. 15, no. 7, pp. 872–885.

[3] G. Arslan and Ö. AydIn, "On a software for fuzzy MCDM. (2008) On a software for fuzzy MCDM.in 20th International Conference EURO Mini Conference "Continuous Optimization and Knowledge-Based Technologies", EurOPT , pp. 211–216.

[4] H. Bayati, MB. Dowlatshahi and M. Paniri. (2020) MLCR: MLPSO: A Filter Multi-label Feature Selection Based on Particle Swarm Optimization. In: 2020 25th International Computer Conference, Computer Society of Iran (CSICC). IEEE, pp 1–6.

[5] M. Behzadian, S. Khanmohammadi Otaghsara, M. Yazdani, and J. Ignatius. (2012) A state-of the-art survey of TOPSIS applications. Expert Systems with Applications, vol. 39, no. 17. pp. 13051–13069.

[6] R. E. Bellman and L. A. Zadeh. (1970) on-Making in a Fuzzy Environment. Manage. Sci., vol. 17, no. 4, p. B-141-B-164.

[7] S. Bigaret, R. E. Hodgett, P. Meyer, T. Mironova, and A. L. Olteanu. (2017) Supporting the multi-criteria decision aiding process: R and the MCDA package.EURO J. Decis. Process., vol. 5, no. 1–4, pp. 169–194.

[8] S. Çalı and Ş. Y. Balaman. (2019)A novel outranking based multi criteria group decision making methodology integrating ELECTRE and VIKOR under intuitionistic fuzzy environment. Expert Syst. Appl., vol. 119, pp. 36–50.

[9] T. H. Chang. (2014) Fuzzy VIKOR method: A case study of the hospital service evaluation in Taiwan. Inf. Sci. (Ny)., vol. 271, pp. 196–212.

[10] P. Chen. (2019) Effects of normalization on the entropy-based TOPSIS method. Expert Syst. Appl., vol. 136, pp. 33–41.

[11] S.-J. Chen and C.-L. Hwang. (1992) Fuzzy Multiple Attribute Decision Making Methods. 1992, pp. 289–486.

[12] T. C. Chu. (2012) Selecting plant location via a fuzzy TOPSIS approach.Int. J. Adv. Manuf. Technol., vol. 20, no. 11, pp. 859–864.

[13] T. C. Chu and H. T. Le. (2019) An extension to fuzzy ELECTRE," Soft Comput.

[14] A. Debnath, M. Majumder, and M. Pal. (2016) Potential of Fuzzy-ELECTRE MCDM in Evaluation of Cyanobacterial Toxins Removal Methods. rab. J. Sci. Eng., vol. 41, no. 10, pp. 3931–3944.

[15] MB. Dowlatshahi, V. Derhami, and H. Nezamabadi-pour. (2020) Fuzzy particle swarm optimization with nearest-better neighborhood for multimodal optimization. Iran J Fuzzy Syst, vol. 17, pp. 7–24.

[16] R. Faia, T. Pinto, O. Abrishambaf, F. Fernandes, Z. Vale, and J. M. Corchado. (2017) Case based reasoning with expert system and swarm intelligence to determine energy reduction in buildings energy management. Energy Build., vol. 155, pp. 269–281.

[17] M. R. Feylizadeh and M. Bagherpourl. (2018) Manufacturing performance measurement using fuzzy multi-attribute utility theory and Z-number. Trans. Famena, vol. 42, no. 1, pp. 37–49.

[18] R. Garg and D. Jainl. (2016) Fuzzy multi-attribute decision making evaluation of e-learning websites using FAHP, COPRAS, VIKOR, WDBA. Decis. Sci. Lett., vol. 6, no. 4, pp. 351–364.

[19] M. Gul, M. F. Ak, and A. F. Guneril. (2019) Pythagorean fuzzy VIKOR-based approach for safety risk assessment in mine industry. J. Safety Res., vol. 69, pp. 135–153.

[20] M. Gul, E. Celik, N. Aydin, A. Taskin Gumus, and A. F. Guneri. (2016) A state of the art literature review of VIKOR and its fuzzy extensions on applications. Applied Soft Computing Journal, vol. 46. pp. 60–89.

[21] A. Hatami-Marbini and F. Kangi. (2017) An extension of fuzzy TOPSIS for a group decision making with an application to tehran stock exchange. Appl. Soft Comput. J., vol. 52, pp. 1084–1097.

[22] A. Hashmi and MB. Dowlatshahi. (2020) MLCR: A Fast Multi-label Feature Selection Method Based on K-means and L2-norm. In: 2020 25th International Computer Conference, Computer Society of Iran (CSICC). IEEE, pp 1–7.

[23] A. Hashmi, MB. Dowlatshahi and H. Nezamabadi-pour. (2020) MGFS: A multi-label graph-based feature selection algorithm via PageRank centrality. Expert Syst Appl, vol. 142, pp .113024.

[24] J.-J. Huang. (2011) Simple Additive Weighting Method," in Multiple Attribute Decision Making. pp. 55–67.

[25] C.-L. Hwang and K. Yoon. (1981) Methods for Multiple Attribute Decision Making. pp. 58–191.

[26] N. M. Ishak, M. R. Mansor, and S. D. Malingam. (2016) Selection of natural fibre reinforced composites using fuzzy VIKOR for car front hood. Int. J. Mater. Prod. Technol., vol. 53, no. 3/4, p. 267.

[27] A. Jiménez, A. Mateos, and P. Sabio. (2013) Dominance intensity measure within fuzzy weight oriented MAUT: An application. Omega, vol. 41, no. 2, pp. 397–405.

[28] C. Kahraman, S. C. Onar, and B. Oztaysi. (2015) Fuzzy Multicriteria Decision-Making: A Literature Review. nternational Journal of Computational Intelligence Systems, vol. 8, no. 4. pp. 637–666.

[29] M. N. B. Kore, K. Ravi, and S. B. Patil. (2017) A Simplified Description of FUZZY TOPSIS Method for Multi Criteria Decision Making. Int. Res. J. Eng. Technol., vol. 4, no. 5, pp. 2395–56.

[30] Y. Melia. (2016) Multi Attribute Decision Making Using Simple Additive Weighting and Weighted Product in Investment Introduction. Int. Acad. J. Bus. Manag., vol. 3, no. 7, pp. 4–5.

[31] A. Memari, A. Dargi, M. R. Akbari Jokar, R. Ahmad, and A. R. Abdul Rahim. (2019) Sustainable supplier selection: A multi-criteria intuitionistic fuzzy TOPSIS method. J. Manuf. Syst., vol. 50, pp. 9–24.

[32] I. Mukhametzyanov. (2020) MCDM tools. (https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/65742-mcdm-tools), MATLAB Central File Exchange.

[33] S. NĂdĂban, S. Dzitac, and I. Dzitac. (2016) Fuzzy TOPSIS: A General View," in Procedia Computer Science. vol. 91, pp. 823–831.

[34] A. T. Nursal, M. F. Omar, and M. N. M. Nawi. (2016) The application of fuzzy topsis to the selection of building information modeling software. J. Telecommun. Electron. Comput. Eng., vol. 10, no. 1–10, pp. 1–10.

[35] M. Paniri, MB. Dowlatshahi and H. Nezamabadi-pour. (2020) MLACO: A multi-label feature selection algorithm based on ant colony optimization. Knowledge-Based Syst, vol. 192, pp. 105285.

[36] G.-K. Park and J. L. R. Benedictos. (2006) Ship's Collision Avoidance Support System Using Fuzzy-CBR. J. Korean Inst. Intell. Syst., vol. 16, no. 5, pp. 635–641.

[37] J. Rezaei. (2015) Best-worst multi-criteria decision-making method. Omega (United Kingdom), vol. 53, pp. 49–57.

[38] J. Rezaei, P. B. M. Fahim, and L. Tavasszy. (2014) Supplier selection in the airline retail industry using a funnel methodology: Conjunctive screening method and fuzzy AHP. Expert Syst. Appl., vol. 41, no. 18, pp. 8165–8179.

[39] E. Roszkowska and D. Kacprzak. (2016) The fuzzy saw and fuzzy TOPSIS procedures based on ordered fuzzy numbers. Inf. Sci. (Ny)., vol. 369, pp. 564–584.

[40] T. L. Saaty. (1980) The analytic hierarchy process: planning. Prior. Setting. Resour. Alloc. MacGraw-Hill, New York Int. B. Co., p. 287.

[41] P. H. Dos Santos, S. M. Neves, D. O. Sant'Anna, C. H. de Oliveira, and H. D. Carvalho. (2019) The analytic hierarchy process supporting decision making for sustainable development: An overview of applications. Journal of Cleaner Production, vol. 212. pp. 119–138.

[42] Ü. Şengül, M. Eren, S. Eslamian Shiraz, V. Gezder, and A. B. Sengül. (2015) Fuzzy TOPSIS method for ranking renewable energy supply systems in Turkey. Renew. Energy, vol. 75, pp. 617–625.

[43] B. Vahdani and H. Hadipour. (2011) Extension of the ELECTRE method based on interval-valued fuzzy sets. Soft Comput., vol. 15, no. 3, pp. 569–579.

[44] M. Velasquez and P. Hester. (2013) An analysis of multi-criteria decision making methods. Int. J. Oper. Res., vol. 10, no. 2, pp. 56–66.

[45] W. Waziana, R. Irviani, I. Oktaviani, F. Satria, D. Kurniawan, and A. Maseleno. (2018) Fuzzy Simple Additive Weighting for Determination of Recipients Breeding Farm Program. Int. J. Pure Appl. Math., vol. 118, no. 7 Special Issue.

[46] M. C. Wu, Y. F. Lo, and S. H. Hsu. (2008) A fuzzy CBR technique for generating product ideas. Expert Syst. Appl., vol. 34, no. 1, pp. 530–540.

[47] X. Yu, S. Zhang, X. Liao, and X. Qi. (2018) ELECTRE methods in prioritized MCDM environment. Inf. Sci. (Ny)., vol. 424, pp. 301–316.

[48] . H. Zyoud, L. G. Kaufmann, H. Shaheen, S. Samhan, and D. Fuchs-Hanusch (2016) A framework for water loss management in developing countries under fuzzy environment: Integration of Fuzzy AHP with Fuzzy TOPSIS. Expert Syst. Appl., vol.61, pp. 86–105

[49] B. O‘Neill, *Semi-Riemannian geometry*, Academic Press, 1986.

[50] J. Oprea, *Differential geometry and its applications*, Prentice Hall, second ed., 2004.