

کنترل مقاوم ربات تعادلی دو چرخ برای تعقیب مسیر با کنترل‌کننده‌های مود لغزشی و فازی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

مسعود جاویدی آل سعدی، فاطمه جمشیدی

گروه مهندسی برق، پردیس فنی و مهندسی، دانشگاه یزد

گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فسا

چکیده

در این مقاله طراحی کنترل‌کننده برای ربات تعادلی دو چرخ به‌منظور حفظ تعادل و تعقیب مسیره‌های مختلف بررسی می‌شود. کنترل ربات‌های تعادلی از مسائل چالش برانگیز علم کنترل است. ساختار فیزیکی ربات تعادلی دو چرخ شبیه آونگ معکوس است. این ربات کاربرد وسیعی در حوزه‌های حمل و نقل، نظامی و تفریحی دارد. در اینجا معادلات دینامیکی ربات تعادلی دو چرخ به دو زیرسیستم مجزا یکی زیر تحریک و شامل متغیرهای حالت زاویه تعادل و سرعت خطی و دیگری شامل متغیر حالت سرعت زاویه‌ای تفکیک می‌گردد. کنترل‌کننده مد لغزشی برای کنترل زیرسیستم اول و کنترل‌کننده فازی برای کنترل زیرسیستم دوم طراحی می‌گردد. کنترل‌کننده فازی مبتنی بر مدل دینامیکی سیستم نیست و در برابر نامعینی‌های سیستم عملکرد مقاومی دارد. پارامترهای کنترل‌کننده فازی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) بهینه می‌شود.

Mathematics Subject Classification (2010): 93C42, **Email:** jamshidi@fasau.ac.ir.

عبارات و کلمات کلیدی: تعقیب مسیر، ربات تعادلی دو چرخ، کنترل‌کننده مود لغزشی، کنترل‌کننده فازی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، حفظ تعادل.

۱ مقدمه

امروزه کاربرد ربات در محیط‌های صنعتی افزایش یافته است. ربات متحرک چرخ‌دار به دلیل توانایی تغییر مکان خود پرکاربرد است. این قابلیت پتانسیل آن را برای ارائه خدمات، بیشتر می‌کند. ربات تعادلی یکی از انواع ربات‌های متحرک است. قابلیت حفظ تعادل ربات تعادلی، این امکان را فراهم می‌کند که ربات در هر مسیری عمود بر زمین قرار گرفته و حتی در مسیرهای شیب‌دار تعادل خود را حفظ کند. در هنگام تحمیل بار نامتعادل، ربات تعادلی همچنان تعادل خود را حفظ می‌کند، اما سایر ربات‌های متحرک، قادر به ادامه حرکت نیستند یا به سختی ادامه می‌دهند. کم‌تر بودن تعداد چرخ‌های ربات تعادلی دو چرخ در مقایسه با ربات‌های متحرک با تعداد چرخ بیشتر، علاوه بر کاهش حجم و وزن ربات، باعث می‌شود ربات به راحتی حول یک دایره کوچک و یا به دور خود گردش کند و توانایی حرکت در محیط‌های کوچک را داشته باشد. مدل این ربات غیرخطی و ذاتا ناپایدار است. تعداد ورودیهای کنترلی آن از درجه آزادی (تعداد متغیرهای حالت مستقل) کمتر است یعنی ساختار تحریک ناقص (زیرتحریک) دارد [۱].

آونگ معکوس و کنترل آن مساله‌ی متداول در دینامیک و کنترل است. معمولاً آونگ معکوس روی ماشین چهار چرخ قرار گرفته و تعادل آن با کنترل جابجایی ماشین حفظ می‌شود. با اعمال یک نوسان دائمی متناوب به آونگ معکوس، می‌توان آن را در حالت ایستاده نگاه داشت و پایداری آن را تضمین کرد [۲]. در [۳]، نمونه جدیدی از آونگ معکوس تحت عنوان «آونگ معکوس دو چرخ» با الهام از آن ربات تعادلی دو چرخ به‌عنوان یک وسیله نقلیه، ارائه شد. ربات تعادلی دو چرخ آونگ معکوسی است که روی دو چرخ قرار دارد و با جابجایی چرخ‌های متصل به موتورهای ربات، تعادل زاویه‌ی آونگ حفظ می‌گردد. این ربات با دو درجه آزادی (زاویه تعادل ربات و حرکت مستقیم) تنها قادر به حرکت مستقیم رو به جلو یا عقب بود. معادلات دینامیکی این ربات با بهره‌گیری از مدل‌سازی نیوتن استخراج گردید. پس از خطی سازی معادلات بدست آمده، یک کنترل‌کننده برای آن طراحی شد. چند حس‌گر برای تعیین مکان ربات در راستای حرکت افقی و حس‌گر ژيروسکوپ برای مشخص کردن زاویه‌ی بدنه ربات استفاده گردید. اطلاعات حس‌گرها برای محاسبه ورودی کنترلی به پردازنده دیجیتال ارسال شد. نتایج نشان داد کنترل‌کننده خطی طراحی شده در حفظ تعادل ربات و کنترل جابجایی ربات موفق بوده است.

در [۴-۷]، معادلات دینامیکی غیرخطی ربات تعادلی دوچرخ به روشهای اویلر لاگرانژ، قانون جنبشی نیوتن و روش کین بدست آمده‌اند. در [۸]، به روش کین معادلات دینامیکی کامل برای ربات تعادلی دو چرخ بدست آمد که در سطوح شیب دار نیز صادق بود. نتایج عملی نشان داد تفاوت مدل نامی و مدل واقعی ربات تعادلی دوچرخ اجتناب ناپذیر است و ربات فقط برای چند الگوی حرکتی موفقیت آمیز عمل کرده است.

در [۹]، برای کنترل ربات به روشهای کنترلی خطی، معادلات غیر خطی ربات حول نقطه تعادل به روش ژاکوبین خطی شد. در روشهای کنترل خطی، شرایط اولیه‌ی ربات نقش موثری در عملکرد کنترل‌کننده دارد و در لحظه‌ی راه‌اندازی، ربات باید حول نقطه تعادل باشد. همچنین اگر اغتشاشات خارجی باعث فاصله گرفتن بیش از حد سیستم از نقطه تعادل شود، حفظ تعادل با مشکل روبرو شده و به دلیل عدم صدق معادلات دینامیکی در این شرایط، ربات از حالت کنترل‌پذیری خارج می‌شود. در [۱۰-۱۳]، ربات به روش نیوتن مدل‌سازی و کنترل‌کننده‌هایی به روش PI ، PD ، PID تنظیم‌کننده خطی مربعی^۱ LQR و جایابی قطب طراحی شده‌اند. عیب اصلی مدل‌سازی نیوتن در مقایسه با سایر روشهای مدل‌سازی، تعداد درجه آزادی کمتر آن است، از این رو تنها حفظ زاویه تعادل و حرکت مستقیم ربات قابل بررسی است. در [۱۴]، معادلات دینامیکی یک نمونه آزمایشگاهی از ربات تعادلی با روش نیوتن استخراج شد، معادلات دینامیکی موتور برای اولین بار در آن لحاظ گردید و روش LQR برای کنترل تعادل آن به کار رفت. در پیاده‌سازی برای کاهش اثر نویز بر حس‌گرهای ربات، فیلتر کالمن طراحی شد. در [۱۵]، کنترل‌کننده‌های مقاوم H_{∞} و H_2 مبتنی بر مدل خطی برای حفظ تعادل ربات، طراحی گردیدند. در [۱۶]، از مدل جعبه سیاه برای توصیف این سیستم استفاده شد. این مدل فقط برای حفظ تعادل ربات موفق بود. روشهای عصبی، فازی-عصبی، الگوریتم یادگیری بر خط و فازی روش‌های هوشمندی هستند که برای کنترل ربات تعادلی به کار رفته‌اند [۱۷-۱۹]. در همه‌ی آنها، از مدل‌سازی نیوتن استفاده گردید و کنترل مسیر در نظر گرفته نشد و تنها حفظ تعادل و حرکت مستقیم بررسی گردید. در [۲۰]، روش یادگیری بر خط به کار رفت. ربات تعادلی ذاتا ناپایدار است و کنترل‌کننده باید هنگام رخداد اغتشاش و برهم خوردن تعادل، به سرعت ربات را به حالت تعادل

¹ Linear-quadratic regulator (LQR)

کنترل مقاوم ربات تعادلی دو چرخ برای تعقیب مسیر _____ ۴

برگرداند، اما زمان یادگیری روشهای برخپ بیش از آن است که به موقع مانع سقوط ربات شود. بنابراین روشهای مبتنی بر یادگیری بر خط به تنهایی نمی‌توانند در مقابل اغتشاشات بزرگ خارجی مقاوم باشند.

تعریف ۱.۱. سیستم غیرخطی زیر با نقطه تعادل $x = 0$ را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x), \quad f(0) = 0, \quad x \in \sigma \subseteq \mathbb{R}^n, \quad x(0) = x_0. \quad (1)$$

که $f: \sigma \rightarrow \mathbb{R}^n$ ، تابع برداری پیوسته و σ ، همسایگی باز از نقطه تعادل است. نقطه تعادل پایدار زمان محدود محلی است، اگر سیستم شرایط زیر را داشته باشد:

الف) نقطه تعادل در ناحیه σ پایدار مجانبی محلی باشد.

ب) برای هر شرایط اولیه x_0 ، زمان محدود همگرایی T وجود داشته باشد که

$$\lim_{t \rightarrow T} x(t) = 0 \quad \text{and} \quad \forall t \geq T, \quad x(t) = 0. \quad (2)$$

اگر $\sigma = \mathbb{R}^n$ ، نقطه تعادل پایدار زمان محدود مطلق است [۲۷].

لم ۲.۱. برای مقادیر ثابت حقیقی $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathcal{R}$ و $0 < \gamma < 2$ نامساوی زیر برقرار است [۲۸]:

$$\sum_{i=1}^n |a_i|^\gamma \geq \left(\sum_{i=1}^n |a_i|^2 \right)^{\frac{\gamma}{2}} \quad (3)$$

لم ۳.۱. سیستم غیرخطی (۱) پایدار زمان محدود مطلق است اگر تابع لیاپانوف مثبت $V(x)$ تنها در مبدا صفر باشد و اعداد مثبت R_1 و R_2 وجود داشته باشد که $\dot{V}(x) \leq -R_1 V(x) - R_2$ [۲۹].

جدول ۱: پارامترهای ربات تعادلی دو چرخ [۳۰]

نماد	پارامتر	نماد	پارامتر
J_v	ممان اینرسی بدنه ربات حول محور Z_r	r	شعاع چرخ‌ها
J_c	ممان اینرسی بدنه ربات حول محور y	g	شتاب گرانشی زمین
J_w	ممان اینرسی چرخ‌های ربات حول محور y	l	طول آونگ معکوس متصل به شاسی ربات
m_p	جرم آونگ معکوس متصل به شاسی ربات	d	فاصله چرخ‌ها از یکدیگر
m_c	جرم شاسی متصل به ربات	θ	جابجایی دورانی حول محور Z_r (زاویه تعادل ربات)
m_w	جرم هر چرخ متصل به ربات	ϕ	جابجایی دورانی حول محور y_r (زاویه چرخش ربات)
x_c, y_c	موقعیت ربات در صفحه x و y	v	سرعت خطی ربات
τ_l, τ_r	گشتاورهای تولید شده توسط موتور چپ و راست	ω	سرعت زاویه‌ای ربات تعادلی
θ_l, θ_r	جابجایی دورانی چرخ چپ و راست	x_v	جابجایی طولی در راستای مسیر حرکت
$\dot{\theta}_l, \dot{\theta}_r$	سرعت زاویه‌ای چرخ چپ و راست		

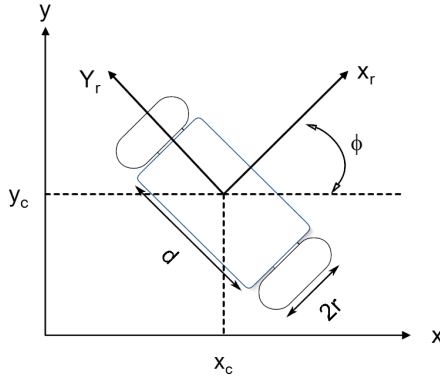
۲ توصیف مدل ربات تعادلی دو چرخ

در این بخش، ابتدا معادلات سینماتیکی ربات تعادلی دو چرخ و سپس معادلات دینامیکی آن استخراج می‌گردد.

۱.۲ معادلات سینماتیکی ربات

معادلات سینماتیکی ربات، نقطه انتهایی ربات را به صورت تابعی از متغیرهای حالت ربات توصیف می‌کند. شکل ۱، شمای سینماتیکی ربات تعادلی دو چرخ این مقاله و جدول ۱، پارامترهای آن را توصیف می‌کند که مشابه [۳۰] است. فرض می‌شود ربات روی سطحی صاف و با شیب صفر حرکت می‌کند، چرخ‌ها با سطح تماس کامل دارند و غلطش کامل دارند. دستگاه مختصات x_c, y_c, z_c ، ثابت و دستگاه مختصات مبدا است. دستگاه مختصات x_r, y_r, z_r ، دوران یافته‌ی دستگاه مختصات مبدا حول محور z_c به اندازه زاویه‌ای ϕ است. محورهای z_r و z_c همواره موازیند. مختصات $(x_c, y_c, 0)$ موقعیت ربات در دستگاه x_c, y_c, z_c است.

به سادگی قیود سیستماتیک غیرهولونومیک زیر بدست می‌آید که هر مسیر تعقیب باید در آن



شکل ۱: شمای سینماتیکی ربات [۳۰]

صدق کند:

$$A\dot{q} = \circ, \quad A = \begin{bmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \cos\phi & \sin\phi & \circ/l & \circ & -r & \circ \\ \cos\phi & \sin\phi & \circ/l & \circ & \circ & -r \end{bmatrix} \quad (۴)$$

که $q = [x_c \quad y_c \quad \theta \quad \phi \quad \theta_r \quad \theta_l]^T$ بردار حالت تعمیم یافته ربات است، روی آن قیدی وجود ندارد و درایه‌های آن مستقل از یکدیگرند. می‌توان نوشت:

$$\dot{q} = JV, \quad V = [\dot{\theta} \quad \dot{\phi}]^T \quad (۵)$$

که ماتریس ژاکوبین ربات، J ، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$J = \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ & ۱ & \circ & \circ \\ \cos\phi & \sin\phi & \circ & \circ & ۱/r & ۱/r \\ \circ & \circ & ۱ & \circ & l/۲r & -l/۲r \end{bmatrix}^T \quad (۶)$$

ماتریس دوران حول محور z برابر است با:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

معادلات سینماتیکی خطای تعقیب در راستای محورهای x, y, ϕ در دستگاه x_r, y_r, ϕ_r ، برابر است با:

$$E = \begin{bmatrix} e_x(t) \\ e_y(t) \\ e_\phi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ \phi_d - \phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

که x_d, y_d, ϕ_d به ترتیب مقادیر مطلوب x, y, ϕ هستند. مشتق زمانی بردار خطای E برابر است با:

$$\dot{E} = \begin{bmatrix} v_r \cos e_\phi - v + \dot{\phi} e_y \\ \dot{\phi} e_x + v_r \sin e_\phi \\ \dot{\phi}_d - \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

۲.۲ معادلات دینامیکی ربات

ربات، یک سیستم مکانیکی غیرهولونومیک و زیرتحریک با مدل دینامیکی زیر است:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (10)$$

که، $q \in R^n$ ، بردار متغیرهای حالت ربات و $M(q) \in R^{n \times n}$ ، ماتریس مثبت متقارن اینرسی ربات، $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times n}$ ، ماتریس گشتاور کریولیس و جانب مرکز، $G(q) \in R^{n \times 1}$ ، بردار گشتاور ثقلی، τ ، بردار گشتاورهای اعمالی به ربات از جانب موتور و $B(q)$ ، ماتریس ضرایب

ورودیهاست که اثر هریک از گشتاورهای موتور بر سیستم را مشخص می‌نماید. $A^T(q)$ ماتریس قیود غیرهولونومیک ربات است. محاسبه‌ی ضریب لاگرانژ λ دشوار است. اگر $M(q) = M$ ، $C(q, \dot{q}) = C$ و $G(q) = G$ باشد، از آنجا که $A^T(q) J^T(q) = 0$ می‌توان نوشت:

$$\dot{V} = -(J^T M J)^{-1} \left(J^T (M \dot{J} + C J) V + J^T G - J^T B(q) \tau \right) \quad (11)$$

معادلات دینامیکی ربات تعادلی دو چرخ به شکل زیر در می‌آید [۴].

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{v} = \frac{J_\theta}{\Omega r} \tau_v + \frac{a_v}{\Omega} \\ a_v = J_\theta m_p l \dot{\theta}^\vee \sin \theta - m_p^\vee l^\vee \sin \theta \cos \theta (l \omega^\vee \cos \theta + g) \\ \ddot{\theta} = \frac{a_\theta}{\Omega} \frac{m_p l}{\Omega r} \tau_v \\ a_\theta = \vee m_v m_p l \sin \theta (g + l \omega^\vee \cos \theta) - m_p^\vee l^\vee \dot{\theta}^\vee \sin \vee \theta \\ \dot{\omega} = -\frac{m_p l^\vee \omega \dot{\theta} \sin \vee \theta}{J + m_p l^\vee \sin^2 \theta} + \frac{d}{r (J + m_p l^\vee \sin^2 \theta)} \tau_\omega \end{array} \right. \quad (12)$$

که

$$\begin{aligned} \tau_v &= \tau_r + \tau_l, J = J_c + m_p l^\vee \\ \tau_\omega &= \tau_r - \tau_l, J_\theta = J_v + \frac{d^\vee}{r} \left(m_\omega + \frac{J_\omega}{r^\vee} \right) \\ m_v &= \left(m_c + m_p + \vee \left(m_\omega + \frac{J_\omega}{r^\vee} \right) \right) \\ \Omega &= m_v J_\theta - m_p^\vee l^\vee \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (13)$$

۳ طراحی کنترل‌کننده

مدل ربات به دو زیرسیستم تقسیم می‌شود. زیرسیستم اول دو متغیر حالت یعنی زاویه تعادل θ و سرعت خطی v و یک ورودی کنترلی τ_v دارد (زیرسیستم زیرتحریک) و زیرسیستم دوم یک متغیر حالت سرعت زاویه‌ی ω و یک ورودی کنترلی دارد. مطابق شکل ۲، کنترل‌کننده مد لغزشی برای کنترل زاویه تعادل و سرعت خطی در زیرسیستم اول و کنترل‌کننده فازی مبتنی بر PSO برای

کنترل سرعت زاویه‌ی در زیرسیستم دوم طراحی می‌گردد. قضیه زیر مشابه [۲۵-۲۶] بیان می‌گردد

قضیه ۱.۳. با تعریف مقادیر مطلوب مجازی v_a, ω_a مطابق زیر، با همگرایی ω به ω_a و v به v_a ، خطاهای e_x, e_y, e_ϕ به صفر همگرا شده و ربات مسیر مطلوب x_r, y_r را با سرعت زاویه‌ای مطلوب ω_r و سرعت خطی مطلوب $v_r = \sqrt{\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2}$ تعقیب می‌کند:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ \omega_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x e_x + v_r \cos e_\phi \\ \omega_r + v_r (k_y e_y + k \sin e_\phi) \end{bmatrix} \quad (14)$$

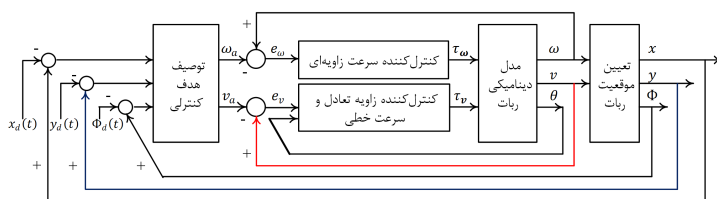
که k_x, k_y, k ضرایب ثابت مثبت است.

اثبات: تابع لیاپانوف مثبت تعریف و مشتق آن محاسبه می‌شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} (e_x^2 + e_y^2) + \frac{1 - \cos e_\phi}{k_y} \quad (15)$$

$$\dot{V}_1 = e_x (v_r \cos e_\phi - v + \omega e_y) + e_y (\omega e_x + v_r \sin e_\phi) + \frac{(\omega_r - \omega) \sin e_\phi}{k_y} \quad (16)$$

با جایگذاری v_a, ω_a به جای v, ω ، بدست می‌آید. پس سیستم پایدار جانبی است و با همگرایی v, ω به v_a, ω_a ، خطاهای e_x, e_y, e_ϕ به صفر همگرا شده و ربات مسیر مطلوب را تعقیب می‌کند.



شکل ۲: پیکر بندی ربات تعادلی کنترل شده [۲۶]

۱.۳ کنترل زاویه تعادل و سرعت خطی

مشابه [۳۱-۳۲]، با تغییر متغیرهایی مدل دینامیکی ربات را ساده و از حالت زیرتحریک خارج شده و برای آن کنترل کننده طراحی می‌گردد. $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = [x_v, v, \theta, \dot{\theta}, \omega]$ تعریف می‌شود که، جابجایی ربات و مشتق آن برابر سرعت است. می‌توان نوشت

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + d_1, & \dot{x}_2 = f_1 + g_1 \tau_v + d_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 + d_3, & \dot{x}_4 = f_2 + g_2 \tau_v + d_4 \\ \dot{x}_5 = x_6 + d_5, & \dot{x}_6 = f_3 + g_3 \tau_\omega + d_6 \end{cases} \quad (17)$$

که $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6$ بیانگر نامعینی سیستم است و $f_1, f_2, f_3, g_1, g_2, g_3$ به‌سادگی محاسبه می‌گردد. با تعریف $e_i = x_i - x_{id}, i = 1, 2, 3, 4$ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = e_2 + d_1 \\ \dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = f_{11} + g_1 \tau_v + d_2 \\ \dot{e}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = e_4 + d_3 \\ \dot{e}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} = f_{22} + g_2 \tau_v + d_4 \end{cases} \quad (18)$$

که $F_1 = f_1 - \dot{x}_{2d}$ و $F_2 = f_2 - \dot{x}_{4d}$. با توجه به معادلات دینامیکی ربات تعادلی دو چرخ مسیر تعقیب باید در رابطه زیر صدق کند:

$$x_{2d} = \dot{x}_{1d}, \quad x_{4d} = \dot{x}_{3d} \quad (19)$$

با تعریف ثابت‌ها و متغیرهای زیر:

$$\begin{aligned}
 h &= -\frac{g_1}{g_2} = -\frac{m_p l}{J_\theta} \\
 F_3 &= F_2 + hF_1 \\
 \begin{cases} z_1 = e_3 + he_1, & z_3 = e_1 \\ z_2 = e_4 + he_2, & z_4 = e_2 \end{cases} & \quad (20) \\
 \begin{cases} D_1 = d_3 + hd_1, & D_3 = d_1 \\ D_2 = d_4 + hd_2, & D_4 = d_2 \end{cases} &
 \end{aligned}$$

می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + D_1, & \dot{z}_3 = z_4 + D_3 \\ \dot{z}_2 = F_3 + D_2, & \dot{z}_4 = F_1 + g_1 \tau_v + D_4 \end{cases} \quad (21)$$

طراحی کنترل‌کننده برای این سیستم معمولا به روش مد لغزشی و روش پسگام انجام می‌شود. کنترل غیرخطی مد لغزشی در برابر تغییر پارامترهای سیستم و اغتشاشات خارجی مقاوم است و با سویچینگ مناسب، مسیر حالت را به سطح انتخابی که سطح لغزش نامیده می‌شود، سوق می‌دهد و برای زمان‌های بعدی روی این سطح نگه می‌دارد [۳۳]. با انتخاب مناسب سطح لغزشی، این کنترل‌کننده قادر به تحقق اهداف کنترل مانند پایداری و تعقیب است. در اینجا با طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی، پایداری زمان محدود زیرسیستم اول اثبات می‌شود.

قضیه ۲.۳. سیستم (۱۲) با انتخاب سطح لغزش (۲۲) و ورودی کنترلی (۲۳) مطابق زیر به‌صورت زمان محدود پایدار است. در زمان محدود خطای سیستم صفر و متغیرهای حالت سیستم به مسیر مورد نظر هدایت می‌شوند.

$$S = \sum_{i=1}^4 z_i + \int A_i dt \quad (22)$$

۱۲ ————— کنترل مقاوم ربات تعادلی دو چرخ برای تعقیب مسیر

$$\tau_v = \frac{-F_1 - z_4 - F_3 - z_2 - \sum_{i=1}^4 A_i - \text{sign}(S) \sum_{i=1}^4 \hat{h}_i}{g_1} \quad (23)$$

که $\text{sign}(\cdot)$ تابع علامت است و

$$\begin{aligned} A_1 &= \alpha_1 z_1^{\alpha_2}, & A_3 &= \alpha_5 z_3^{\alpha_6} \\ A_2 &= \alpha_3 z_2^{\alpha_4}, & A_4 &= \alpha_7 z_4^{\alpha_8} \end{aligned} \quad (24)$$

که $\alpha_{2i-1} < 0$ و $1 < \alpha_{2i} < 2$ اعداد ثابت هستند. \hat{h}_i به صورت زیر انتخاب می‌گردد
 $(i = 1, 2, 3, 4)$:

$$\hat{h}_i = \frac{r_i}{k} |S|, \quad 0 < r_i < 1, 1 < k \quad (25)$$

و فرض می‌شود نامعینی D_i در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$|D_i| \leq h_i \leq \hat{h}_i \quad (26)$$

که h_i کران بالای نامعینی و ثابت است [۳۴]، \hat{h}_i تخمین آن و $\tilde{h}_i = \hat{h}_i - h_i$ خطای این تخمین است.

اثبات. تابع لیاپانوف مثبت $V(x)$ تعریف می‌شود و مشتق آن محاسبه می‌شود:

$$V(x) = \frac{k}{\gamma} S^\gamma + \frac{k}{\gamma} \sum_{i=1}^4 \tilde{h}_i^\gamma, \quad 1 < k \quad (27)$$

$$\dot{V}(x) = kSS\dot{S} + k \sum_{i=1}^4 \hat{h}_i \tilde{h}_i \quad (28)$$

با جایگذاری و ساده‌سازی می‌توان نوشت:

$$\dot{V}(x) \leq -|S|((k-1) + 1) \sum_{i=1}^4 \tilde{h}_i + k \sum_{i=1}^4 \hat{h}_i \tilde{h}_i \quad (29)$$

با تعریف

$$\Delta_0 = (k-1) |S|, \quad \Delta_1 = \sum_{i=1}^4 \tilde{h}_i, \quad (30)$$

$$\Delta_m = \min(\Delta_1, \Delta_0)$$

و با توجه به لم ۱ می‌توان نوشت:

$$\dot{V}(x) \leq -\Delta_m \left(|S|^2 + \sum_{i=1}^4 \tilde{h}_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (31)$$

با انتخاب $p_1 = \Delta_m \sqrt{\frac{2}{k}}$ و $p_2 = \frac{1}{2}$ می‌توان نوشت:

$$\dot{V}(x) = -\Delta_m \sqrt{\frac{2}{k}} V(x)^{\frac{1}{2}} \leq -p_1 V(x)^{p_2} \quad (32)$$

طبق لم ۲، سیستم پایدار زمان محدود شده و در زمان محدود متغیرهای حالت آن
 □ خطای تعقیب) به صفر همگرا و ربات به مسیر مطلوب هدایت می‌گردد.

۲.۳ کنترل سرعت زاویه ای

در این مقاله برای کنترل سرعت زاویه‌ی ربات از کنترل‌کننده فازی تاکی سوگنو استفاده شده است. در لحظه نمونه برداری t ام خطا اختلاف سرعت زاویه‌ای ربات، $\omega[t]$ ، و سرعت زاویه‌ای مرجع، $\omega_d[t]$ ، تعریف می‌شود:

$$e_{\omega}[t] = \omega[t] - \omega_d[t] \quad (33)$$

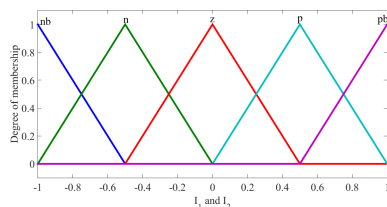
ورودیهای این کنترلکننده مضربی از خطا و مضربی از تغییرات زمانی خطا و خروجی آن مضربی از گشتاور مطابق زیر است:

$$I_1 = K_{e_{\omega}} e_{\omega}, \quad I_2 = K_{\dot{e}_{\omega}} \dot{e}_{\omega} \quad O = \frac{\tau_{\omega}}{K_{\tau_{\omega}}} \quad (34)$$

ورودیهای I_1 و I_2 پنج تابع عضویت مثلثی، nb، n، z، p و pb دارند و خروجی O هفت تابع عضویت منفرد -۱، -۰.۶۷، -۰.۳۳، ۰، ۰.۳۳، ۰.۶۷، ۱- دارد. قوانین این کنترلکننده به شکل زیر است:

$$\text{if } I_1 \text{ is } m_{1i}, \text{ and } I_2 \text{ is } m_{2j} \text{ then } O = r_{ij} \quad (35)$$

که m_{1i} و m_{2j} یکی از توابع منفرد خروجی و r_{ij} ، $i = 1, 2, \dots, 5$ ، $j = 1, 2, \dots, 5$ ، ها یکی از توابع منفرد خروجی و m_{1i} و m_{2j} یکی از توابع عضویت به ترتیب ورودیهای I_1 و I_2 هستند. از ضرب بهعنوان عملگر اشتراک و جمع بهعنوان عملگر اجتماع استفاده شده است. عملکرد کنترلکننده فازی به مقادیر بهره‌های $K_{e_{\omega}}$ ، $K_{\dot{e}_{\omega}}$ ، $K_{\tau_{\omega}}$ و تالی ۲۵ قانون سیستم فازی یعنی r_{ij} ها وابسته است. در این مقاله با استفاده از الگوریتم PSO



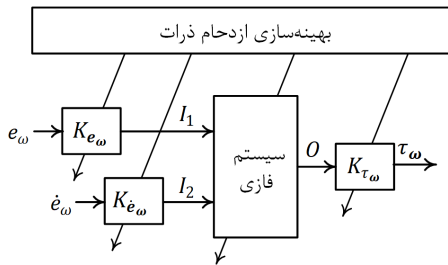
شکل ۳: توابع عضویت ورودیهای سیستم فازی

مقدار بهینه این ۲۸ پارامتر به عنوان متغیر تصمیم بهینه‌یابی تعیین شده است (شکل ۴). در الگوریتم PSO متغیرهای تصمیم به عنوان ذره شناخته می‌شوند. تابع هدف مقدار شایستگی هر ذره را نشان می‌دهد. در لحظه نمونه برداری t ام، سرعت ذره i ام، v_t^i ، و موقعیت آن، x_t^i ، است و بر اساس تجربیات شخصی (بهترین موقعیت ذره تا آن لحظه، $x_t^{i,B}$) و تجربیات گروهی (بهترین موقعیت همه ذرات تا آن لحظه، $x_t^{g,B}$) سرعت و موقعیت این ذره به شکل زیر به روز می‌شوند:

$$\begin{aligned} v_{t+1}^i &= wv_t^i + c_1r_1(x_t^{i,B} - x_t^i) + c_2r_2(x_t^{g,B} - x_t^i) \\ x_{t+1}^i &= x_t^i + v_{t+1}^i \end{aligned} \quad (36)$$

که v_{t+1}^i سرعت و x_{t+1}^i موقعیت ذره در لحظه نمونه برداری بعدی است. w ، ضریب اینرسی است که میزان تاثیر تجربه گذشته در موقعیت و سرعت جدید ذره را نشان می‌دهد. c_1 ، ضریب یادگیری مدل ادراکی و نشان دهنده دانش فردی در جستجو است. c_2 ، فاکتور یادگیری مدل جمعی و نشان دهنده اطلاعات اشتراکی و همکاری یک ذره با ذره‌های دیگر است. r_1 و r_2 اعداد تصادفی بین صفر و یک هستند. شرط توقف می‌تواند حداکثر تعداد تکرار، رسیدن به مقدار تابع هدف از پیش تعریف شده و عدم تکرار مقدار تابع هدف در تعداد مشخصی تکرار متوالی باشد [۳۵]. در اینجا $c_1 = c_2 = 2$ انتخاب شده است و تابع هزینه مجموع مربعات خطا است:

$$F = \sum_{t=0}^T e_{\omega}^y [t] \quad (37)$$



شکل ۴: کنترل سرعت زاویه‌ای با کنترل کننده فازی

جدول ۲: پارامترهای ربات تعادلی دو چرخ این مقاله [۴]

پارامتر	l	r	m_p	j_ϕ	j_w	j_e	m_c	m_ω	d	g
مقدار	۱m	۰/۵m	۳kg	۱/۵kgm ^۲	۱/۵kgm ^۲	۵kgm ^۲	۵kg	۱kg	۱m	۹/۸

۴ شبیه سازی

برای کنترل زاویه تعادل و کنترل سرعت خطی ربات تعادلی دو چرخ، کنترل کننده مد لغزشی زمان محدود و برای کنترل سرعت زاویه ای آن کنترل کننده فازی مبتنی بر PSO طراحی شده است. مقادیر عددی پارامترهای مدل مطابق جدول ۲ از [۲۵] گرفته شده است. در ادامه عملکرد ربات کنترل شده با کنترل کننده های طراحی شده، در تعقیب دو مسیر ارزیابی شده است.

۱.۴ مسیر اول: دایره به شعاع ۲ و سرعت زاویه ای ۰/۱۵

بدیهی است که مسیر مطلوب مطابق زیر توصیف می شود:

$$\begin{aligned} x_r &= 2 \cos(0.15t), & y_r &= 2 \sin(0.15t) \\ v_r &= \sqrt{\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2} = 0.3, & \omega_r &= 0.15 \end{aligned} \quad (38)$$

مقادیر مطلوب مجازی ω_a و v_a مطابق زیر به دست می آیند:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ \omega_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x e_x + v_r \cos(e) \\ \omega_r + v_r (k_y e_y + k \sin(e)) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$k_x = 1, \quad k_y = 3, \quad k = 8$$

۲.۴ مسیر دوم: مسیر سه‌گانه با نقطه اتصال مشترک

مسیر مطلوب در نظر گرفته شده در این طرح مطابق زیر است:

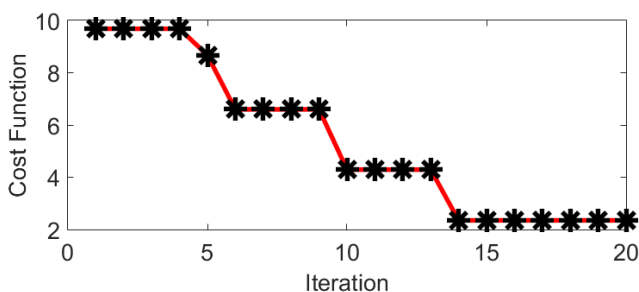
$$\begin{aligned} x_r &= 3 \cos(3w_r t) \cos(w_r t) \\ y_r &= 3 \cos(3w_r t) \sin(w_r t) \\ v_r &= \sqrt{81\omega_r^2 \sin^2(3w_r t) + 9\omega_r^2}, \quad \omega_r = \Pi/45 \end{aligned} \quad (40)$$

مقادیر مطلوب مجازی مطابق زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ \omega_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x e_x + v_r \cos(e) \\ \omega_r + v_r (k_y e_y + k \sin(e)) \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$k_x = 1, \quad k_y = 3, \quad k = 8$$

سرعت خطی، سرعت زاویه‌ای و خطای تعقیب ربات تعادلی دو چرخ کنترل شده با کنترل‌کننده مود لغزشی و کنترل‌کننده فازی (SMC) و (Fuzzy) و ربات تعادلی دو چرخ کنترل شده با کنترل‌کننده مود لغزشی و کنترل‌کننده فازی مبتنی بر (SMC PSO) و (PSO-Fuzzy) برای مسیر دوم در شکل‌های ۹ تا ۱۱ مقایسه شده است. سرعت خطی در شکل ۶ و ۹ نشان می‌دهد کنترل‌کننده مود لغزشی به خوبی v_a را تعقیب نموده است. مقایسه سرعت زاویه‌ای در شکل ۷ و ۱۰، عملکرد بهتر کنترل‌کننده فازی مبتنی بر PSO در مقایسه با کنترل‌کننده فازی در تعقیب ω_a را نشان می‌دهد. مقایسه محدوده خطا در شکل ۸ و ۱۱ بیان‌گر تعقیب بهتر مسیر با کنترل‌کننده فازی مبتنی بر PSO در مقایسه با کنترل‌کننده فازی است. مسیر پیموده شده توسط ربات کنترل شده برای دو مسیر مطلوب ۱ و ۲ در شکل ۱۲ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود الگوریتم PSO در تعیین بهینه‌ی پارامترهای کنترل‌کننده فازی موفق بوده و باعث بهبود عملکرد این کنترل‌کننده شده است.



شکل ۵: نمودار تغییرات تابع هزینه در حین اجرای الگوریتم PSO

جدول ۳: بهره ورودی ها و خروجی کنترل کننده فازی

$K_{\tau\omega}$	$K_{\dot{e}\omega}$	$K_{e\omega}$
۹/۶۳	۰/۱۹۰۷	۱/۲۲

۳.۴ ارزیابی کمی نتایج

عملکرد کنترل کننده‌های طراحی شده با دو شاخص ارزیابی عددی به ترتیب در جدول ۵ و ۶ مقایسه شده‌اند، ریشه میانگین مربعات خطای تعقیب و بیشینه‌ی اندازه خطای تعقیب به ترتیب مطابق زیر تعریف می‌شوند:

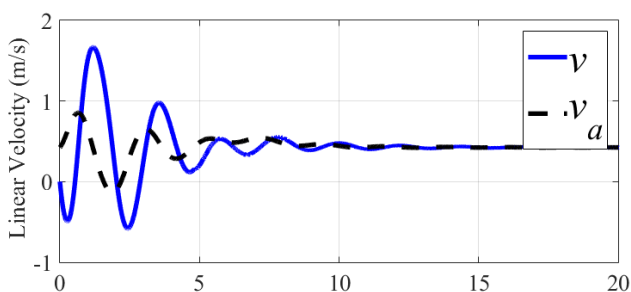
$$RMS(e(t)) = \sqrt{\frac{\int_0^T e^2(t) dt}{T}} \quad (۴۲)$$

$$e_{Max} = Max(|e(t)|) \quad (۴۳)$$

نتایج کمی نشان می‌دهد RMS و بیشینه‌ی اندازه خطای تعقیب با اعمال الگوریتم PSO کاهش یافته است.

جدول ۴: قواعد فازی کنترل‌کننده فازی

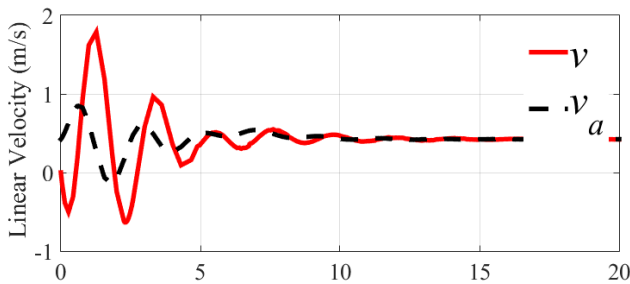
nb	nb	nm	ns	ns	ns
n	nb	nm	ns	z	ps
z	nm	ns	z	ps	ps
p	ns	ns	z	ps	ps
pb	ns	z	ps	pm	pb



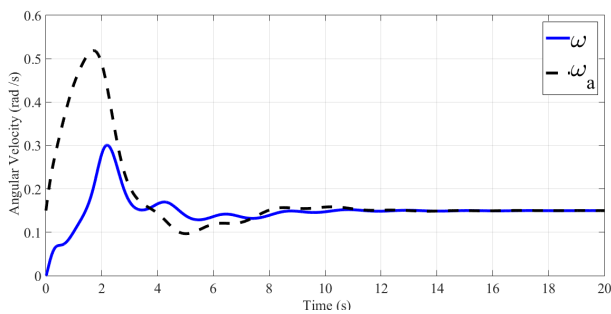
شکل ۶: سرعت خطی تعقیب مسیر ۱ (الف) SMC و Fuzzy.

۵ نتیجه‌گیری

هدف این مقاله حفظ تعادل ربات تعادلی دوچرخ و تعقیب مسیر مطلوب است. ابتدا معادلات سینماتیک و دینامیک ربات تعادلی استخراج گردید. مدل دینامیکی ربات تعادلی دو چرخ به دو زیرسیستم تقسیم شد. زیرسیستم اول زیر تحریک و شامل دو متغیر حالت زاویه تعادل و سرعت خطی و زیرسیستم دوم شامل یک متغیر حالت سرعت زاویه‌ای است. برای هر زیرسیستم یک کنترل‌کننده طراحی گردید: کنترل‌کننده مد لغزشی برای زیرسیستم اول و کنترل‌کننده فازی برای زیرسیستم دوم. ورودیهای کنترلی برای ربات تعادلی دو چرخ گشتاورهای تولید شده توسط دو موتور هستند. طراحی کنترل‌کننده برای زیرسیستم زیرتحریک اول آسان نیست، با تغییر متغیرهایی این مشکل حل گردید. پایداری زمان محدود سیستم کنترل‌شده با کنترل‌کننده مد لغزشی اثبات شد. ساختار کنترل‌کننده فازی این مقاله مشابه PID فازی است. از الگوریتم PSO برای بهینه سازی قواعد و بهره‌های این کنترل‌کننده استفاده شد. برای ارزیابی عملکرد کنترل‌کننده‌های

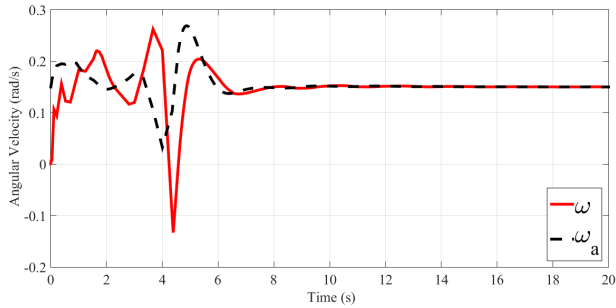


شکل ۷: سرعت خطی تعقیب مسیر ۱ (ب) SMC و PSO-Fuzzy

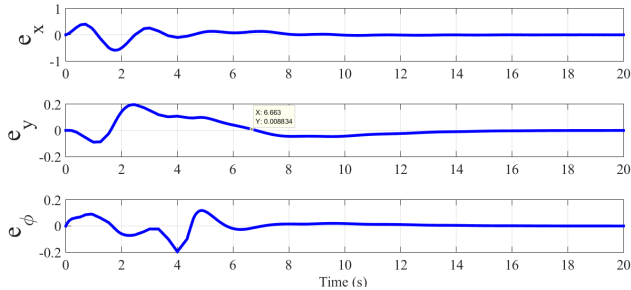


شکل ۸: سرعت زاویه‌ای تعقیب مسیر ۱ (الف) SMC و Fuzzy.

طراحی شده، دو مسیر مختلف در نظر گرفته شد و عملکرد ربات تعادلی دوچرخ در تعقیب آن‌ها بررسی گردید. عملکرد کنترل‌کننده فازی با کنترل‌کننده فازی مبتنی بر PSO این مقاله مقایسه گردید. برای ارزیابی کمی عملکرد کنترل‌کننده‌های طراحی شده، دو شاخص میانگین مربعات و بیشینه اندازه خطای تعقیب استفاده شد. مقایسه کمی و کیفی نتایج موید بهبود قابل ملاحظه عملکرد با کنترل‌کننده پیشنهادی است.



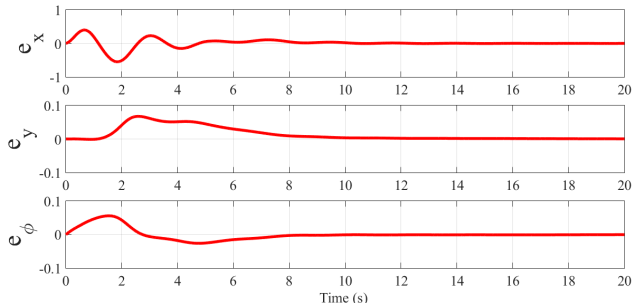
شکل ۹: سرعت زاویه‌ای تعقیب مسیر ۱ (ب) SMC و PSO-Fuzzy



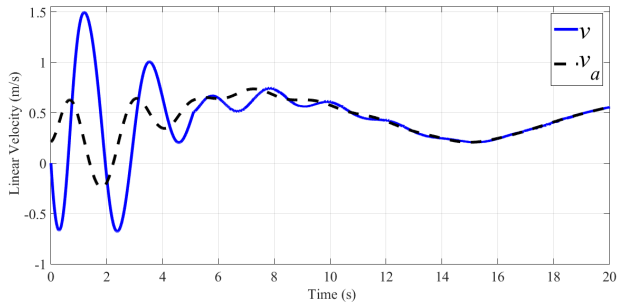
شکل ۱۰: خطای تعقیب مسیر ۱ (الف) SMC و Fuzzy.

مراجع

- [1] Barros, L.C., Bassanezi, R.C., Leite (2003) The SI epidemiological models with a fuzzy transmission. *Computers and Mathematics with Applications*, 45, 1619-1628.
- [2] Chen, T., Jamil, N., (2006) Effectiveness of quarantine in worm epidemic. *in: IEEE International Conference on Communications 2006, IEEE, 2006*, 2142-2147.
- [3] Datta, S., Wang, H., (2005) The effectiveness of vaccinations on the spread of email-borne computer virus. *in: IEEE CCECE/CCGEL, IEEE, 2005*, 219-223.

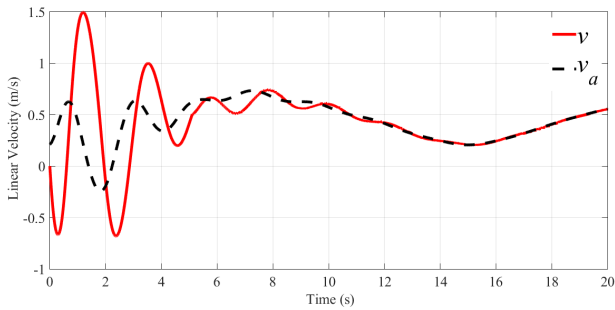


شکل ۱۱: خطای تعقیب مسیر ۱ (ب) SMC و PSO-Fuzzy

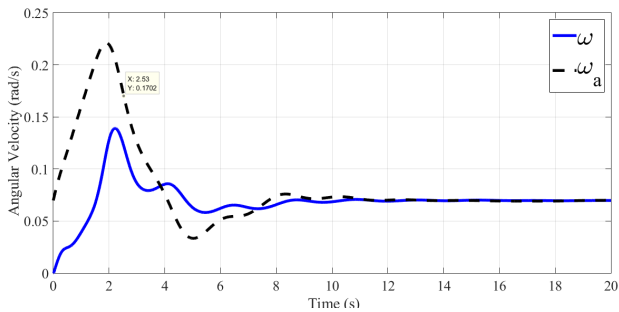


شکل ۱۲: سرعت خطی تعقیب مسیر ۲ (الف) SMC و Fuzzy.

- [4] Draief, M., Ganesh, A., Massouili, L., (2008) Thresholds for virus spread on network. *The Annals of Applied Probability*, 359-369.
- [5] Forest, S., Hofmeyr, S., Somayaji, A., Longstaff, T., (1994) Self-nonsel self discrimination in a computer. in: *Proceeding of IEEE Symposium on Computer Security and Privacy*, 202-212.
- [6] Gelenbe, E., (2007) Dealing with software viruses: a biological paradigm. *Inform. Secur. Tech. Rep.*, 12 242-250.
- [7] Gelenbe, E., (2005) Keeping viruses under control. in: *Computer and Information Sciences ISICIS 2005, 20th International Symposium*, in: *Lecturer Notes in Com-*



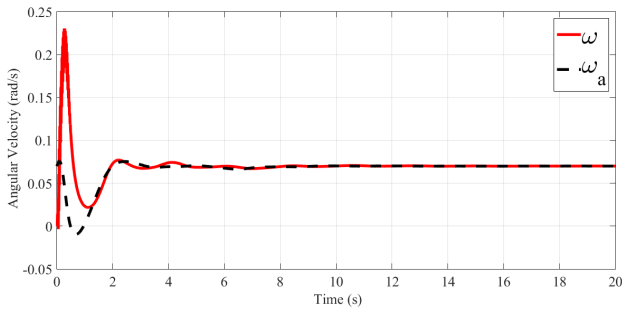
شکل ۱۳: سرعت خطی تعقیب مسیر ۲ (ب) SMC و PSO-Fuzzy



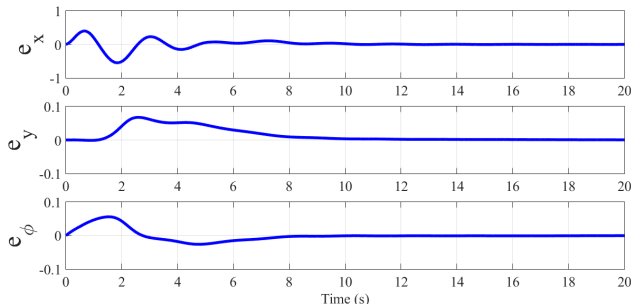
شکل ۱۴: سرعت زاویه‌ای تعقیب مسیر ۲ (الف) SMC و Fuzzy

puter Science, vol. 3733, Springer.

- [8] Gelenbe, E., Kaptan, V., Wang, Y., (2004) Biological metaphors for agent behavior. *in: Computer and Information SciencesISCIS 2004, 19th International Symposium, in: Lecturer Notes in Computer Science, vol. 3280, Springer-Verlag, 2004, 667-675.*
- [9] Keeling, M.J., Eames, K.T.D., (2005) Network and epidemic models. *Journal of the Royal Society Interface, 2, 295-307.*
- [10] Kephart, J.O., White, S.R., Chess, D.M., (1993) Computers and epidemiology. *IEEE Spectr., 20-26.*

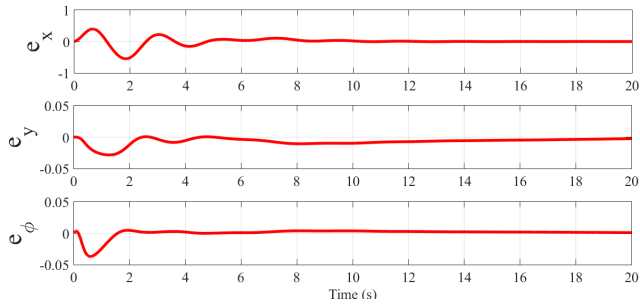


شکل ۱۵: سرعت زاویه‌ای تعقیب مسیر ۲ (ب) SMC و PSO-Fuzzy

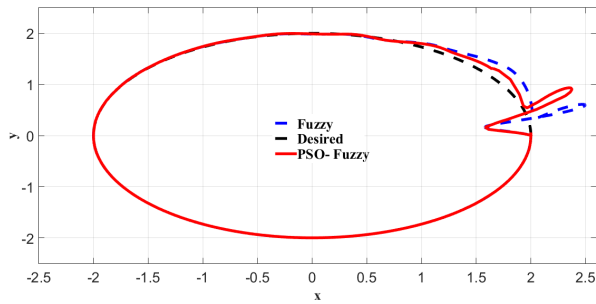


شکل ۱۶: خطای تعقیب مسیر ۲ (الف) SMC و Fuzzy.

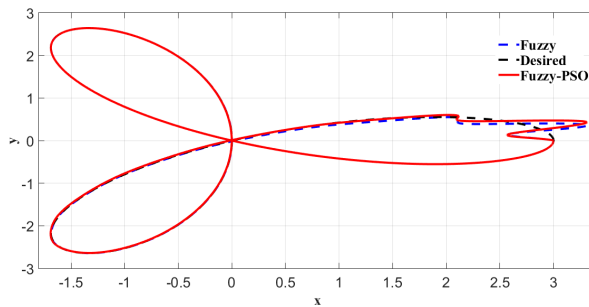
- [11] Kephart, J.O., (1995) A biologically inspired immune system for computers, in: *Proceeding of International Joint Conference on Artificial Intelligence*.
- [12] Klir, G.J., Yuan, B., (1995) Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, *Prentice Hall, Upper Saddle River*.
- [13] Kumar, M.S., Veeramani, C., (2014) Fuzzy VEISV Epidemic Propagation Modeling for Network Worm Attack. *Computational Intelligence, Cyber Security and Computational Models*, 293-303.
- [14] Madar, N., et. al., (2004) Immunization and epidemic dynamics in complex networks. *The European Physical Journal E*, 38, 269-276.



شکل ۱۷: خطای تعقیب مسیر ۲ (ب) SMC و PSO-Fuzzy



شکل ۱۸: مسیر طی شده توسط ربات (الف) مسیر ۰.۱



شکل ۱۹: مسیر طی شده توسط ربات (ب) مسیر ۰.۲

[15] Massad, E., Burattini, M.N., Ortega, N.R.S., (1999) Fuzzy logic and measles vaccination: designing a control strategy. *International Journal of Epidemiology*,

جدول ۵: مقایسه RMS خطای تعقیب ربات کنترل شده با کنترل‌کننده‌های طراحی شده

کنترل کننده	مسیر	e_ω	e_v	e_x	e_y	e_ϕ
PSO-Fuzzy و SMC	مسیر ۱	۰/۰۵۷	۰/۲۷۷	۰/۱۸۳	۰/۱۳۳	۰/۰۹۵
PSO-Fuzzy و SMC	مسیر ۲	۰/۰۴۷	۰/۲۷۲	۰/۱۶۸	۰/۰۷۸	۰/۰۴۰
Fuzzy و SMC	مسیر ۱	۰/۱۵۱	۰/۲۷۷	۰/۲۱۵	۰/۱۳۶	۰/۱۶۷
Fuzzy و SMC	مسیر ۲	۰/۰۹۱	۰/۲۷۲	۰/۱۷۰	۰/۰۹۲	۰/۰۶۲

جدول ۶: مقایسه e_{Max} ربات کنترل شده با کنترل‌کننده‌های طراحی شده

کنترل کننده	مسیر	e_ω	e_v	e_x	e_y	e_ϕ
PSO-Fuzzy و SMC	مسیر ۱	۰/۱۵۳	۱/۵۲	۰/۴۵۲	۰/۳۸۵	۰/۱۰۲
PSO-Fuzzy و SMC	مسیر ۲	۰/۱۳۵	۱/۳۶۹	۰/۵۴۴	۰/۰۸۶	۰/۰۳۷
Fuzzy و SMC	مسیر ۱	۰/۰۳۶۴	۱/۵۳	۰/۵۷۶	۰/۵۰۴	۰/۴۲۵
Fuzzy و SMC	مسیر ۲	۰/۱۳۵	۱/۳۶۹	۰/۵۴۹	۰/۱۰۹	۰/۰۵۶

28, 550-557.

- [16] Massad, E., et al., (2008) Fuzzy Logic in Action: Applications and Epidemiology and Beyond. in: *STUDFUZZ*, vol. 232, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- [17] Mishra, B.K., Saini, D.K., SEIRS epidemic model with delay for transmission of malicious objects in computer network. *Applied Mathematics and Computation*, 188, 1476-1482.
- [18] Mishra, B.K., Saini, D.K., Mathematical models on computer viruses. *Applied Mathematics and Computation*, 187, 929-936.
- [19] Mishra, B.K., Saini, D.K., Fixed period of temporary immunity after run of anti-malicious software on computer nodes. *Applied Mathematics and Computation*, 190, 1207-1212.

- [20] Mishra, B.K., Samir, K.P., (2010) Fuzzy Epidemic model for the Transmission of Worms in Computer Network. *Nonlinear Analysis: Real Word Applications*, 11, 4335-4331.
- [21] Moore, D., et al., (2003) Internet quarantine: requirements for containing self-propagating code. *in: Proceeding of IEEE INFOCOM*.
- [22] May, R.M., Liyod, A.L., (2001) Infection dynamics on scale-free networks. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 64, 1-3.
- [23] Newman, M.E.J., Forrest, S., Balthrop, J., (2002) Email networks and the spread of computer virus. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 66, 1-4.
- [24] Ossama, A., et al., (2012) Stability analysis of VEISV Propagation Modeling for Network Worm Attack. *Applied Mathematical Modelling*, 36, 2751-2761.
- [25] Piqueira, J.R.C., Cesar, F.B., (2008) Dynamic models for computer virus propagation. *Mathematical Problems in Engineering*.