سیستم‌های فازی و کاربردها

سال سوم، شماره دوم (پاییز و زمستان ۱۳۹۹) صص. ۷۳ تا ۸۷

حل مسئله تصمیم گیری گروهی چند معیاره در محیط فازی شهودی ذوزنقه ای

سمیرا رهنما، حسن حسن پور

دانشگاه بیرجند، دانشکده علوم ریاضی و آمار، گروه ریاضی

چکیده

در این مقاله، اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای و تقریب نزدیکترین بازه‌ها به توابع عضویت و عدم عضویت عدد فازی شهودی را معرفی می‌کنیم. سپس به کمک یک فرآیند رتبه‌بندی، به حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره در محیط فازی شهودی ذوزنقه‌ای می‌پردازیم. در نهایت، مثالی ارائه می‌گردد تا با روش پیشنهادی آشنا شویم.

۱ سرآغاز

در مسائل تصمیم دنیای واقعی سطوحی از عدم قطعیت و ابهام در تخمین پارامترها ظاهر می‌شوند. این عدم قطعیت‌ها گاهی جنبه احتمالی دارند، که برای مواجهه با آنها از نظریه احتمال استفاده می‌شود. ولی بسیاری از عدم قطعیت‌های موجود در مسائل دنیای واقعی جنبه تصادفی ندارند، بلکه ناشی از ابهام یا عدم اطلاع دقیق می‌باشند. برای مواجهه با این گونه عدم قطعیت‌ها از نظریه مجموعه‌های فازی و انواع تعمیم‌های آن استفاده می‌شود. از زمان معرفی مجموعه‌های فازی توسط پروفسور زاده در سال ۱۹۶۵ میلادی، کاربردهای این نظریه در تصمیم‌گیری به‌طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته [۹]، و رویکردها و نظریه‌های زیادی ارائه شدند که با ابهام و عدم قطعیت

Mathematics Subject Classification (2010): 90B50 ;90C70, **Email:** hhassanpour@birjand.ac.ir.

عبارات و کلمات کلیدی:گیری گروهی چند معیاره، مجموعه فازی شهودی ذوزنقه‌ای، تقریب نزدیکترین بازه، روش الکتره نوع سه.

مواجهند[۱، ۲، ۳، ۶]. یکی از این نظریه‌ها نظریه مجموعه‌های فازی شهودی است که تعمیمی از نظریه مجموعه‌های فازی است. مجموعه‌های فازی تنها با تابع عضویتشان مشخص می‌گردند و درجه عدم عضویت یک عنصر در یک مجموعه فازی، متمم درجه عضویت آن عضو (نسبت به یک) در نظر گرفته می‌شود. اما گاهی اوقات در مسائل دنیای واقعی این گونه نیست. به‌عنوان مثال، یک رای‌گیری را در نظر بگیرید که ۸۰ درصد واجدین شرایط رای دادن در رای‌گیری شرکت کرده‌اند و ۶۰ درصد رای دهندگان به نامزد الف رای داده‌اند. بدیهی است که نمی‌توان ادعا کرد که ۶۰ درصد افراد جامعه موافق و ۴۰ درصد آنها مخالف گزینه الف بوده‌اند. زیرا نظر ۲۰ درصد واجدین شرایط معلوم نیست. برای مواجهه با این گونه از عدم قطعیت، از مجموعه‌های فازی شهودی استفاده می‌شود، که برای تعریف آنها از توابع عضویت و عدم عضویت استفاده می‌شود.

در بخش دوم مقاله مجموعه‌های فازی شهودی را به اختصار معرفی می‌کنیم، و تقریب نزدیکترین بازه‌های آنها را ارائه می‌کنیم. سپس در بخش سوم به حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره در محیط فازی شهودی ذوزنقه‌ای می‌پردازیم.

۲ مروری بر مجموعه‌های فازی شهودی

فرض کنید X یک مجموعه‌ی مرجع دلخواه باشد. مجموعه‌ی زیر یک مجموعه فازی شهودی[1] نامیده می‌شود

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$$

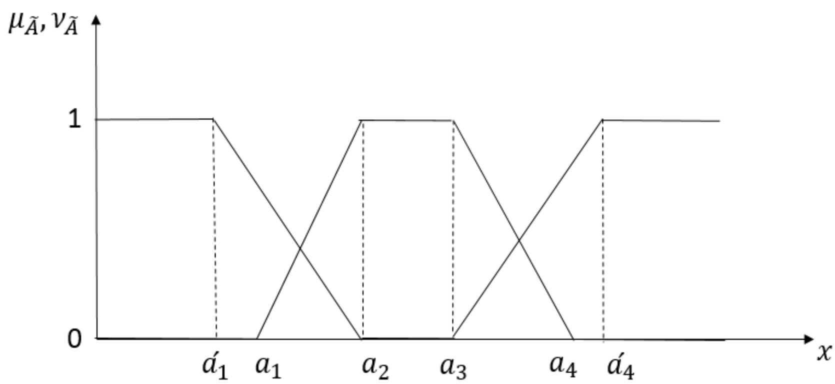
که در آن $\mu_{\tilde{A}} : X \longrightarrow [۰, ۱]$ تابع عضویت، $\nu_{\tilde{A}} : X \longrightarrow [۰, ۱]$ تابع عدم عضویت مجموعه فازی شهودی $\tilde{A}$، $\mu_{\tilde{A}}(x)$ درجه‌ی عضویت عنصر x، $\nu_{\tilde{A}}(x)$ درجه‌ی عدم عضویت عنصر x و $\pi_{\tilde{A}}(x) = ۱ - (\tilde{A}(x) + \nu_{\tilde{A}}(x))$ درجه‌ی تردید عنصر x در $\tilde{A}$ می‌باشند. برای هر $x \in X$ داریم:

$$۰ \leq \mu_{\tilde{A}}(x) + \nu_{\tilde{A}}(x) \leq ۱.$$

[1] Intuitionistic Fuzzy Set(IFS)

چنانچه توابع عضویت و عدم عضویت $\tilde{A}$ به‌صورت زیر باشند، $\tilde{A}$ یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای نامیده می‌شود و با نماد $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; a'_1, a_2, a_3, a'_4)$ نشان داده می‌شود که در آن $a'_1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a'_4$ (شکل ۱).

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4-x}{a_4-a_3} & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \nu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{a_2-x}{a_2-a'_1} & a'_1 \leq x \leq a_2 \\ 0 & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{x-a_3}{a'_4-a_3} & a_3 \leq x \leq a'_4 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$



شکل ۱: عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای

هر سه‌تایی مانند $(\mu_{\tilde{A}}(x), \nu_{\tilde{A}}(x), \pi_{\tilde{A}}(x))$ را که درجه‌ی عضویت، درجه‌ی عدم عضویت و درجه‌ی تردید عنصر x در مجموعه فازی شهودی $\tilde{A}$ را نشان می‌دهند، یک مقدار فازی شهودی نامیده و آن را به اختصار با $\tilde{a} = (\mu, \nu, \pi)$ نمایش می‌دهیم. برای ارائه رویکرد رتبه‌بندی بخش بعد، نیاز داریم که به هر عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای مانند $\tilde{A}$، یک مقدار فازی شهودی نسبت دهیم. برای این منظور، ابتدا تقریب نزدیکترین بازه‌ها به $\mu_{\tilde{A}}$ و $\nu_{\tilde{A}}$ را معرفی کرده و سپس با توجه به دیدگاه‌های خوش بینانه، بدبینانه و بینابین افراد، یک مقدار فازی شهودی به $\tilde{A}$

نسبت می‌دهیم. در مرجع [۵] تقریب نزدیکترین بازه به یک عدد فازی بر اساس یک تابع فاصله ارائه شده که در اینجا آن را به اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای تعمیم می‌دهیم.
فرض کنید $\tilde{A} = (a_۱, a_۲, a_۳, a_۴; a'_۱, a_۲, a_۳, a'_۴)$ یک عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای باشد. تقریب نزدیکترین بازه‌ها به توابع عضویت و عدم عضویت $\tilde{A}$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$C_d^{\mu}(\tilde{A}) = [\mu_{\tilde{A}}^L, \mu_{\tilde{A}}^U] = [\int_۰^۱ A_۱(\alpha)\mathrm{d}\alpha, \int_۰^۱ A_۲(\alpha)\mathrm{d}\alpha] \qquad (۱)$$

$$C_d^{\nu}(\tilde{A}) = [\nu_{\tilde{A}}^L, \nu_{\tilde{A}}^U] = [\int_۰^۱ A'_۱(\beta)\mathrm{d}\beta, \int_۰^۱ A'_۲(\beta)\mathrm{d}\beta] \qquad (۲)$$

که $\tilde{A}_۱(\alpha) = \inf\{(x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$، $\tilde{A}_۲(\alpha) = \sup\{(x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$، و $\tilde{A}'_۱(\beta) = \inf\{(x \in \mathbb{R} \mid \nu_{\tilde{A}}(x) \leq \beta\}$ و $\tilde{A}'_۲(\beta) = \sup\{(x \in \mathbb{R} \mid \nu_{\tilde{A}}(x) \leq \beta\}$. به سادگی می‌توان نشان داد که

$$\mu_{\tilde{A}}^L = \frac{a_۱ + a_۲}{۲}, \mu_{\tilde{A}}^U = \frac{a_۳ + a_۴}{۲}, \nu_{\tilde{A}}^L = \frac{a'_۱ + a_۲}{۲}, \nu_{\tilde{A}}^U = \frac{a_۳ + a'_۴}{۲}. \qquad (۳)$$

تعریف ۱.۲. فرض کنید $\tilde{a}_۱ = (\mu_۱, \nu_۱, \pi_۱)$ و $\tilde{a}_۲ = (\mu_۲, \nu_۲, \pi_۲)$ دو مقدار فازی شهودی(از مجموعه فازی شهودی $\tilde{A}$) باشند. فاصله فازی شهودی بین $\tilde{a}_۱$ و $\tilde{a}_۲$ عبارت است از [۸]:

$$d_{IFN}(\tilde{a}_۱, \tilde{a}_۲) = \sqrt{\frac{۱}{۲}((\mu_۱ - \mu_۲)^۲ + (\nu_۱ - \nu_۲)^۲ + (\pi_۱ - \pi_۲)^۲)}. \qquad (۴)$$

اکنون برای انتساب یک مقدار فازی شهودی مانند $V(\tilde{A})$ به عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای $\tilde{A}$، سه دیدگاه خوش بینانه، بدبینانه و بینابین را در نظر می‌گیریم.

(آ) در دیدگاه خوش‌بینانه، بیشترین درجه عضویت و کمترین درجه عدم عضویت را به کار می‌بریم. یعنی قرار می‌دهیم

$$V_O(\tilde{A}) = (\mu^U_{\tilde{A}}, \nu^L_{\tilde{A}}, ۱ - (\mu^U_{\tilde{A}} + \nu^L_{\tilde{A}})). \qquad (۵)$$

(ب) در دیدگاه بدبینانه، کمترین درجه عضویت و بیشترین درجه عدم عضویت را به کار می‌بریم. یعنی قرار می‌دهیم

$$V_P(\tilde{A}) = (\mu^L_{\tilde{A}}, \nu^U_{\tilde{A}}, ۱ - (\mu^L_{\tilde{A}} + \nu^U_{\tilde{A}})). \qquad (۶)$$

(پ) اما در دیدگاه سوم، ترکیب محدبی از $V_O(\tilde{A})$ و $V_P(\tilde{A})$ را به کار می‌بریم. یعنی به‌ازای عددی مانند $\omega \in (۰, ۱)$ قرار می‌دهیم

$$V_M(\tilde{A}) = \omega V_O(\tilde{A}) + (۱ - \omega) V_P(\tilde{A}). \qquad (۷)$$

که $\mu^L_{\tilde{A}}$، $\mu^U_{\tilde{A}}$، $\nu^L_{\tilde{A}}$، $\nu^U_{\tilde{A}}$ در رابطه (۵) داده شده‌اند.

۳ روش الکتره نوع سه فازی شهودی

در مرجع [۷] الگوریتم الکتره سه، برای حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره که در آنها نتیجه مقایسه دودویی گزینه‌ها مقادیر فازی شهودی می‌باشند، ارائه شده است. در اینجا این الگوریتم را برای حل مسئله مذکور، زمانی که نتیجه مقایسه دوبه‌دوی گزینه‌ها به‌صورت اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای داده شده‌اند، اصلاح می‌کنیم.

فرض کنید مجموعه‌ای از m گزینه $A = \{a_۱, a_۲, \ldots, a_m\}$، مجموعه‌ای از n معیار

$C = \{c_۱, c_۲, \ldots, c_n\}$، مجموعه‌ای از n وزن برای معیارها، $W =$

$\{w_۱, w_۲, \ldots, w_n\}$، مجموعه‌ای از y تصمیم‌گیرنده $\{e_۱, e_۲, \ldots, e_y\}$ $E =$،
مجموعه‌ای از y وزن برای
تصمیم‌گیرندگان، $\{\lambda_۱, \lambda_۲, \ldots, \lambda_y\}$ $\lambda =$ و مجموعه‌ای شامل میزان اهمیت(ارزش)
گزینه a_i، $(i = ۱, ۲, \ldots, m)$ نسبت به معیار c_j،$(j = ۱, ۲, \ldots, n)$ از
نظر تصمیم‌گیرنده e_l،
$(l = ۱, ۲, \ldots, y)$ که آن را با ماتریس $\tilde{X}_l = [\tilde{x}_{ijl}]_{m\times n}$ نشان می‌دهیم، داده
شده‌اند. هدف، رتبه‌بندی گزینه‌های $a_۱$و...وa_m براساس معیارهای $c_۱$و...وc_n
با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده‌های $e_۱$و...وe_y و انتخاب بهترین گزینه(ها)
است.

۱.۳ تصمیم‌گیری فردی

نخست روش را با در نظر گرفتن یک تصمیم‌گیرنده شرح می‌دهیم و سپس به حل مسئله در حالت گروهی خواهیم پرداخت. برای حل مسئله، ابتدا با به‌کار بردن یکی از روابط (۱)، (۵) و (۴) اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای $\tilde{x}_{ij}$(درایه‌های ماتریس $\tilde{X}$) را برای هر تصمیم‌گیرنده با $(\tilde{a}_{ij} = V(\tilde{x}_{ij})$ جایگزین می‌کنیم.
حال برای هر معیار c_j، سه‌تایی (q_j, p_j, v_j) را به‌صورت زیر معرفی می‌کنیم

(۱) آستانه بی‌تفاوتی q_j که از نظر تصمیم‌گیرنده برای مقادیر کمتر از آن، دو گزینه نسبت به معیار jام ارزش یکسانی دارند. به‌عبارت دیگر از نظر معیار jام، دو گزینه تفاوتی ندارند.

(۲) آستانه ترجیح(برتری) p_j که از نظر تصمیم‌گیرنده برای مقادیر بیشتر از آن، یک گزینه نسبت به معیار jام بر دیگری برتری دارد. به‌عبارت دیگر از نظر معیار jام، یک گزینه کاملا بر دیگری ترجیح دارد.

(۳) آستانه وتو v_j برای بررسی این موضوع به‌کار می‌رود که آیا از نظر معیار jام، a_i آنقدر بدتر از هست که نتوان رابطه‌ی «a_i بهتر از a_k است» را پذیرفت، حتی اگر این رابطه از نظر معیارهای دیگر درست باشد. این آستانه مشابه با یک فرآیند رای‌گیری است که در آن تنها

چند عضو خاص یک کمیته تصمیم می‌توانند از حق وتو استفاده کنند.

تعریف ۱.۳. برای هر زوج $a_i, a_k \in A$ که $i, k = ۱, ۲, \ldots, m$ و $i \neq k$،شاخص توافق فازی شهودی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c(a_i, a_k) = \sum_{j=۱}^{n} w_j c_j(a_i, a_k) \tag{۸}$$

که در آن

$$c_j(a_i, a_k) = \begin{cases} ۱ & g_j(a_i) + q_j \geq g_j(a_k) \\ ۰ & g_j(a_i) + p_j \leq g_j(a_k) \\ \frac{g_j(a_i) + p_j - g_j(a_k)}{p_j - q_j} & g_j(a_i) + q_j < g_j(a_k) \text{ or } g_j(a_i) + p_j > g_j(a_k) \end{cases} \tag{۹}$$

و

$$g_j(a_i) = \begin{cases} d_{IFN}\left(\tilde{x}_{ij}, \alpha^-\right) & c_j \in C^+ \\ \\ d_{IFN}\left(\tilde{x}_{ij}, \alpha^+\right) & c_j \in C^- \end{cases} \tag{۱۰}$$

که در آن $\sum_{j=۱}^{n} w_j = ۱$، $\alpha^+ = (۱, ۰, ۰)$ نقطه‌ی ایده‌آل مثبت، $\alpha^- = (۰, ۱, ۰)$ نقطه‌ی ایده‌آل منفی، C^+ مجموعه‌ی معیارهای سود، C^- مجموعه‌ی معیارهای هزینه می‌باشند.

تعریف ۲.۳. برای هر $c_j \in C$ و هر زوج $a_i, a_k \in A$، برای هر زوج $a_i, a_k \in A$ که $i, k = ۱, ۲, \ldots, m$ و $i \neq k$، شاخص مغایرت فازی شهودی اعتبار گزاره‌ی «حداقل a_i به خوبی a_k نیست» را نشان می‌دهد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d_j(a_i, a_k) = \begin{cases} ۰ & g_j(a_i) + p_j \geq g_j(a_k) \\ ۱ & g_j(a_i) + v_j \leq g_j(a_k) \\ \frac{g_j(a_k) - p_j - g_j(a_i)}{v_j - p_j} & g_j(a_i) + p_j < g_j(a_k) \text{ or } g_j(a_i) + v_j > g_j(a_k) \end{cases} \tag{۱۱}$$

که مقادیر g_j توسط رابطه (۱۰) محاسبه می‌شوند.

تعریف ۳.۳. شاخص برتری (اعتبار) فازی شهودی $r(a_i, a_k)$ شدت (قدرت) برتری را

اندازه‌گیری می‌کند و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r(a_i, a_k) = \begin{cases} c(a_i, a_k) & \forall j \quad d_j(a_i, a_k) \leq c(a_i, a_k) \\ c(a_i, a_k) \prod_{j \in J(a_i, a_k)} \frac{1 - d_j(a_i, a_k)}{1 - c(a_i, a_k)} & \text{otherwise} \end{cases} \tag{۱۲}$$

که در آن $i, k = 1, 2, \ldots, m$ و $i \neq k$ و $J(a_i, a_k)$ مجموعه اندیس‌های j است که به‌ازای آنها $d_j(a_i, a_k) > c(a_i, a_k)$.

تعریف ۴.۳. جریان برتری شبکه $f(a_i, a_k)$ از گزینه‌ی a_i به گزینه‌ی a_k که $i, k = 1, 2, \ldots, m$ و $i \neq k$،به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(a_i, a_k) = r(a_i, a_k) - r(a_k, a_i). \tag{۱۳}$$

تعریف ۵.۳. شاخص جریان برتری شبکه $\Phi(a_i)$ برای گزینه‌ی a_i به‌ازای $i = 1, 2, \ldots, m$ نسبت به تمام گزینه‌های باقی‌مانده، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi(a_i) = \sum_{k=1, k \neq i}^{m} f(a_i, a_k). \tag{۱۴}$$

اکنون گزینه‌ها می‌توانند طبق شاخص جریان برتری شبکه یعنی مقادیر $\Phi(a_i)$ (به‌ترتیب نزولی) رتبه‌بندی می‌شوند. به این ترتیب، ترتیب کلی فردی $u_l(a_i)$ برای تصمیم‌گیرنده lام، با نسبت دادن اعداد ۱، ۲ و ... به گزینه‌ها براساس ترتیب نزولی ایجاد شده، به‌دست می‌آید.

۲.۳ تصمیم‌گیری گروهی

حال با در نظر گرفتن گروهی از تصمیم‌گیرنده‌ها به حل مسئله تصمیم‌گیری چند معیاره می‌پردازیم. ابتدا مطابق آنچه برای یک تصمیم‌گیرنده گفته شد، برای هر یک از تصمیم‌گیرنده‌ها عمل کرده و مقادیر $\Phi_l(a_i)$ را طبق رابطه (۱۴) محاسبه می‌کنیم. حال شاخص جریان برتری شبکه گروهی را

به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

تعریف ۶.۳. شاخص جریان برتری شبکه گروهی $\Phi_G(a_i)$ از گزینه‌ی a_i به‌ازای $i = ۱, ۲, \dots, m$ بهتمام گزینه‌های دیگر، به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi_G(a_i) = \sum_{l=۱}^{y} \lambda_l \Phi_l(a_i) = \sum_{l=۱}^{y} \sum_{k=۱, k\neq i}^{m} \lambda_l \Phi_l(a_i, a_k) \qquad (۱۵)$$

اکنون گزینه‌ها را براساس مقادیر $\Phi_G(a_i)$ (به‌ترتیب نزولی) رتبه‌بندی می‌کنیم. به این ترتیب، ترتیب کلی گروهی $U(a_i)$(مشابه ترتیب فردی $u_l(a_i)$) به‌دست می‌آید.
توافق یک گام مهم در فرآیند تصمیم‌گیری گروهی است. با به‌کار بردن شاخص رضایت فردی و شاخص رضایت گروهی، فرآیند کنترل توافق را به‌صورت زیر ارائه می‌کنیم.

تعریف ۷.۳. شاخص رضایت فردی (انفرادی) φ_l بین ترتیب‌های گروهی و فردی، به‌صورت زیر تعریف می‌شود که $u_l(a_i)$، l امین ترتیب فردی،$U(a_i)$، i امین ترتیب گروهی گزینه a_i و m تعداد گزینه‌ها است[۴]:

$$\varphi_l = ۱ - \frac{۶\sum_{i=۱}^{m}\Big(u_l(a_i) - U(a_i)\Big)^۲}{m^۳ - m}. \qquad (۱۶)$$

تعریف ۸.۳. شاخص رضایت گروهی φ_G، مجموع وزن‌دار شاخص‌های رضایت فردی است. یعنی

$$\varphi_G = \sum_{l=۱}^{y} \lambda_l \varphi_l = \sum_{l=۱}^{y} \lambda_l \Big(۱ - \frac{۶\sum_{i=۱}^{m}\Big(u_l(a_i) - U(a_i)\Big)^۲}{m^۳ - m}\Big). \qquad (۱۷)$$

۱.۲.۳ تعدیل خودکار رضایت گروهی

اگر در فرآیند تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره، به‌ازای عددی مانند $-۱ \leq \theta \leq ۱$ که «آستانه‌ی سطح رضایت گروهی قابل قبول» نام دارد، داشته باشیم $\varphi_G \geq \theta$ درجه رضایت گروهی φ_G را

قابل قبول گوییم. اما اگر $\varphi_G < \theta$، توافق گروهی حاصل نشده و φ_G را غیرقابل قبول گوییم. لذا روش تعدیل خودکار را به‌کار می‌بریم، به‌این صورت که اگر قسمت عمده‌ی ترجیحات جریان برتری شبکه $f(a_i, a_k)$ به هم نزدیک بوده و تنها تعداد کمی از آنها با هم ناسازگار باشند، معقول است که تنها این ترجیحات خاص را تغییر دهیم.

تعریف ۹.۳. فرض کنید $\Omega_{ik} = \{f_{ik۱}, f_{ik۲}, \dots, f_{iky}\}$ مجموعه‌ی مقادیر جریان برتری شبکه تصمیم‌گیرنده‌ها باشند که در آن f_{ikl} مقدار جریان برتری شبکه‌ی تصمیم‌گیرنده‌ی $e_l \in E$ برای زوج مرتب (a_i, a_k) است که $(a_i, a_k \in A)$ و $i \neq k$. درجه‌ی انحراف وزن‌دار ζ_{ik} به‌صورت زیر تعریف می‌شود که در آن $\overline{f}_{ik}$ میانگین وزن‌دار عناصر مجموعه Ω_{ik} است.

$$\zeta_{ik} = \sqrt{\sum_{l=۱}^{y} \lambda_l (f_{ikl} - \overline{f}_{ik})^۲} \qquad (۱۸)$$

$$\overline{f}_{ik} = \sum_{l=۱}^{y} \lambda_l f_{ikl} \qquad (۱۹)$$

هر بار تعدیل خودکار رضایت گروهی شامل دو گام زیر است:

(۱) انتخاب مولفه‌ی $f_{i^*k^*l^*}$: مولفه‌ی بیشینه ماتریس ζ را انتخاب کرده و آن را با $\zeta_{i^*k^*}$ نشان می‌دهیم. سپس مولفه‌ی $f_{i^*k^*l^*}$ را به‌گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که بیشترین فاصله‌ی وزن‌دار را از $\overline{f}_{i^*k^*}$ داشته باشد، یعنی

$$\lambda_{l^*}(f_{i^*k^*l^*} - \overline{f}_{i^*k^*})^۲ = \max_{l} \{\lambda_l (f_{i^*k^*l} - \overline{f}_{i^*k^*})^۲\} \qquad (۲۰)$$

(۲) تغییر مولفه‌ی $f_{i^*k^*l^*}$: $f_{i^*k^*l^*}$ را با $\overline{f}_{i^*k^*}$ جایگزین می‌کنیم و سایر مولفه‌ها را تغییر

نمی‌دهیم. به‌عبارتی اگر مقادیر تعدیل یافته‌ی تکرار hام را با f_{ikl}^{h} نشان دهیم، در این‌صورت

$$f_{ikl}^{h+1} = \begin{cases} \overline{f}_{ik}^{h} & i = i^*, k = k^*, l = l^*, \\ f_{ikl}^{h} & i \neq i^* \text{or } k \neq k^* \text{or } l \neq l^*. \end{cases} \tag{۲۱}$$

این امکان وجود دارد که راهبرد تعدیل به دفعات تکرار شود ولی نتیجه متضاد با خواسته‌های تصمیم‌گیرنده‌ها باشد. از این‌رو، باید عدد قابل قبول بیشینه‌ای از تعدیل خودکار مانند t را در نظر بگیریم. اگر تعداد دفعات تعدیل خودکار h بزرگتر از t باشد، فرآیند تعدیل را متوقف می‌کنیم و تصمیم‌گیرنده‌ها ماتریس‌های ارزیابی اولیه یا پارامترهای مربوطه را اصلاح یا تعدیل می‌نمایند.

۳.۳ الگوریتم

الگوریتم این روش را در ۱۱ گام زیر ارائه می‌کنیم:

(۱) ماتریس‌های تصمیم فردی $\tilde{X}_l = [\tilde{x}_{ijl}]_{m\times n}$ با اطلاعات ارزیابی فازی شهودی ذوزنقه‌ای، بردار وزن معیارها W، بردار وزن تصمیم‌گیرنده‌ها λ، آستانه سطح رضایت گروهی قابل قبول θ، آستانه‌های v_{jl}،p_{jl}،q_{jl} و عدد قابل قبول بیشینه تعدیل خودکار t را از تصمیم‌گیرنده‌ها دریافت کنید.

(۲) تقریب نزدیک‌ترین بازه به $\mu_{\tilde{A}}$ و $\nu_{\tilde{A}}$ را برای درایه‌های ماتریس $\tilde{X}_l = [\tilde{x}_{ijl}]_{m\times n}$ با استفاده از روابط (۱)، (۲) و (۵) بسازید.

(۳) یکی از دیدگاه‌های خوش‌بینانه، بدبینانه یا بینابین را به‌کاربرید و به هر یک از مقادیر به‌دست آمده از مرحله ۲ یک مقدار فازی شهودی با استفاده از روابط (۵) یا (۱) یا (۴) نسبت دهید و ماتریس‌های مربوطه $[\tilde{a}_{ijl}]_{m\times n}$ را برای هر تصمیم‌گیرنده تشکیل دهید.

(۴) معادلات (۳)، (۸)، (۹) و (۱۰) را به‌کاربرید و ماتریس‌های شاخص توافق فازی شهودی فردی $C_l = [c_{ijl}]_{m\times n}$ را برای هر تصمیم‌گیرنده بسازید. حال ماتریس‌های برتری فازی

شهودی $R_l = [r_{ijl}]_{m\times n} (l = ۱, ۲, \ldots, y)$ را برای هر تصمیم‌گیرنده با به‌کاربردن معادلات (۱۱) و (۱۲) بسازید.

(۵) ماتریس‌های جریان شبکه فردی $F_l = [f_{ijl}]_{m\times n}$ را برای هر تصمیم‌گیرنده با به‌کاربردن معادله (۱۳) بسازید.

(۶) برای هر یک از تصمیم‌گیرنده ها، شاخص‌های جریان شبکه فردی $\Phi_l(a_i)$ را با استفاده از معادله‌ی (۱۴) محاسبه کنید. سپس، گزینه‌ها را طبق شاخص جریان شبکه فردی به‌ترتیب نزولی رتبه‌بندی کنید و ترتیب فردی $u_l(a_i)$ را بسازید.

(۷) با استفاده از معادله‌ی (۱۵) شاخص جریان شبکه‌ی گروهی $\Phi_G(a_i)$ را محاسبه کنید، سپس، گزینه‌ها را طبق شاخص جریان شبکه گروهی مشابه گام ۶ رتبه‌بندی کنید و ترتیب گروهی $U(a_i)$ را بسازید.

(۸) شاخص‌های رضایت فردی φ_l و شاخص رضایت گروهی φ_G را با به‌کاربردن معادلات (۱۶) و (۱۷) محاسبه کنید. اگر $\varphi_G \geq \theta$، به مرحله‌ی ۱۱ و در غیر این‌صورت به مرحله‌ی ۹ بروید.

(۹) ماتریس درجه انحراف وزن‌دار ζ را با استفاده از معادلات (۱۸) و (۱۹) محاسبه کنید.

(۱۰) روش تعدیل خودکار گروهی را با استفاده از معادلات (۲۰) و (۲۱) به‌کار ببرید. اگر $t \leq h$، به مرحله‌ی ۶ برگردید. در غیر این‌صورت، به مرحله‌ی ۱ برگردید تا ارزیابی مجدد توسط بحث و تنظیم ماتریس ارزیابی اصلی یا پارامترهای مربوطه انجام گیرد.

(۱۱) خروجی الگوریتم: رتبه‌بندی گروهی نهایی طبق سطح رضایت گروهی قابل قبول.

۴ مثال عددی

یک شرکت با فناوری پیشرفته که محصولات الکترونیکی تولید می‌کند، قصد دارد سه تامین‌کننده $a_۱, a_۲$ و $a_۳$ را ارزیابی کند. یک تصمیم‌گیرنده به تنهایی ممکن است قادر نباشد با دقت همه‌ی جنبه‌های مسأله‌ی تصمیم‌گیری را در نظر بگیرد. بنابراین مدیر شرکت می‌خواهد برای ارزیابی

تامین‌کننده‌ها، تصمیم گروهی را به‌کارببرد. کمیته از دو تصمیم‌گیرنده $e_۱$ و $e_۲$ به‌ترتیب یک متخصص مالی و یک متخصص کنترل کیفیت تشکیل شده است. بردار وزن تصمیم‌گیرنده‌ها با $\boldsymbol{\lambda} = (۱/۲, ۱/۲)^T$ نمایش داده می‌شود.
طبق راهبرد توسعه شرکت، مدیر تصمیم دارد دو معیار خدمات $c_۱$ و کنترل هزینه $c_۲$ را برای ارزیابی سه تامین‌کننده داشته باشد، و لازم است برای معیار کنترل هزینه، قیمت و هزینه نگهداری و برای معیار خدمات، تحویل و خدمات پس از فروش را در نظر بگیرید. این شرکت نیاز دارد خطر اقتصادی خود را کاهش دهد. مدیر بردار وزن معیار $\boldsymbol{W} = (۰٫۶۰, ۰٫۴۰)$ را به دو معیار تخصیص می‌دهد.
در طی ارزیابی تصمیم، امکان دارد کارشناس سطح دانش کافی یا دقیقی از مسأله نداشته باشد. بنابراین ممکن است به داوری و قضاوت‌های خود اطمینان نداشته باشند. برای مواجهه با این تردید و ابهامات، مقادیر ترجیحات کارشناس با استفاده از اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای بیان می‌شوند. پس از بحث و گفتگو، مدیر شرکت درجه‌ی رضایت گروهی قابل قبول $\boldsymbol{\theta} = ۰٫۷$ و عدد قابل قبول بیشینه تعدیل خودکار $\boldsymbol{t} = ۳$ را تعیین می‌کند.
به‌ازای $\boldsymbol{i} = ۱, ۲, ۳$، $\boldsymbol{j} = ۱, ۲$ و $\boldsymbol{l} = ۱, ۲$ دو متخصص به‌ترتیب نظرات خود را در مورد ارزش گزینه‌ی $\boldsymbol{i}$ام از نظر معیار $\boldsymbol{j}$ام (مولفه‌های $\tilde{X}_l$) را ارائه می‌دهند و ماتریس‌های تصمیم با اطلاعات ارزیابی فازی شهودی ذوزنقه‌ای را به‌صورت زیر می‌سازند:

$$x_{\tilde{A}(۱)} = \begin{bmatrix} (۰٫۱, ۰٫۵, ۰٫۶, ۰٫۷; ۰٫۱, ۰٫۵, ۰٫۶, ۰٫۸) & (۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۵, ۰٫۶; ۰٫۱, ۰٫۳, ۰٫۵, ۰٫۷) \\ (۰٫۲, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۶; ۰٫۱, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۷) & (۰٫۳, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۶; ۰٫۱, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۶) \\ (۰٫۱, ۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۸; ۰٫۱, ۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۹) & (۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۴, ۰٫۸; ۰٫۱, ۰٫۳, ۰٫۴, ۰٫۹) \end{bmatrix}$$

$$x_{\tilde{A}(۲)} = \begin{bmatrix} (۰٫۱, ۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۸; ۰٫۱, ۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۹) & (۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۴, ۰٫۸; ۰٫۱, ۰٫۳, ۰٫۴, ۰٫۹) \\ (۰٫۱, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۷; ۰٫۱, ۰٫۳, ۰٫۵, ۰٫۸) & (۰٫۳, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۶; ۰٫۱, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۶) \\ (۰٫۱, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۷; ۰٫۱, ۰٫۴, ۰٫۵, ۰٫۷) & (۰٫۲, ۰٫۳, ۰٫۵, ۰٫۶; ۰٫۱, ۰٫۳, ۰٫۵, ۰٫۷) \end{bmatrix}$$

آستانه‌های فردی (q_l, p_l, v_l) دو متخصص $e_۱$ و $e_۲$را به‌ترتیب به‌صورت $(۰٫۰۵, ۰٫۱۵, ۰٫۳۰)$ و $(۰٫۰۵, ۰٫۲۰, ۰٫۳۵)$ درنظر بگیرید. مسئله را با در نظر گرفتن دیدگاه خوش‌بینانه و طبق گام‌های الگوریتم فوق حل می‌کنیم. پس از اجرای گام‌های ۲ تا ۱۲ الگوریتم، شاخص‌های رضایت فردی و گروهی $(\varphi_۱^۰, \varphi_۲^۰) = (۱, -۰٫۵)$ و $\varphi_G^۰ = ۰٫۲۵$ به‌دست می‌آیند. چون $\varphi_G^۰ = ۰٫۲۵ < ۰٫۷$، در نتیجه توافق گروهی حاصل نشده و درجه رضایت گروهی φ_G غیر قابل قبول است. لذا روش تعدیل خودکار را مطابق گام ۹ به‌می‌بریم. شاخص‌های رضایت فردی و گروهی اصلاح‌شده به‌صورت $(\varphi_۱^۱, \varphi_۲^۱) = (۱, ۰٫۵)$ و $\varphi_G^۱ = ۰٫۷۵$ به‌دست می‌آیند. چون $\varphi_G^۱ = ۰٫۷۵ > ۰٫۷$، و با توجه به نتایج ترتیب گروهی گزینه‌ها $U^۱(a_۱) = ۲$،

$U^{1}(a_2) = ۳$، و $U^{1}(a_3) = ۱$، و رتبه‌بندی گروهی نهایی به‌صورت زیر به‌می‌آید:

$$a_3 \succ a_1 \succ a_2$$

۵ نتیجه گیری

در این پژوهش به سه مورد زیر پرداخته شده است:
۱) تقریب نزدیکترین بازه‌ها به توابع عضویت و عدم عضویت عدد فازی شهودی معرفی گردیده است.
textbf۲) با توجه به دیدگاه‌های خوش‌بینانه، بدبینانه و بینابین به هر عدد فازی شهودی ذوزنقه‌ای یک مقدار فازی شهودی نسبت داده شده است.
۳) روش الکتره نوع سه فازی شهودی برای حل مسئله تصمیم‌گیری گروهی با اطلاعات فازی شهودی ذوزنقه‌ای تعمیم داده شده است.
روش ارائه‌شده را برای حل مسائل ارزیابی تامین‌کننده یک شرکت به‌کار بردیم که مولفه‌ای مهم در مدیریت زنجیره تامین می‌باشد که نشان داده شد روش پیشنهادی یک رویکرد قانونمند و شفاف را فراهم می‌کند که به راحتی می‌تواند برای مواجهه با مسائل تصمیم‌گیری مدیریتی مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

[1] Atanassov, K. T. (1986) Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**, 87–96.

[2] Atanassov, K. T, Gargov, G. (1989) Interval-valued intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **31**, 343–349.

[3] Buckley, J. J. (2006) *Fuzzy probability and statistics*. Springer.

[4] Goletsis, Y, Psarras, J, and Samouilidis, J. E. (2003) Project ranking in the armenian energy sector using a multi-criteria method for groups. *Annals of Operations Research*, **120 (1–4)**, 135–157.

[5] Grzegorzewski, P. (2002) Nearest interval approximation of a fuzzy number. *Fuzzy Sets and Systems*, **130**, 321–330.

[6] Hsu, H. L, Wu, B. (2010) An innovative approach on fuzzy correlation coefficient with interval data. *International Journal of Innovative Computing*, Information and Control, **6(3)**, 1049–1058.

[7] Shen, F, Xu, J, and Xu, Z. (2015) An automatic ranking approach for multi-criteria group decision making under intuitionistic fuzzy environment. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, **14 (3)**, 311–334.

[8] Xu, Z.S. (2012) *Intuitionistic Fuzzy Aggregation and Clustering*. Springer, Berlin: Heidelberg.

[9] Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy sets. *Information and Control*, **8(3)**, 338–353.