سیستم‌های فازی و کاربردها
شاپای چاپی: ۲۷۱۷-۴۴۰۹
سال چهارم، شماره اول (بهار و تابستان ۱۴۰۰)
شاپای الکترونیکی: ۲۷۱۷-۳۹۸۴
DOI: 10.22034/JFSA.2021.137375
صص. ۱۱۱ تا ۱۲۳

رویکردی نوین در مدلسازی و حل مسئله درخت فراگیر کمینه

مدینه فرنام و مجید دره میرکی

دانشگاه شهید چمران اهواز-پردیس صنعتی شهدای هویزه، دشت آزادگان، خوزستان،ایران
گروه ریاضی، دانشگاه صنعتی خاتم الانبیاء بهبهان، خوزستان، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۳/۱۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۷/۱

چکیده

یکی از مهم‌ترین گسترش‌ها در نظریه‌ی فازی، مجموعه‌های فازی مردد می‌باشند. در این توسیع، علاوه بر امکان در نظر گرفتن اعداد به صورت فازی می‌توان نظرات تصمیم‌گیرندگان مختلف را برای پیشگیری از ناسازگاری و تعارض بین دیدگاههای آنها و البته به منظور انطباق بیشتر داده‌ها با واقعیت حاکم بر مسائل، لحاظ نمود. در این پژوهش، قصد داریم با دقت در ویژگیهایی که مجموعه‌های فازی مردد دارند روشی نوین و با عملکری شفاف جهت مقایسه این نوع اعداد مطرح نمائیم. برای این منظور، ضمن توجه به فازی بودن نظر هر یک از کارشناسان مختلف، به اشتراک بین دیدگاههای آنها و مواردی همچون خوشبینانه یا بدبینانه بودن نگرش ها دقت کافی می‌شود. مسئله تعیین درخت پوشا با حداقل وزن، یکی از مسائل اصلی و پرکاربرد در شاخه های مختلف علوم و مهندسی است. با توجه به کاربرد گسترده ی این مسئله در شبکه‌های جریان و بحث عدم قطعیت موجود در مسائل کاربردی ناشی از (ادامه دارد)

عبارات و کلمات کلیدی: جایابی بهینه کلیدها، قابلیت اطمینان، پایداری ولتاژ، کلیدهای توزیع، تولید پراکنده، بهینه سازی چندهدفه

Email(s): darehmiraki@bkatu.ac.ir.

Mathematics Subject Classification (2010): 93C42

دنیای واقعی، در ادامه مقاله فرآیند کارایی برای یافتن درخت فراگیر کمینه با داده های فازی مردد ارائه می شود که در آن از روش جدید رتبه‌بندی مطرح شده در این نوشته، استفاده می شود. سپس مثالی عددی برای راستی‌آزمائی عملکرد فرآیند حل می کنیم. در انتها نیز نتیجه‌گیری پژوهش و پیشنهاداتی برای ادامه تحقیق آورده می‌شود.

۱ مقدمه

مسئله‌ی درخت فراگیرکمینه از موضوعات مهم و پایه‌ای در نظریه ی گراف می‌باشد که کاربردهای بسیاری در شبکه‌های مختلف ارتباطی (برق، آب، گاز، مخابرات، حمل و نقل و ...)، پردازش تصویر و تحلیل خوشه‌ای دارد [۱، ۲، ۳، ۴، ۵]. در نظریه کلاسیک گراف، یک شبکه‌ی همبند وزن دار و بدون جهت را می‌توان با $G\left(N,E,C\right)$ نشان داد که در آن مجموعه‌های $N=\{۱,۲,\ \ldots,n\}$، $E=\{(i,j)\,|i,j\in N,\ i\neq j\}$ با $|E|=m$ و $C=[c_{ij}]_{n\times n}$ به ترتیب متناظر با مجموعه‌ای از راسها (نقاط)، مجموعه‌ای از یالها (راههای ارتباطی) و ماتریس هزینه می‌باشند. همبند بودن در اینجا به این معناست که بین هر دو نقطه از راسهای شبکه حداقل یک راه ارتباطی وجود دارد. منظور از وزن دار بودن گراف این است برای پیمودن هر راه ارتباطی هزینه‌ای در نظر گرفته می‌شود. مثلاً هزینه c_{ij} را برای یال متناظر آن که با e_{ij} نشان داده می شود داریم. بدون جهت بودن شبکه نیز به معنای دوطرفه بودن یالهای موجود در شبکه است. هر گراف ممکن است شامل تعدادی زیرگراف باشد که هر یک از آنها، راسها و یالهای خود را از گراف اصلی دریافت می کند. زیرگراف T از گراف G، یک درخت فراگیر کمینه است اگر دارای مسیر همبند بدون دوری از همه راسهای گراف مذکور G باشد و علاوه بر این مجموع هزینه یالهای سازنده‌ی آن کمترین مقدار ممکن را در بین زیرگرافها داشته باشد. در صورت وجود چنین زیرگرافی، دستیابی به کوتاهترین مسیر بین هر دو راس دلخواه از شبکه با کمترین هزینه امکان پذیر می شود. این ویژگی از عوامل مهم برای کاربردهای گسترده این مسئله در دنیای حقیقی است.

برآورد هزینه برای هر یال تابع عوامل گوناگونی همچون شرایط اقلیمی، میزان امنیت، میزان دسترس پذیری (به امکانات و اشخاص و ...) می تواند باشد. علاوه بر این، ممکن

است کارشناسان براساس دانش اولیه و تجربه خود نظرات متفاوت و غیر قابل تجمیعی در مورد هزینه هر یال داشته باشند. از این رو، میزان هزینه برای هر یال در شبکه را می توان متناظر با یک مجموعه فازی مردد در نظر گرفت. به طور کلی کاربردهای گوناگونی از دانش فازی در حوزه های مختلف و به ویژه در نظریه گراف [۶، ۷] بیان شده است. مجموعه های فازی مردد به عنوان یکی از کامل ترین توسعه های دهه ی اخیر در نظریه ی فازی است که توسط تورا [۸] معرفی شده است. تحقیقات اندکی در زمینه درخت پوشای کمینه فازی مردد و کاربردهای آن انجام شده است. در پژوهشی ژانگ و خو (۲۰۱۲)، الگوریتم خوشه بندی درخت پوشای کمینه را برای انجام تجزیه و تحلیل روی مجموعه‌های فازی مردد به کار بردند. آنها برای این کار از تعریف ماتریس فاصله فازی مردد و الگوریتم کروسکال استفاده کردند [۹]. در اینجا می خواهیم با ارائه روشی کارآمد ضمن رتبه بندی مجموعه های فازی مردد، الگوریتم پریم را برای یافتن درخت فراگیر کمینه فازی مردد به کار ببریم. برای این منظور سایر بخش‌های این نوشته مطابق با آنچه در زیر آمده است، سازمان دهی می‌شود:

در بخش ۲: اغلب تعاریف و مفاهیم پایه ای مورد نیاز مربوط به مجموعه های فازی مردد به صورت خلاصه آورده شده است.

در بخش ۳: روشی نوین برای رتبه بندی مجموعه های فازی مردد با توجه به شاخصه های بارز این نوع اعداد معرفی می شود.

در بخش ۴: فرآیندی کارآمد برای یافتن درخت فراگیر کمینه با استفاده از روش ارائه شده در بخش ۳، بیان می‌شود.

در بخش ۵: برای ارزیابی صحت عملکرد فرآیند مطرح شده در بخش ۴، با بیان مثالی عددی درخت فراگیر کمینه ی مردد را بر اساس سه نوع دیدگاه می‌یابیم.

در بخش ۶: نتیجه های اصلی از موضوع مورد بحث به همراه پیشنهادهایی مفید برای ادامه پژوهش آورده شده است.

۲ مفاهیم پایه‌ای

در این قسمت اغلب تعاریف و مفاهیم اصلی مربوط به اعداد فازی و مجموعه‌های فازی مردد که در ادامه مقاله به آن‌ها نیاز داریم آورده می‌شوند.

تعریف ۱.۲. مجموعه فازی $\tilde{A}$ روی مجموعه مرجع (ثابت) X، معمولا با یک مجموعه از زوج مرتب‌ها به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tilde{A} = \left\{ \left(x,\ \mu_{\tilde{A}}\left(x \right) \right) | x\epsilon X \right\} \qquad \left(\mu_{\tilde{A}}\left(x \right) : X \to [0,1] \right) \tag{1}$$

که در آن $\mu_{\tilde{A}}\left(x \right)$ تابع عضویت نامیده می‌شود و درجه عضویت عنصر x را با عددی در بازه [۱،۰] نشان می‌دهد.

یک نوع خاص و معروف از اعداد فازی به نام عدد فازی ذوزنقه‌ای داریم که با $\tilde{A}^{Tra}_{\omega} = (a, b, c, d; \omega)$ نمایش داده می شود و تابع عضویت آن عبارت است از:

$$\begin{cases} \dfrac{(x-a)}{(b-a)}\omega, & a \le x \le b \\ \omega, & b \le x \le c \\ \dfrac{(d-x)}{(d-c)}\omega, & c \le x \le d \\ 0, & o.w, \end{cases} \tag{2}$$

که در آن $a,\ b\ ,\ c,\ d \in \mathbb{R}$ و $\omega \in\ [0,1]$. اگر در رابطه فوق $b = c$ باشد، عدد فازی ذوزنقه‌ای به عدد فازی مثلثی $\tilde{A}^{Tri}_{\omega} = (a, b, d; \omega)$ تبدیل می‌شود.

تعریف ۲.۲. [۱۰] زیرمجموعه‌ای از عناصر مجموعه مرجع (ثابت) X، که درجه عضویت آنها در مجموعه فازی $\tilde{A}$ حداقل به اندازه α باشد را $\alpha-$ برش می‌گوییم و با مجموعه ی قطعی زیر نمایش می‌دهیم:

$$\tilde{A}_{\alpha} = \left\{ x\epsilon X | \mu_{\tilde{A}}\left(x \right) \ge \alpha \right\} \tag{3}$$

تعریف ۳.۲. [۸] یک مجموعه فازی مردد روی مجموعه مرجع (ثابت)X با نماد $\widetilde{\widetilde{\mathrm{A}}}$ معرفی و به صورت زیر تعریف می شود:

$$\widetilde{\widetilde{\mathrm{A}}} = \left\{ \left(x, \mathrm{h}_{\widetilde{\widetilde{\mathrm{A}}}}\left(x \right) \right) | x \in \mathrm{X} \right\}, \tag{4}$$

که در آن $h_{\stackrel{\approx}{A}}(x) : X \rightarrow P([۰,۱])$ است. در واقع $h_{\stackrel{\approx}{A}}(x)$ درجه عضویت های ممکن برای عنصر $x \in X$ را در صورت تعلق به مجموعه $\stackrel{\approx}{A}$ نشان می دهد و $P([۰,۱])$ نیز مجموعه توانی از $[۰,۱]$ می باشد.

تعریف ۴.۲. [۸] اگر دو عنصر فازی مردد $h_{\stackrel{\approx}{A}}(x)$ و $h_{\stackrel{\approx}{B}}(x)$ و عدد اسکالر $\delta \geq ۰$ را داشته باشیم، آنگاه:

$$۱)\ h_{\stackrel{\approx}{A}}(x) \oplus h_{\stackrel{\approx}{B}}(x) = \bigcup_{\gamma_۱ \epsilon h_{\stackrel{\approx}{A}}(x), \gamma_۲ \epsilon h_{\stackrel{\approx}{B}}(x)} \{\gamma_۱ + \gamma_۲ - \gamma_۱\gamma_۲\},$$
$$۲)\ \delta\, h_{\stackrel{\approx}{A}}(x) = \bigcup_{\gamma_۱ \epsilon\, h_{\stackrel{\approx}{A}}(x)} \left\{۱ - (۱ - \gamma_۱)^{\delta}\right\}.$$

که به ترتیب متناظر با جمع دو عنصر فازی مردد و ضرب اسکالر در عنصر فازی مردد می‌باشند.

۳ روشی نوین برای رتبه بندی مجموعه های فازی مردد

یکی از اولین موضوعات اساسی که بلافاصله بعد از معرفی هر نوع عددی مورد توجه محققان بوده است مبحث مربوط به مقایسه بین اعداد، تاثیر فاکتورهای کلیدی در مقایسه و میزان کارایی و کاربردی بودن نوع مقایسه در مسائل کاربردی است. طبق مطالعات انجام شده، تحقیقات بسیار کمی برای رتبه بندی مجموعه های فازی مردد انجام شده است [۱۱] و اغلب جامعیت لازم برای مقایسه بین دسته وسیعی از این نوع اعداد را ندارند. در اینجا قصد داریم به دیدگاه تصمیم گیرندگان برای مقایسه بین این نوع اعداد توجه ویژه‌ای داشته باشیم.

در واقع معتقد هستیم که مقایسه بین مجموعه های فازی مردد بهتر است بر اساس اینکه چه نوع دیدگاهی برای تصمیم‌گیرنده در تعیین رتبه ارجحیت دارد انجام شود. برخی از این نوع دیدگاه‌ها به صورت زیر می‌توانند معرفی شوند:

۱- دیدگاه خوشبینانه که در آن تنها از نظر کارشناس خوش بین (عدد با رتبه بالاتر) استفاده شود.

۲- دیدگاه بدبینانه که در آن تنها از نظر کارشناس بدبین (عدد با رتبه پایین‌تر) استفاده شود.

۳- صرفا موافقت یک تصمیم گیرنده کافی باشد.

۴- موافقت ۲ تصمیم گیرنده یا تعداد بیشتری از تصمیم گیرندگان مورد توجه باشد.

۵- موافقت همه کارشناسان مورد توجه باشد.

۶- موارد ۳ تا ۵ به صورت همزمان در نظر گرفته شوند.

ما و همکاران در [۱۲]، تعریف جدیدی برای عدد فازی ارائه دادند که بر اساس آن مشابه شکل ۱، محور عمودی را به عنوان متغیری مستقل در نظر گرفتند. بر اساس تعریف آنها دسته وسیعی از اعداد فازی را می‌توان به صورتی که در ادامه می‌آید توصیف نمود.

تعریف ۱.۳. عدد فازی $\tilde{A}$ را می توان به صورت زوج مرتب $\left(\underline{f}\left(r\right),\bar{f}\left(r\right)\right)$ متشکل از توابع پارامتری $\bar{f}\left(r\right)$ و $\underline{f}\left(r\right)$ با $0 \leq r \leq \omega \leq 1$ نشان داد که این توابع، شرایط زیر را برقرار می‌سازند:

۱- $\underline{f}\left(r\right)$ تابعی یکنوای صعودی و پیوسته از سمت چپ باشد.

۲- $\bar{f}\left(r\right)$ تابعی یکنوای نزولی و پیوسته از سمت چپ باشد.

۳- $\underline{f}\left(r\right) \leq \bar{f}\left(r\right)$ و $0 \leq r \leq \omega \leq 1$

با استفاده از این تعریف، عباسی و دره‌میرکی در [۱۳]، روشی پارامتری برای رتبه‌بندی این نوع از اعداد به صورت زیر مطرح کردند. اگر $\tilde{A}_\omega$ یک عدد فازی باشد، آنگاه رتبه نظیر آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q_\alpha\left(\tilde{A}_\omega\right)=\int_\alpha^\omega\left(\underline{f}\left(r\right)+\bar{f}\left(r\right)\right)dr \tag{۵}$$

که در آن $Q_\alpha\left(\tilde{A}_\omega\right)$، به معنای رتبه تخصیص یافته به $\tilde{A}_\omega$ برای سطح تصمیم بالاتر از α است.

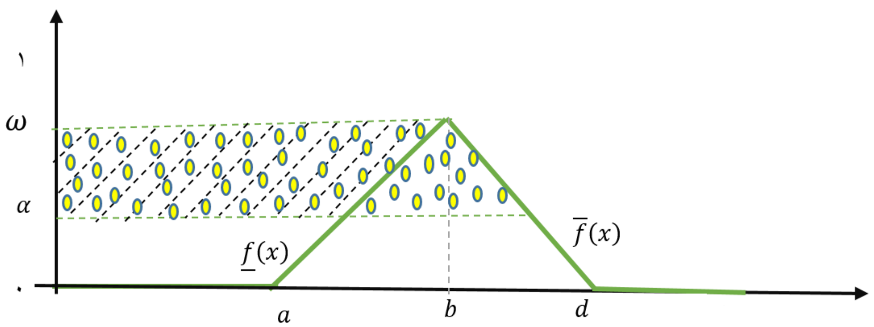
به عنوان نمونه برای یک عدد فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{A}^{Tra}_\omega=(a,b,c,d;\omega)$ می‌توان نمایش متناظر زیر را ارائه نمود:

$$\tilde{A}^{Tra}_\omega=\left(\underline{f}\left(r\right),\bar{f}\left(r\right)\right)=\left(a+\frac{r}{\omega}\left(b-a\right),d+\frac{r}{\omega}\left(c-d\right)\right),\quad 0\leq\alpha\leq r\leq\omega, \tag{۶}$$

از این رو

$$Q_\alpha\left(\tilde{A}_\omega^{Tra}\right)=\int_\alpha^\omega\left(\underline{f}(r)+\bar{f}(r)\right)dr=(a+d)(\omega-\alpha)+\frac{\omega^۲-\alpha^۲}{۲\omega}(b+c-a-d)\,,\quad(۷)$$

که در آن $Q_\alpha\left(\tilde{A}_\omega^{Tra}\right)$ رتبه عدد فازی ذوزنقه‌ای را برای سطح تصمیم بالاتر از α به ما می‌دهد. اگر در روابط شماره (۲.۳) و (۳.۳)، $b=c$ فرض شود، رتبه متناظر با عدد فازی مثلثی $\tilde{A}_\omega^{Tri}$ به دست می‌آید و با $Q_\alpha\left(\tilde{A}_\omega^{Tri}\right)$ نمایش داده می‌شود. شکل ۱، ناحیه های موثر در تعیین رتبه را برای عدد فازی مثلثی نشان می‌دهد.



شکل ۱: *اندازه* $Q_\alpha\left(\tilde{A}_\omega^{Tri}\right)$ *برای عدد فازی مثلثی* $\tilde{A}_\omega^{Tri}=(a,b,d;\omega)$

با توسعه این روش برای هر یک از دیدگاههای مطرح شده در ابتدای این بخش، می توان فرمولهای مناسبی برای رتبه‌بندی مجموعه های فازی به دست آورد. برای این کار مراحل اصلی زیر دنبال می شود:

مرحله اول: انتخاب نوع دیدگاه.

مرحله دوم: به دست آوردن رتبه متناظر با هر یک از توابع موجود در مجموعه فازی مردد.

مرحله سوم: اختصاص رتبه متناظر با توجه به نوع دیدگاه.

به عنوان نمونه اگر دیدگاه خوشببینانه یا بدبینانه را انتخاب کرده باشیم. پس از تعیین رتبه برای هر یک از نظرات کارشناسان، بهترین یا بدترین عدد موجود در مجموعه را به عنوان رتبه نهایی انتخاب می‌کنیم. بر اساس یکی دیگر از دیدگاهها، اگر رضایت یکی از

تصمیم گیرندگان را در کسب نتیجه نهایی کافی بدانیم از رتبه های به دست آمده میانگین می گیریم. در مورد سایر دیدگاهها به طریقی مشابه عمل می شود.

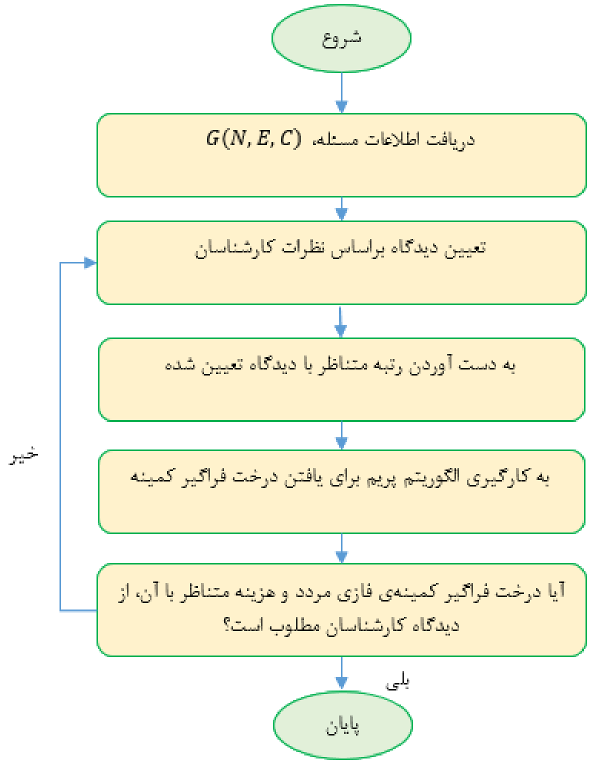
۴ فرآیند حل مسئله درخت فراگیر کمینه

یکی از مسائل کلاسیک در بهینه سازی ترکیبیاتی، مسئله درخت فراگیر کمینه می باشد. برای حل این مسئله در حضور داده‌های قطعی اغلب از الگوریتم‌های شناخته شده ای مانند کروسکال، پریم (جدول ۱) و سولین استفاده می‌شود [۱۴]. عملکرد چنین الگوریتم‌هایی تقریباً مشابه و به این صورت است که به ترتیب یالهایی با هزینه کمتر را به شبکه الحاق می‌نمایند.

الگوریتم پریم (Prim's Algorithm)
ورودی: $G(N,E,C)$
گام ۱: ماتریس فاصله ای D مربوط به شبکه را تشکیل می دهیم. (با توجه به تعداد راسها بعد ماتریس $n \times n$ است.)
گام ۲: مجموعه‌ای شامل سطرهای D به نام $\bar{D}$ تعریف می کنیم. (با توجه به اینکه در آغاز سطری انتخاب نشده است برای شروع $\bar{D} =$
گام ۳: در مجموعه $\bar{D}$ شماره سطر یک را قرار می دهیم و ستون نظیر با آن، یعنی ستون اول را حذف می نماییم.
گام ۴: در بین مقادیر مربوط به سطرهای $\bar{D}$ کمترین مقدار را می یابیم. معمولاً چنین عنصری را با کشیدن مربع به دور آن مشخص می کنیم. واضح است که اگر کمترین مقدار انتخابی یکتا نباشد به دلخواه یکی را انتخاب می کنیم.
گام ۵: شماره ستون نظیر عنصر علامت گذاری شده در گام ۴، را δ می نامیم و سطری که شماره آن δ است را به مجموعه اضافه می‌کنیم. (سطر δ از اینجا به بعد با نام δ^* به کار گرفته می شود.)
گام ۶: بررسی اینکه آیا تمامی ستون‌های ماتریس D حذف شده‌اند یا نه؟ در این مرحله انجام می‌شود. اگر بلی، به گام ۷ می‌رویم و در غیر این صورت به گام ۴ می‌رویم.
گام ۷: با استفاده از سطر و ستون های متناظر با عناصر علامت گذاری شده در ماتریس‌های متوالی D، یالهای مربوط به درخت پوشای کمینه را می یابیم
خروجی: درخت فراگیر کمینه

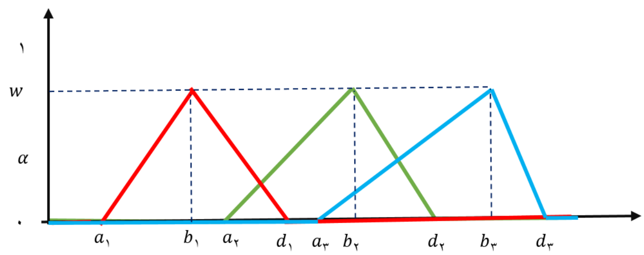
جدول ۱: *الگوریتم پریم*

با نگاهی به واقعیت‌های حاکم بر مسائل دنیای واقعی در می‌یابیم که امکان تعیین هزینه متناظر هر یال به شکل عددی قطعی و دقیق همواره امکان پذیر نیست. علاوه براین کارشناسان ممکن است نظرات متعارض یا ناسازگاری با یکدیگر داشته باشند و در عین حال حضورشان نیز برای تصمیم گیری نهایی الزامی باشد. در چنین شرایطی است که هزینه های نظیر یالها بهتر است به شکل مجموعه های فازی مردد بیان گردد. فرآیند ارائه شده در شکل ۳ مراحل یافتن درخت فراگیر کمینه را در شبکه‌ای با طول قوسهای فازی مردد نمایش می‌دهد. در این فرآیند از روش رتبه بندی مطرح شده در بخش ۳، بهره گرفته‌ایم. توجه به دیدگاه کارشناسان از ویژگی‌های مهم در این فرآیند می‌باشد.



شکل ۲: *فرآیند یافتن درخت فراگیر کمینه‌ی فازی مردد*

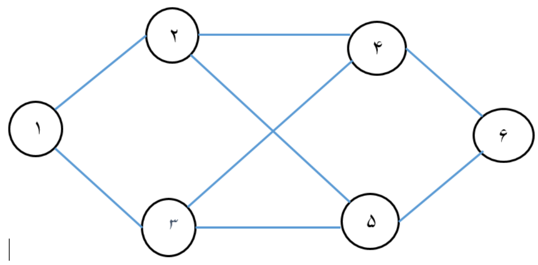
۵ مثال عددی



شکل ۳: *یک عدد فازی مردد مثلثی با طول۳، (مشارکت ۳ تصمیم‌گیرنده).*

در این قسمت قصد داریم کارایی فرآیند ارائه شده در بخش پیشین را با ذکر مثالی عددی از یک شبکه که در آن هزینه برای هر یال متناظر با یک مجموعه‌ی فازی مردد مثلثی با طول سه، (مشابه آنچه در شکل ۴ مشاهده می شود) نشان دهیم.

مثال: برای شبکه ای با ۶ راس و ۸ یال که مطابق شکل ۵ داده شده است، هزینه ی متناظر هر قوس را با یک مجموعه ی فازی مردد مطابق جدول ۲ نشان می دهیم.



شکل ۴: *گراف مثال ۱.*

برای حل درخت فراگیر کمینه را براساس سه مورد از دیدگاههایی که در بخش ۳ گفته شد و مطابق فرآیند ارائه شده در بخش ۴ می‌یابیم. نتایج به صورت خلاصه در جدول ۳ (با فرض $\alpha = ۰$ و $\omega = ۱$) آورده شده است. یافته‌ها نشان می دهد که با تغییر دیدگاه درخت فراگیر کمینه‌ی متفاوتی به دست می‌آید. در نهایت تصمیم گیرندگان براساس نوع دیدگاه درخت متناظر را انتخاب می نمایند.

جدول ۲: *اطلاعات یالها برای مثال۱*

یال (i,j)	هزینه متناظر هر یال به صورت عدد فازی مردد
(۱،۲)	$\{(۱,۲,۳),(۱,۳,۵),(۲,۴,۶)\}$
(۱،۳)	$\{(۱,۳,۵),(۱,۲,۵),(۴,۵,۶)\}$
(۲،۴)	$\{(۱,۴,۷),(۲,۴,۶),(۱,۶,۷)\}$
(۲،۵)	$\{(۱,۲,۴),(۱,۲,۳),(۵,۷,۹)\}$
(۳،۴)	$\{(۲,۳,۴),(۳,۵,۷),(۵,۶,۹)\}$
(۳،۵)	$\{(۱,۴,۵),(۱,۵,۹),(۴,۷,۸)\}$
(۴،۶)	$\{(۱,۴,۷),(۴,۵,۶),(۵,۷,۹)\}$
(۵،۶)	$\{(۱,۲,۳),(۲,۴,۶),(۴,۶,۸)\}$

جدول ۳: *نتیجه فرآیند بر اساس سه دیدگاه.*

نوع دیدگاه	درخت فراگیر کمینه‌ی فازی مردد متناظر با دیدگاه (T)
خوش بینانه	$T:۱\to۲\to۵\to۶$ $۱\to۳\to۴$
بدبینانه	$T:۱\to۳\to۵\to۶$ $۱\to۲\to۴$
کافی بودن رضایت یکی از تصمیم گیرندگان در نتیجه نهایی	$T:۱\to۲\to۵\to۶$ $۲\to۴$ $۱\to۳$

۶ نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مسئله درخت پوشای کمینه را که به عنوان یکی از مسائل پرکاربرد نظریه گراف شناخته می شود با در نظر گرفتن هزینه ها به صورت داده های فازی مردد تحلیل کردیم. ابتدا با توجه به شاخصه های بارز موجود در مجموعه های فازی مردد همچون نظرات کارشناسان مختلف، فازی بودن نوع دیدگاهها و اشتراک بین نظرات ثبت شده وجود دارد روش رتبه بندی جامع و کارایی برای مقایسه این نوع اعداد معرفی شد. در ادامه با استفاده از این روش، فرآیند مناسبی برای یافتن درخت پوشای کمینه در یک شبکه فازی مردد ارائه شد. برای نشان دادن درستی و تحلیل عملکرد فرآیند مثالی عددی حل شد. توجه به پیشنهادهای زیر می تواند زمینه ساز ایده‌ای برای پژوهش های آتی باشد:

۱- استفاده از روش برای مطالعات موردی به ویژه در زمینه مدیریت بحران مانند:

امداد رسانی به تمام نقاط آسیب دیده با کمترین هزینه.

۲- به کارگیری روش در سایر مسائل بهینه سازی.

۳- انعطاف پذیری بالاتر روش با در نظر گرفتن سطوح انتظار ($\alpha-$ برشها) در پاسخ‌دهی.

مراجع

[۱] داریوش، ف. شریفیان، هنگامه. سجادی راد، احمد. (۱۳۹۵) شناسایی و دسته بندی صنایع اثرگذار با استفاده از درخت فراگیر کمینه فاصله فرامتریک با توجه به هدفمندی یارانه ها (مطالعه موردی: بورس اوراق بهادار تهران). مجله‌ی مطالعات اقتصاد، مدیریت مالی و حسابداری، دوره دوم، شماره ۲/۱ ، صص. ۱۰ تا ۲۷.

[۲] مودب، ه. ملائک، م ب. کوثری، ا. ر. (۱۳۹۹) مسیرهای بهینه ترکیبی (هوایی- دریایی) با استفاده از درخت پوشای کمینه و برنامه ریزی عدد صحیح. مجله‌ی مهندسی مکانیک شریف، دوره ۳۶۰۰۰۳، شماره ۲.

[۳] سعادتی، س ز. ساجدی، ه. (۱۳۹۲) تجمیع داده‌ها در شبکه‌های حسگر بی سیم مبتنی بر خوشه بندی و درخت پوشای کمینه. مجله‌ی علوم و فناوری‌های پدافند نوین، شماره ۴ (پیاپی ۱۴).

[۴] سرایی، م ح. رضایی، م ر. عادلی، م. (۱۳۹۹) حل مسئله درخت پوشای کمینه در طراحی شبکه‌ی رسانه‌ای اجتماعی ایزوله‌ی مدیریت بحران زلزله (مطالعه موردی: شهر گرگان). فصلنامه مطالعات ساختار و کارکرد شهری، سال هفتم، شماره ۲۳، صص. ۲۹ تا ۵۵.

[5] Al Mamun, A., Rajaskaran, S. (2016) An Efficient Minimum Spanning Tree Algorithm. IEEE Symposium on Computers and Communication (ISCC).

[6] Mordeson, J. N, Mathew, S. and Davender S. Malik. (2018). Fuzzy Graph Theory with Applications to Human Trafficking (1st. ed.). Springer Publishing Company, Incorporated.

[7] Mordeson, J. N., Mathew, S. (2019). Advanced topics in fuzzy graph theory. Springer Publishing Company, Incorporated.

[8] Torra, V, (2010). Hesitant fuzzy sets, Int J Intell Syst 25, 529–539.

[9] Zhang, X.L, Xu, Z.S. (2012). A MST clustering analysis method under hesitant fuzzy environment. Control and Cybernetics 41, 645–666.

[10] Zimmermann, (1995) H. J. Fuzzy set theory and its Application, kluwer Academic publishers, Boston / Derdecht / London.

[11] Ranjbar, M., Miri, S. M., and S. Effati, (2020). Hesitant fuzzy numbers with (α, k)-cuts in compact intervals and applications, Expert Systems with Applications, vol. 151, p. 113363.

[12] Ma, M., Friedman, M., and Kandel, A. (1999). A new fuzzy arithmetic, fuzzy sets and systems, vol. 108, no. 1, pp. 83-90.

[13] Abbasi Shureshjani. R., Darehmiraki, M. (2013), A new parametric method for ranking fuzzy numbers, Indagationes Mathematicae. 24, 518–529.

[14] Ahuja, R. K., T.L. Magnanti, T. L., Orlin, J. B., Network Flows, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.