

# استفاده از شاخص‌های قابلیت فرایند فازی برای بررسی و تحلیل آلودگی هوا

مهدی صالح نیا

گروه آمار، دانشگاه شهید باهنر، کرمان

## چکیده

آلودگی هوا یکی از مهمترین تهدیدها برای بشریت است. به دلیل تأثیرات زیان آور آلودگی هوا، باید با دقت میزان کیفیت هوا را کنترل کرد. در این مقاله برای انجام ارزیابی میزان آلودگی هوا از شاخص قابلیت فرایند فازی که در حقیقت نوعی خلاصه شده عددی است و رفتار فرایند را نسبت به حدود مشخصه فنی فازی اندازه گیری می کند، استفاده شده است. همچنین معیاری فازی برای تصمیم گیری و تفسیر میزان آلودگی هوا در این مقاله پیشنهاد شده است.

## ۱ مقدمه

اژانس حفاظت زیست محیطی شش آلاینده اصلی را تعریف کرد که عبارتند از آلودگی ذره ای  $PM_{10}$ ،  $PM_{2.5}$ ، ازن سطح زمین  $O_3$ ، مونوکسیدکربن  $CO$ ، اکسیدهای سولفور  $SO_2$ ، اکسیدهای نیتروژن  $NO_x$  و سرب [۸] برای جلوگیری از اثرات زیان آور آلودگی هوا این آلاینده ها باید کنترل شوند و لذا برخی از پژوهشگران بر تحلیل آلودگی هوا تأکید دارند. کاراوز<sup>۱</sup> روابط بین غلظت های دی اکسید گوگرد و اثرات آلودگی هوا بر درختان جنگلی بالیکسیر ترکیه را تحلیل کرد [۶]. کایا و قهرمان با استفاده از شاخصهای قابلیت فازی آلودگی هوای شهر استانبول ترکیه را مورد تحلیل قرار دادند [۸]. در این مقاله میزان

<sup>1</sup>Karaoz

Mathematics Subject Classification (2010): 62A86 , Email: .

عبارات و کلمات کلیدی: آلودگی هوا، عدد فازی مثلثی، فاصله اطمینان، رتبه بندی فازی، شاخص قابلیت فرایند فازی (انجمن سیستم‌های فازی ایران) ۱۳۹۹

آلودگی مربوط به دی اکسیدگوگرد به کمک شاخص های قابلیت فرایند فازی برای هوای شهر کرمان مبتنی بر یک نمونه تصادفی برآورد می شود. برای این کار از محدوده های قابل قبول برای آلاینده ها استفاده می شود [۸].

## ۲ شاخص های قابلیت فرایند

شاخص های قابلیت فرایند به صورت فراگیر در خیلی از صنایع مختلف در ارزیابی فرایند تولید برای بررسی تولید اقلام در محدوده معین مورد استفاده قرار میگیرند. رایج ترین شاخص های قابلیت فرایند عبارتند از:  $C_{pl}, C_{pu}, C_{pk}, C_p$ . شاخص  $C_p$  اولین بار توسط ژوران<sup>۲</sup> [۴] مطرح شد که نسبت پهنای حدود مشخصه فنی به پهنای حدود تلرانس طبیعی ( $6\sigma$ ) را در نظر می گیرد. اگر متوسط فرایند نزدیک نقطه میانی حدود مشخصات قرار داشته باشد، شاخص  $C_p$  نتایج گمراه کننده ای ارائه می کند. بنابراین شاخص  $C_{pk}$  توسط کان<sup>۳</sup> [۵] مطرح شد. شاخص های مذکور به صورت زیر تعریف می شوند:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma},$$

$$C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}, C_{pl} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}, C_{pk} = \min \{C_{pu}, C_{pl}\},$$

که در آن  $USL$  و  $LSL$  به ترتیب محدوده های بالا و پایین مشخصات فنی می باشند.

تعریف ۱.۲. حدود مشخصه ی فنی عبارت است از پراکندگی مجاز مشخصه ی کیفیت در محصول که به وسیله ی مهندسان ساخت، مشتری و یا طراحان محصول برای رسیدن به هدف مشخصی تعیین می گردد [۱].

<sup>۲</sup>Juran

<sup>۳</sup>kane

### ۳ شاخص های قابلیت فرایند فازی

در جهان امروز گاهی کمیت های مورد بررسی، فرم نادقیق و مبهم به خود می گیرند. نظریه مجموعه های فازی که اولین بار توسط زاده<sup>۴</sup> [۱۴] معرفی شد ما را قادر به مدل بندی چنین ابهاماتی نمود. همچنین برای اطلاعات بیشتر در زمینه مفاهیم فازی می توانید به [۲،۳] مراجعه کنید.

**تعریف ۱.۳.** فرض کنید  $a, b, c \in \mathfrak{R}$  و  $a \leq b \leq c$  که در آن  $\mathfrak{R}$  مجموعه اعداد حقیقی است. آنگاه زیر مجموعه فازی  $[0, 1] \rightarrow \mathfrak{R} : T_{a,b,c}$  را یک عدد فازی مثلثی گوییم و با نماد  $T(a, b, c)$  نمایش میدهم، هرگاه تابع عضویت آن به صورت زیر باشد [۱۰]، [۱۱]:

$$T_{a,b,c} = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x < c \\ 0 & \text{در بیرون تصادف} \end{cases}$$

مجموعه همه اعداد فازی را با  $F(\mathfrak{R})$  و مجموعه تمام اعداد فازی مثلثی را با

$$F_T(\mathfrak{R}) = \{T_{a,b,c} \mid a, b, c \in \mathfrak{R}, a \leq b \leq c\}.$$

**تعریف ۲.۳.** به ازای هر  $\alpha$  متعلق به بازه  $[0, 1]$ ،  $-\alpha$  برش مجموعه فازی  $\tilde{A}$  به صورت مجموعه ی معمولی  $\tilde{A}_\alpha = \{x \mid \tilde{A}(x) \geq \alpha\}$  تعریف می شود [۱۱].

**لم ۳.۳.** اگر  $T(a, b, c)$  یک عدد فازی مثلثی باشد، آنگاه  $-\alpha$  برشهای یک عدد فازی مثلثی به صورت  $T(\alpha) = [(b-a)\alpha + a, -(c-b)\alpha + c]$  بدست می آید [۱۱]

اگر حدود مشخصات فنی بالا و پایین به صورت اعداد فازی مثلثی باشند  $\alpha$  برش های شاخص های قابلیت فرایند فازی که توسط کایا و قهرمان بدست آمده اند [۷،۸] و اثبات آنها در مرجع [۱] بیان گردیده به صورت زیر بیان می شوند:

$$(\tilde{C}_p)_\alpha = \left[ \frac{[(u_2 - u_1) + (l_2 - l_1)]\alpha + (u_1 - l_2)}{\sqrt[6]{\frac{(n-1)\sigma^2}{(1-\alpha)\chi_{L, \gamma, n-1}^2 + \alpha(n-1)}}}, \frac{[(u_2 - u_2) - (l_2 - l_1)]\alpha + (u_2 - l_1)}{\sqrt[6]{\frac{(n-1)\sigma^2}{(1-\alpha)\chi_{R, \gamma, n-1}^2 + \alpha(n-1)}}} \right]$$

<sup>4</sup>Zadeh

$$(\tilde{C}_{pu})_{\alpha} = \left[ \frac{[(u_{\uparrow} - u_{\downarrow})\alpha + u_{\downarrow}] - \mu}{\sqrt[3]{\frac{(n-1)\sigma^2}{(1-\alpha)\chi_{L, \gamma, \sigma}^2 + \alpha(n-1)}}}, \frac{[(u_{\uparrow} - u_{\downarrow})\alpha + u_{\uparrow}] - \mu}{\sqrt[3]{\frac{(n-1)\sigma^2}{(1-\alpha)\chi_{R, \gamma, \sigma}^2 + \alpha(n-1)}}} \right]$$

$$(\tilde{C}_{pl})_{\alpha} = \left[ \frac{\mu - [(l_{\uparrow} - l_{\downarrow})\alpha + l_{\uparrow}]}{\sqrt[3]{\frac{(n-1)\sigma^2}{(1-\alpha)\chi_{L, \gamma, \sigma}^2 + \alpha(n-1)}}}, \frac{\mu - [(l_{\uparrow} - l_{\downarrow})\alpha + l_{\downarrow}]}{\sqrt[3]{\frac{(n-1)\sigma^2}{(1-\alpha)\chi_{R, \gamma, \sigma}^2 + \alpha(n-1)}}} \right]$$

$$(\tilde{C}_{pk})_{\alpha} = \min \left\{ (\tilde{C}_{pu})_{\alpha}, (\tilde{C}_{pl})_{\alpha} \right\}$$

که در آنها  $1 \leq \alpha \leq \infty$  و  $\chi_L^{\alpha} = \chi_{\frac{\alpha}{\gamma}, n-1}^{\downarrow}$  ،  $\chi_R^{\alpha} = \chi_{1-\frac{\alpha}{\gamma}, n-1}^{\downarrow}$  و برای مقایسه  $\tilde{C}_{pu}$  و  $\tilde{C}_{pl}$  به روشهای رتبه بندی مجموعه های فازی نیاز است.

#### ۴ تابع رتبه ای

دو موضوع مهم در دنیای کاربرد مجموعه های فازی عبارتند از عملگرهای حسابی روی اعداد فازی و مقایسه اعداد فازی. یکی از راه های مقایسه اعداد فازی مرتب کردن آنهاست. یک راه ساده و کارآمد برای مرتب کردن عناصر  $F(\mathfrak{R})$  تعریف تابع رتبه ای  $\mathfrak{R} \rightarrow F(\mathfrak{R}) : R$  است که هر عدد فازی را به یک عدد حقیقی می نگارد.

تعریف ۱۰۴. ترتیب  $\leq_R$  روی  $F(\mathfrak{R})$  را به صورت زیر تعریف می کنیم [۱۱]:

$$\tilde{A} \leq_R \tilde{B} \Leftrightarrow R(\tilde{A}) \leq R(\tilde{B})$$

که در آن  $\tilde{A}, \tilde{B} \in F(\mathfrak{R})$ .

چندین تابع رتبه ای توسط محققان با توجه به نیازشان از مسائل مختلف پیشنهاد شده است.

در این مقاله از تابع رتبه ای روبنز [۱۳] استفاده میکنیم، که به صورت زیر تعریف می شود:

$$R_r(\tilde{A}) = \frac{1}{\gamma} \int_0^1 (\inf \tilde{A}_\alpha + \sup \tilde{A}_\alpha) d\alpha$$

لم ۲.۴. اگر  $T(a, b, c) \in F_T(\mathfrak{R})$  آنگاه تابع رتبه ای روبنز به صورت زیر تبدیل می

$$\text{شود} [۱۱] \quad R_r(T(a, b, c)) = \frac{\gamma b + a + c}{\gamma}$$

حال شاخص های قابلیت فرایند فازی معرفی شده توسط پرچمی و همکاران را مرور می کنیم [۱۱، ۱۰]. حدود مشخصات در این روش به صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته می شوند. فرض کنید یک فرایند فازی با  $\sigma$  ثابت داریم که حدود مشخصات بالا و پایین آن اعداد مثلثی  $USL = T(u_1, u_2, u_3)$  و  $LSL = T(l_1, l_2, l_3)$  هستند. در این حالت شاخص های  $\tilde{C}_{pk}$  و  $\tilde{C}_{p\sigma}$  به صورت زیر تعریف شده اند:

$$\tilde{C}_p = T\left(\frac{u_1 - l_3}{\sigma}, \frac{u_2 - l_2}{\sigma}, \frac{u_3 - l_1}{\sigma}\right)$$

$$\tilde{C}_{pk} = T\left(\frac{u_1 - l_3 - 2|\mu - m|}{\sigma}, \frac{u_2 - l_2 - 2|\mu - m|}{\sigma}, \frac{u_3 - l_1 - 2|\mu - m|}{\sigma}\right), \quad m = \frac{u_2 + l_2}{2}$$

همچنین شاخصهای یکطرفه فازی  $\tilde{C}_{pu}$  و  $\tilde{C}_{pl}$  را میتوان به صورت زیر معرفی کرد:

$$\tilde{C}_{pu} = T\left(\frac{u_1 - \mu}{\sigma}, \frac{u_2 - \mu}{\sigma}, \frac{u_3 - \mu}{\sigma}\right), \quad \tilde{C}_{pl} = T\left(\frac{\mu - l_3}{\sigma}, \frac{\mu - l_2}{\sigma}, \frac{\mu - l_1}{\sigma}\right)$$

گفتنی است که بازه اطمینان فازی توسط پرچمی و همکاران [۱۱] برای شاخص فازی  $\tilde{C}_p$  معرفی شده است که در ادامه به آن میپردازیم. فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  متغیرهای تصادفی مستقل و با توزیع یکسان  $N(\mu, \sigma^2)$  باشند و  $USL = T(u_1, u_2, u_3)$  و  $LSL = T(l_1, l_2, l_3) \in F_T(\mathfrak{R})$  که در آن  $u_1 \geq l_3$ ، حدود مشخصه فازی باشند. آنگاه بازه زیر یک فاصله اطمینان فازی  $\% (1 - \alpha) 100$  برای  $\tilde{C}_p$  است.

$$\left( \hat{C}_p \otimes \sqrt{\frac{\chi^2_{n-1, \alpha/2}}{(n-1)}}, \hat{C}_p \otimes \sqrt{\frac{\chi^2_{n-1, 1-(\alpha/2)}}{(n-1)}} \right)$$

## ۵ مثال کاربردی. بررسی میزان آلودگی هوای شهر کرمان

در این بخش با استفاده از داده های به دست آمده در مورد آلاینده دی اکسید گوگرد به تحلیل و تفسیر در مورد این آلاینده ی هوا می پردازیم. این داده ها در ایستگاه شهر کرمان ثبت شده اند که در مرجع [۱] آورده شده است. داده های مورد نظر تقریباً دارای توزیع نرمال و تحت کنترل آماری میباشند و بنابراین شاخصهای کارایی معمولی را با در نظر داشتن  $1=LSL$  و  $100=USL$  می توان برآورد نمود. همان طور که در بخش ۳ مطرح شد ارائه و معرفی حدود مشخصه فنی ممکن است همراه با ابهام باشد بنابراین می توان حدود مشخصات فازی برای آلاینده مورد نظر همانند جدول ۱ باز تعریف نمود [۸].

جدول ۱: حدود مشخصات فازی برای آلاینده دی اکسید گوگرد

پارامتر	حد مشخصه فنی بالا	حد مشخصه فنی پایین
$SO_2$	تقریباً ۱۰۰	تقریباً ۱

لازم به ذکر است که حدود زبانی مطرح شده در جدول ۱ توسط کایا [۸] به ترتیب با اعداد فازی مثلثی مدل شده اند که ما نیز در ادامه از اعداد مثلثی، یعنی  $USL = T(98, 100, 102)$  و  $LSL = T(0, 1, 2)$  استفاده میکنیم. با استفاده از روش پرچمی و همکاران [۱۱]، و با توجه به روابط تابع رتبه ای بخش قبل، داریم:

$$\hat{C}_p = T(131, 136, 140), \hat{C}_{pk} = T(0.71, 0.76, 0.80)$$

$$\hat{C}_{pu} = T(190, 195, 201), \hat{C}_{pl} = T(0.73, 0.76, 0.78)$$

و بنابراین می توان یک فاصله اطمینان فازی ۹۹٪ به صورت زیر برای شاخص  $\tilde{C}_p$  بدست آورد:

$$T(1/15, 1/19, 1/23) \leq \tilde{C}_p \leq T(1/48, 1/53, 1/58)$$

حال شاخصهای فازی را با روش کایا را به کمک روابط بخش شاخص های قابلیت فازی، بدست می آوریم:

$$\hat{C}_p = (1/15, 1/36, 1/57)$$

برای محاسبه  $\hat{C}_{pk}$  با استفاده از شاخصهای کایا در ابتدا شاخصهای  $\hat{C}_{pu}$  و  $\hat{C}_{pl}$  را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\hat{C}_{pl} = (0/64, 0/76, 0/88), \hat{C}_{pu} = (1/66, 1/85, 2/26)$$

سپس با استفاده از لم ۲.۴ و تعریف ۱.۴ داریم:

$$\hat{C}_{pk} = (0/64, 0/76, 0/88).$$

تعریف ۱.۵. درجه بزرگی عدد فازی  $\tilde{A} = T(a, b, c)$  نسبت به عدد حقیقی  $z$  به صورت زیر تعریف می شود [۱۲]:

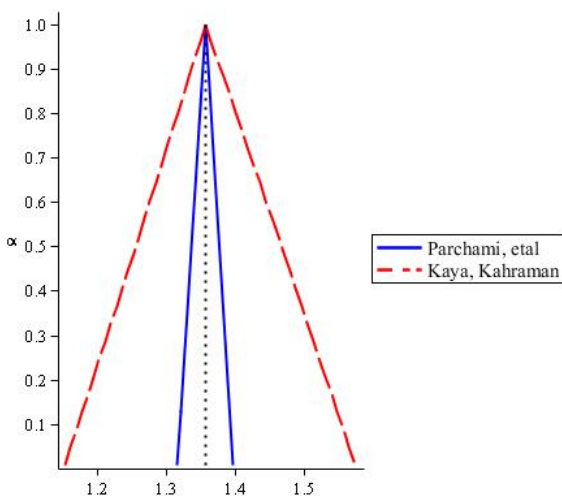
$$D(\tilde{A} > z) = \begin{cases} 1 & z < a \\ 1 - \frac{z-a}{\sqrt{(b-a)}} & a \leq z \leq b \\ 1 - \frac{c-2a+z}{\sqrt{(c-a)}} & a \leq z \leq c \\ 0 & z > c \end{cases}$$

گفتنی است این شاخص، که همواره بین صفر و یک می باشد درجه صحت عبارت « $\tilde{A}$  بزرگتر از  $z$  است» را مشخص می سازد. برای مقایسه دو روش پرچمی و کایا، در بخش ۵ توابع عضویت شاخص های فازی را رسم نموده و قصد داریم با استفاده از شاخص فوق این دو روش را مورد

ارزیابی و مقایسه قرار دهیم.

## ۶ مقایسه دو روش پرچمی و کایا

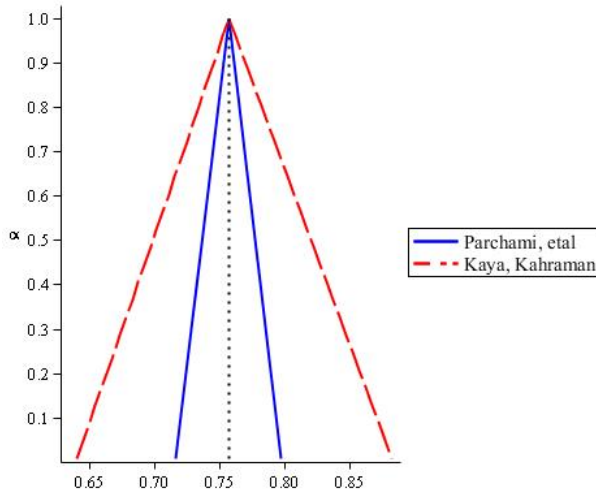
برای مقایسه بین دو روش پرچمی و کایا نمودار تابع عضویت شاخص های مورد نظر با نرم افزار میپل رسم شده است.



شکل ۱: نمودار تابع عضویت  $\hat{C}_p$  در روش پرچمی و همکاران [۱۱] و کایا و قهرمان [۸]

در این بخش قصد داریم تا برآوردگرهای فازی هر دو روش را با یکدیگر مقایسه کنیم. بدین منظور ابتدا باید هر دو برآوردگر، که مبتنی بر دو روش متفاوت هستند، را فازی زدایی نموده تا بهتر بتوان هر دو برآوردگر را با هم مقایسه نمود. این فازی زدایی به کمک تعریف ۱.۵ انجام می پذیرد. همان طوره که در شکل ۱ و شکل ۲ مشاهده می شود از هر دو روش می توان مقادیر شاخصهای قابلیت متداول را به ازای  $\alpha = 1$  بدست آورد. همچنین با استفاده از تعریف ۱.۵ و شکل ۱





شکل ۲: نمودار تابع عضویت  $\hat{C}_{pk}$  [در روش پرچمی و همکاران [۱۱] و کایا و قهرمان [۸]

خواهیم داشت:

$$D(\hat{C}_{P(Parchami)} > 1/33) = 1 - \frac{1/33 - 1/31}{2(1/36 - 1/31)} = 0/8$$

$$D(\hat{C}_{P(Kaya)} > 1/33) = 1 - \frac{1/33 - 1/15}{2(1/36 - 1/15)} = 0/57$$

معمولا یک فرایند را کارا می گویند اگر مقدار  $C_p$  بزرگتر از  $1/33$  باشد. لذا، در حالتی که برآوردگرهای شاخص کارایی بصورت فازی بدست آمده اند، ملاک فوق می تواند میزان «کارابودن» فرایند برآورد شده را نشان دهد بنابراین می توان ادعا کرد که طبق برآورد پرچمی شاخص  $\hat{C}_p$  میزان کارابودن فرایند (میزان عدم آلودگی هوای کرمان) را برابر  $0/8$  تخمین می زند. بطور مشابه میزان عدم آلودگی هوای کرمان بوسیله شاخص کایا برابر  $0/75$  برآورد میشود. همچنین شاخص  $\hat{C}_{pk}$  را با روش پرچمی به راحتی می توان با استفاده از

استفاده از شاخص های قابلیت فرایند فازی برای بررسی و تحلیل آلودگی هوا ————— ۱۵۰

معادله  $\hat{C}_{pk}$  بدست آورد و نیازی به مقایسه  $\hat{C}_{pl}$  و  $\hat{C}_{pu}$  با روش های رتبه بندی فازی نیست.

بنابراین قاعده تصمیم گیری برای تفسیر آلودگی هوا با استفاده از شاخص های فازی برای آلاینده های هوا را میتوان به صورت زیر بیان کرد:

(۱) اگر  $\frac{1}{3} > D(\hat{C}_p \geq 1.33)$  آنگاه درجه آلودگی هوا برابر  $D(\hat{C}_p \geq 1.33) - 1$  است.  
 (۲) شرط  $R(\hat{C}_{pl}) \leq R(\hat{C}_p)$  بیان می کند که میانگین توزیع آلاینده های هوا نزدیک به  $L\bar{S}L$  قرار دارد [۸].

- اگر شرط  $\frac{1}{3} > D(\hat{C}_p \geq 1.33)$  و  $R(\hat{C}_{pl}) \leq R(\hat{C}_p)$  برقرار باشند آنگاه آلودگی هوا کمتر از حد مجاز است و آلاینده در وضعیت قابل قبول طبقه بندی میشود و وضعیت کیفی هوا خوب میباشد.

- در غیر این صورت آلودگی هوا بیشتر از حد مجاز بوده و وضعیت بحرانی گزارش می شود در این حالت وضعیت آلاینده غیر قابل قبول و به سطح بحرانی رسیده است.

جدول ۲: تحلیل آلاینده ی  $SO_2$  برای شهر کرمان

روش	$\hat{C}_p$	$\hat{C}_{pl}$	$\hat{C}_{pu}$	$\hat{C}_{pk}$	تحلیل
پرچمی	(۱.۳۱, ۱.۳۶, ۱.۴۰)	(۰.۷۱, ۰.۷۶, ۰.۸۰)	(۱.۹۰, ۱.۹۵, ۲.۰۱)	$\hat{C}_{pl}$	قابل قبول
کایا	(۱.۱۵, ۱.۳۶, ۱.۵۷)	(۰.۶۴, ۰.۷۶, ۰.۸۸)	(۱.۶۶, ۱.۹۵, ۲.۲۶)	$\hat{C}_{pl}$	قابل قبول

## ۷ نتیجه گیری

کارایی فرایند خروجی یک فرایند را به وسیله حدود مشخصه و با استفاده از شاخص های کارایی مقایسه می کند. این شاخص ها در حقیقت نوعی خلاصه شده عددی می باشند که رفتار فرایند را نسبت به حدود مشخصه فنی که اعداد دقیقی هستند، ارزیابی می کنند. اما زمانی که حدود مشخصه فنی فرایند اعداد دقیقی نباشند نیاز به معرفی شاخص های کارایی فازی می باشد. در این تحقیق، شاخص های کارایی فرایند که توسط پرچمی و کایا به حالت فازی تعمیم داده شده است

بیان گردید و همچنین کاربرد این شاخص ها در آلودگی هوا برای آلاینده ی دیاکسید گوگرد برای هوای شهر کرمان مطرح شد. در نهایت دو روش پرچمی و کایا مورد مقایسه قرار گرفت.

## مراجع

- [۱] م. صالح نیا، پایان نامه کارشناسی ارشد، شاخص های کارایی فرایند فازی و برخی از کاربردهای آن ها، دانشگاه شهید باهنر کرمان (۱۳۹۱).
- [۲] س. م. طاهری، آشنایی با نظریه مجموعه های فازی، انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد، چاپ اول (۱۳۷۵).
- [۳] م. ماشین چی، مجموعه های مشکک، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان (۱۳۷۹).
- [4] J. M. Juran, Quality Control Handbook, 3rd edition, McGraw-Hill, New York, 1974.
- [5] V. E. Kane, Process capability indices, Journal of Quality Technology, 18 (1986), 41-52.
- [6] M.O.Karaoz, Air pollution effects on forest trees in Balıkesir Turkey Water Air Soil Pollution Focus(2003),269–279
- [7] I. Kaya and C. Kahraman, A new perspective on fuzzy process capability indices: Robustness. Expert Systems with Applications, 37 (6) ( 2010), 4593-4600.
- [8] I. Kaya and C. Kahraman, Fuzzy robust process capability indices for risk assessment of air pollution. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 23 (4) ( 2009), 529–541.
- [9] M. Mashinchi, A.Parchami and H.R.Maleki, Application of fuzzy capability indices in educational comparison, Proceedings of International Qualitative

Research Convention, Sofitel Palm Ressort, Senai, Johor Malaysia, Paper No.42 (2005).

- [10] A. Parchami, M. Mashinchi, A. R. Yavari and H. R. Maleki, Process capability indices as fuzzy numbers, *Austrian Journal of Statistics*, 34 (4) ( 2005), 391-402.
- [11] A. Parchami, M. Mashinchi and H. R. Maleki, Fuzzy confidence interval for fuzzy process capability index, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 17 (2006), 287-295.
- [12] J. Peng and B. Liu, some properties of optimistic and pessimistic values of fuzzy, *International Conference on Fuzzy Systems* (2004), 745-750.
- [13] M. Roubens, Inequality constraints between fuzzy numbers and their use in mathematical programming, stochastic versus fuzzy approaches to multiobjective mathematical programming under uncertainty, *Kluwer Academic Publishers*, (1991) 321-330.
- [14] L. A. Zadeh, *Fuzzy Sets, Information and Control*, 8 (1965), 338-359.