

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی

افسانه رضایی فر، بهرام صادق‌پور گیلده و غلامرضا محتشمی برزادران*

دانشگاه فردوسی مشهد

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۷/۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۴/۱۹

چکیده

استفاده از روش‌های کنترل کیفیت آماری در حوزه‌های مختلف پزشکی می‌تواند در بهبود کیفیت فرایندهای جراحی نقش مهمی را ایفا کند. نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده به دلیل در نظر گرفتن مخاطرات قبل از عمل جراحی بیماران جهت پایش عملکرد جراحان تأثیر به‌سزایی دارد. به علت مبهم و نادقیق بودن ریسک و بیان آن به صورت عبارات کم، متوسط، زیاد و ... لازم است که در قالب یک عدد فازی در نظر گرفته شود. در این صورت نمودارهای کنترل کیفی خاصی برای پایش مقادیر آماره‌هایی که بر اساس داده‌های فازی ساخته شده‌اند، نیاز است. در این مطالعه این نمودارهای کنترل کیفی معرفی می‌شوند. سپس با استفاده از داده‌های واقعی حاصل از اعمال جراحی بیماران قلبی، نتایج بررسی و مقایسه خواهند شد.

۱ سرآغاز

روش‌های کنترل فرایندهای آماری (SPC)^۱ به کادر پزشکی و پرستاری واحدهای بهداشت و درمان کمک می‌کند که با استفاده از روش‌های آماری فرایندهای جراحی و یا عواملی که

¹Statistical Process Control

عبارات و کلمات کلیدی: ریسک بیماران، رگرسیون لجستیک فازی، نمودار جمعی تجمعی

تقدیم به روح پر فتوح استاد گرانقدرم دکتر بهرام صادق‌پور گیلده

در فرایندهای درمانی تأثیر می‌گذارند را کنترل کنند. استفاده از روش‌های پایش آماری و استفاده از اطلاعات آن، در فرایندهای بهداشت و درمان حاصل توسعه روش‌های کنترل فرایندهای آماری در عرصه صنعتی است (وودال [۲]).

در فرایندهای صنعتی مواد اولیه همگن در نظر گرفته می‌شود. اما در حوزه بهداشت و درمان و در کنترل فرایندهای جراحی، بیماران به دلیل داشتن ویژگی‌های متفاوت از قبیل سن، جنسیت، سابقه بیماری و... جامعه ناهمگونی را تشکیل می‌دهند و احتمال مرگ هر بیمار پس از عمل جراحی نه تنها به میزان مهارت و قابلیت‌های جراح، بلکه به ریسک‌های مرتبط با ویژگی‌های فردی بیمار نیز بستگی دارد.

در اکثر متون پزشکی ریسک تخمین زده شده برای هر بیمار با بیمار دیگر متفاوت است. تعدیل در ریسک قبل از عمل، رویکردی مناسب برای اطمینان به این مهم است که نرخ مرگ و میر غیر معمول که به علت وجود ویژگی‌های فردی متفاوت بیماران ظاهر می‌شود، به صورت نادرست به جراح نسبت داده نشود. رویکردهای تعدیل ریسک یکی از ابزارهای کنترل فرایندهای آماری است که برای نظارت بر کیفیت خدمات درمانی استفاده می‌شود (آتشگر و آلنچری [۳]). از این رو جهت کنترل و پایش فرایندهای پزشکی نمودارهای ریسک تعدیل شده ارائه شدند. لاوگرو و همکاران [۴، ۵] و پولونیکی و همکاران [۶] مدلی بر اساس تفاوت بین مرگ و میر واقعی و مورد انتظار به صورت جمعی تجمعی ارائه دادند. اما در مدل لاوگرو مشخص نمی‌شود چه مقدار اختلاف نگران کننده است و در مدل پولونیکی تغییر در حدود کنترلی و بروز رسانی مکرر باعث عدم تشخیص تغییرات تدریجی مدل می‌شود. پس از آن استینر و همکاران [۷] مدل جمعی تجمعی ریسک تعدیل شده و سگو و همکاران [۸] مدل جمعی تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا را معرفی کردند.

با توجه به اینکه ریسک یک مقدار مبهم و نادقیق است و به صورت کم، متوسط، زیاد و ... بیان می‌شوند؛ بهتر است در قالب یک عدد فازی در نظر گرفته شود. در این حالت لازم است از مدلی مناسب مانند رگرسیون لجستیک فازی جهت تعیین ریسک قبل از عمل جراحی بیماران استفاده شود این مدل توسط پوراحمد و همکاران [۹] معرفی شد. هم‌چنین، نامداری و همکاران [۱۱] و آتالیک و سنترک [۳] روشی برای برآورد پارامترهای رگرسیون لجستیک فازی معرفی نمودند.

برای پایش عملکرد جراحان زمانی که ریسک قبل از عمل جراحی فازی باشد، نیاز به نمودارهای کنترل کیفی خاصی است که در این مطالعه معرفی می‌گردند.

در بخش ۲ این مطالعه مدل‌های جمعی تجمعی ریسک تعدیل شده و جمعی تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا معرفی می‌شوند. مروری بر برخی از مفاهیم فازی و رگرسیون لجستیک فازی خواهیم داشت و سپس در بخش ۳ و ۵ این مدل‌ها بر اساس داده‌های فازی بیان خواهند شد. در بخش ۶ نمودارهای کنترل کیفی با یک مثال واقعی مقایسه می‌شوند.

۲ پیش‌نیازها

با توجه به این‌که هدف اصلی این مطالعه طراحی روش‌های کنترل کیفیت آماری برای پایش فرایندهای جراحی، با فرض این‌که ریسک بیمار فازی باشد، در نظر گرفته شده است. ابتدا نحوه استفاده از دو نمودار کنترل کیفیت آماری در حوزه بهداشت و درمان بیان و پس از آن برخی مفاهیم فازی مورد نیاز بررسی می‌شوند.

۱۰۲ مروری بر نمودارهای کنترل کیفیت آماری

نمودارهای کنترل کیفی از ساده‌ترین روش‌های نظارت و کنترل آماری فرایند است. مهم‌ترین دلیل استفاده از یک نمودار کنترل کیفی، شناسایی تغییرات و بهبود وضعیت موجود است. رابطه بسیار نزدیکی بین نمودارهای کنترل کیفی و آزمون فرضیه وجود دارد. نمودار کنترل کیفی یک آزمون فرضیه است که به منظور ارزیابی شرایط تحت کنترل بودن فرایند، از لحاظ آماری، به کار می‌رود.

در این نمودارها، اگر تمام نقاط بین حدود کنترلی بالا و پایین قرار گیرند، فرضیه مربوط به تحت کنترل بودن فرایند پذیرفته می‌شود. در غیر این صورت، وجود یک نقطه خارج از حدود کنترلی، بیانگر رد چنین فرضیه‌ای است (برای جزئیات بیشتر به مونتگومری [۱۰] مراجعه شود).

جهت ارزیابی نمودارهای کنترل کیفی از شاخص متوسط طول اجرا و یا به اختصار

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی _____ ۳۰

ARL^۲ که متوسط تعداد بیماران مشاهده شده تا زمانی که هشدار رخ دهد، است؛ استفاده می‌شود. متوسط طول اجرا است، زمانی که فرایند تحت کنترل باشد و برای محاسبه حدود کنترلی استفاده می‌شود. مقدار این حدود معمولاً به گونه‌ای انتخاب می‌شود که $M \geq 0$ ، که M مقدار معلومی است. 1 متوسط طول اجرا است در زمانی که فرایند خارج از کنترل باشد و جهت مقایسه نمودارهای کنترل کیفی استفاده می‌شود. روش‌های مختلفی مانند روش زنجیره‌ای مارکوف و یا شبیه‌سازی برای محاسبه تقریبی ARL وجود دارد. در برخی از مواقع که محاسبه احتمالات گذار در زنجیره مارکوف پیچیده باشد، روش شبیه‌سازی بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد.

نمودار جمعی تجمعی (CUSUM^۳) نخستین بار توسط پیچ [۱۱] معرفی شد. این نمودار نسبت به تغییرات کوچک حساس است و زمانی که بررسی کاهش و یا افزایش نرخ شکست مد نظر باشد؛ به کار گرفته می‌شود. آماره جمعی تجمعی استاندارد آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_n = \max \{0, S_{n-1} + W_n\}, \quad (1)$$

که در آن $S_0 = 0$ و W_n امتیاز یا وزن مرتبط با زیر گروه n ام است (زیر گروه مجموعه‌ای از محصولات است که تقریباً در یک زمان جمع‌آوری شده باشند (مونتگومری [۱۰])). اگر θ پارامتر مورد نظر باشد، با نمودار CUSUM فرضیه‌های $H_0: \theta = \theta_0$ در مقابل $H_A: \theta = \theta_A$ به صورت دنباله‌ای آزمون می‌شود و زمانی که $S_n > h$ که h حد کنترلی بالا است (در اینجا فقط حد کنترلی بالا را داریم)، هشدار رخ می‌دهد یعنی این‌که فرایند به سمت فرضیه H_A تغییر پیدا کرده است.

فرض کنید y_n ، نتیجه حاصل شده برای زیر گروه n ام (به‌عنوان مثال نتیجه مرتبط با بیمار n ام) دارای تابع احتمال $d(y_n; p)$ باشد. موستاکیدس [۱۲] نشان داد در بین تمامی طرح‌های مختلف با یکسان، بهینه‌ترین انتخاب برای امتیازهای W_n که دارای کمترین

^۲Average Run Length

^۳Cumulative Sum

است، لگاریتم نسبت درست‌نمایی است، یعنی

$$W_n = \log \left(\frac{d(y_n; p_A)}{d(y_n; p_0)} \right).$$

اگر بیمار n ام فوت کند، آن‌گاه $y_n = 1$ و در غیر این صورت $y_n = 0$. می‌توان نوشت:

$$d(y_n; p) = p^{x_n} [1-p]^{1-x_n},$$

که در آن p نرخ شکست نام دارد و در نتیجه فرضیه‌های زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{cases} H_0: p = p_0, \\ H_A: p = p_A. \end{cases}$$

با تعیین p_A می‌توان افزایش یا کاهش در نرخ شکست را بررسی کرد. در نتیجه امتیاز W_n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_n = \begin{cases} \log \left(\frac{p_A}{p_0} \right), & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log \left(\frac{1-p_A}{1-p_0} \right), & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

اما نمی‌توان نرخ شکست را برای همه بیماران یکسان در نظر گرفت و باید با توجه به ویژگی فردی بیماران متفاوت در نظر گرفته شود. بنابراین نمودار جمعی تجمعی ریسک تعدیل شده که به اختصار RA-CUSUM^۴ نامیده می‌شود، نخستین بار توسط استینر و همکاران [۷] بر حسب نسبت بخت‌ها جهت پایش جراحی قلب معرفی شد.

با تغییر در مقادیر امتیازات W_n به صورت تابعی از ریسک بیماران، نمودار CUSUM را بر حسب ریسک تعدیل می‌کنیم. فرض کنید $p_n = g(\mathbf{U}_n)$ که $\mathbf{U}_n = (u_{n1}, u_{n2}, \dots, u_{nm})$ برداری از m متغیر توضیحی بیمار n ام است و تابع g با استفاده از مدلی مانند رگرسیون لجستیک برآورد می‌شود. از آنجایی که ریسک یا نرخ

⁴Risk Adjusted Cumulative Sum

شکست هر بیمار متفاوت است؛ فرضیه‌های H_0 و H_A را برحسب نسبت بخت‌ها تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} H_0: \frac{d(p_n)}{\sqrt{1-d(p_n)}} = Q_0 \frac{p_n}{\sqrt{1-p_n}}, \\ H_A: \frac{d(p_n)}{\sqrt{1-d(p_n)}} = Q_A \frac{p_n}{\sqrt{1-p_n}}, \end{cases} \quad (2)$$

که در آن $d(p_n)$ ، احتمال مردن بیمار n ام با ریسک p_n است. اگر $d_0(p_n)$ و $d_A(p_n)$ مقادیر احتمال فوق به ترتیب تحت H_0 و H_A باشند آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} d_0(p_n) &= \frac{Q_0 p_n}{\sqrt{1-p_n + Q_0 p_n}}, \\ d_A(p_n) &= \frac{Q_A p_n}{\sqrt{1-p_n + Q_A p_n}}. \end{aligned}$$

ضریب Q_0 معمولاً یک و Q_A بر حسب این‌که بخواهیم پسرفت (پیشرفت) عملکرد جراحان را تعیین کنیم، به صورت $Q_A > 1$ یا $Q_A < 1$ مشخص می‌شود. آماره جمعی تجمعی این نمودار به صورت معادله (۱) است، که در آن

$$W_n = \begin{cases} \log \left(\frac{(1-p_n + Q_0 p_n) Q_A}{(1-p_n + Q_A p_n) Q_0} \right), & \text{بیمار } n \text{ام بمیرد} \\ \log \left(\frac{1-p_n + Q_0 p_n}{1-p_n + Q_A p_n} \right). & \text{بیمار } n \text{ام زنده بماند} \end{cases} \quad (3)$$

با رسم S_n در برابر n نمودار RA-CUSUM به دست می‌آید. در صورتی که $S_n > h$ ، نمودار هشدار می‌دهد.

مدلی که بر اساس زمان بقا یا مدت زمان زنده ماندن بیمار بعد از عمل جراحی باشد؛ می‌تواند حساسیت بیشتری در نمایان ساختن تغییرات فرایند (نسبت به روشی که تنها نتایج مردن یا زنده ماندن بیمار را در نظر می‌گیرد) داشته باشد. از این رو نمودار جمعی تجمعی ریسک تعدیل شده زمان بقا یا به اختصار RAST-CUSUM⁵ توسط سگو و همکاران [۸] معرفی شد.

⁵Risk Adjusted Survival Time Cumulative Sum

توزیع زمان بیمار با استفاده از مدل رگرسیونی زمان شکست تسریع شده یا به اختصار AFT^۶ پیش‌بینی می‌شود (کلین و همکاران [۱۴]). این مدل برای مشاهدات از راست سانسور شده (یعنی بیمارانی که حداقل تا زمان سانسور زنده می‌مانند) محاسبه می‌شود.

اگر فرض کنیم a_n زمان عمل جراحی بیمار n ام، d_n زمان مردن بیمار n ام و c_n زمان تحت نظر بودن بیمار باشد، آنگاه:

$$T_n = \min \{d_n, c_n\} - a_n,$$

زمان بقا بیمار است. معمولاً $c_n = a_n + c$ در نظر گرفته می‌شود که c مقدار ثابت و زمان سانسور نام دارد، هم‌چنین

$$\delta_n = \begin{cases} 1, & \text{اگر } d_n - a_n \leq c \\ 0, & \text{اگر } d_n - a_n > c \end{cases}$$

مشاهدات زوجی (T_n, δ_n) برای n امین بیمار در صورتی که اطلاعات بیشتری از بیمار به دست آید بروزرسانی نمی‌شود و تابع درست‌نمایی آن برابر است با:

$$L(\theta | t_n, \delta_n) = [f(t_n, \theta)]^{\delta_n} [S(t_n, \theta)]^{1 - \delta_n},$$

که در آن θ بردار پارامترها، $f(t_n, \theta)$ تابع چگالی و $S(t_n, \theta)$ تابع بقا نام دارد.

برای مدل‌بندی کردن زمان بقا با مدل رگرسیونی AFT توزیع‌های پارامتری گسترده‌ای نظیر توزیع لگ لجستیک، وایبل، نرمال و ... وجود دارد. در اینجا از توزیع لگ لجستیک به ترتیب با تابع چگالی و بقای زیر استفاده می‌شود:

$$f_{\circ}(x) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\alpha-1} \left(1 + \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\alpha}\right)^{-2}, \quad x > 0$$

$$S_{\circ}(x) = \left(1 + \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\alpha}\right)^{-1},$$

^۶Accelerated Failure Time

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی — ۳۴

که در آن‌ها $f_0(x)$ چگالی پایه و $S_0(x)$ تابع بقا پایه است و $\alpha > 0$ پارامتر شکل و $\lambda > 0$ پارامتر مقیاس است.

با استفاده از مدل AFT برای توزیع لگ لجستیک، تابع بقا به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S(x_n | \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n) = \left(1 + \left(\frac{x_n \exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{u}_n)}{\lambda} \right)^\alpha \right)^{-1}.$$

در این صورت α و $\frac{\lambda}{\exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{u})}$ پارامترهای متغیر $X | \mathbf{U}$ هستند. \mathbf{U} بردار متغیرهای توضیحی نظیر سن، جنسیت، سابقه بیماری و ... است و $\boldsymbol{\beta}$ بردار پارامتر ضرایب رگرسیونی است.

با فرض ثابت بودن α و $\boldsymbol{\beta}$ به دنبال تغییر پارامتر مقیاس هستیم به طوری که فرضیه‌های زیر تحت بررسی قرار گیرد:

$$\begin{cases} H_0: \theta_0 = \left(\alpha, \frac{\lambda_0}{\exp(\boldsymbol{\beta}^T U)} \right), \\ H_A: \theta_A = \left(\alpha, \frac{\rho_A \lambda_0}{\exp(\boldsymbol{\beta}^T U)} \right) \end{cases} \quad (4)$$

به قسمی که $\rho_A > 1$.

آماره جمعی تجمعی نمودار RAST-CUSUM برابر معادله (۱) است، که در آن

$$\begin{aligned} W_n &= \log \left(\frac{[f(t_n | \lambda = \rho_A \lambda_0, \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n)]^{\delta_n} [S(t_n | \lambda = \rho_A \lambda_0, \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n)]^{1 - \delta_n}}{[f(t_n | \lambda = \lambda_0, \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n)]^{\delta_n} [S(t_n | \lambda = \lambda_0, \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n)]^{1 - \delta_n}} \right) \\ &= 2^{\delta_n} \left\{ \log \left(1 + \left(\frac{t_n \exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{u}_n)}{\lambda_0} \right)^\alpha \right) - \log \left(1 + \left(\frac{t_n \exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{u}_n)}{\rho_A \lambda_0} \right)^\alpha \right) \right\} \\ &\quad - \delta_n \alpha \log(\rho_A). \end{aligned}$$

هر دو نمودار به یک اندازه تغییر در بخت‌های مردن بیمار را بررسی می‌کنند، زیرا اگر O_n بخت‌های مردن بیمار n ام باشد و c مشخص باشد، آن‌گاه،

$$O_n = \frac{1 - S(c | \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n)}{S(c | \mathbf{U}_n = \mathbf{u}_n)} = \left(\frac{c \exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{u}_n)}{\lambda} \right)^\alpha.$$

در نتیجه Q_A در فرضیه‌های (۲) برابر است با:

$$Q_A = \frac{\left(\frac{c \exp(\beta^T \mathbf{u}_n)}{\lambda_A}\right)^\alpha}{\left(\frac{c \exp(\beta^T \mathbf{u}_n)}{\lambda_0}\right)^\alpha} = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_A}\right)^\alpha = \rho_A^{-\alpha}. \quad (5)$$

برای این مدل، جهت تعیین ریسک قبل از عمل جراحی بیماران، از مدل رگرسیونی AFT استفاده شد در حالی که در نمودار RA-CUSUM از رگرسیون لجستیک استفاده می‌شود، اما ضرایب رگرسیونی برازش شده تقریباً یکسان هستند.

سگو و همکاران [۸] نشان دادند که نمودار RAST-CUSUM کمتر از RA-CUSUM است که نشان از عملکرد بهتر نمودار RAST-CUSUM دارد. هم‌چنین زمانی که مشاهدات کمتری سانسور شده باشند؛ زمان بقای اکثر بیماران ثبت می‌شود و باعث اطلاعات بیشتری در نمودار RAST-CUSUM می‌شود. در نتیجه اختلاف متوسط طول اجرا RA-CUSUM و RAST-CUSUM بیشتر می‌شود.

۲.۲ مفاهیمی از نگاه فازی

بیشتر استدلال‌های ما در زندگی روزمره براساس مفاهیم مبهم صورت می‌گیرند. واضح است که اگر این نایقینی‌ها در نظر گرفته نشوند، قادر به مدل‌سازی بخش وسیعی از آن‌چه در تفکر و زبان انسان وجود دارد، نخواهیم بود. در واقع این نایقینی‌ها مربوط به عدم مرزبندی دقیق مفاهیم است. عدم دقت ربطی به نامعلوم بودن وقوع پیشامد (نایقینی تصادفی) مانند آن‌چه در نظریه‌ی احتمال بیان می‌شود، ندارد بلکه به مبهم بودن مفاهیم و عدم اطلاع دقیق از آن‌ها بازمی‌گردد.

به منظور تجزیه و تحلیل مجموعه داده‌هایی که دارای ویژگی مبهم و نایقین هستند، به کارگیری مجموعه‌های فازی مناسب‌تر به نظر می‌رسد. در واقع اگر X یک مجموعه مرجع باشد؛ آن‌گاه یک زیر مجموعه فازی \tilde{A} از آن توسط یک تابع $\mu_{\tilde{A}}(x) : X \rightarrow [0, 1]$ به نام تابع عضویت مشخص می‌شود که برای هر $x \in X$ ، میزان عضویت x در مجموعه فازی \tilde{A} را نشان می‌دهد (طاهری و ماشین چی [۱]).

تعریف ۱.۲. زیرمجموعه ای از X که درجه عضویت آن در مجموعه فازی \tilde{A} دست کم به

بزرگی α باشد ($0 \leq \alpha \leq 1$)، α - برش \tilde{A} گوئیم و با $A(\alpha)$ نشان می‌دهیم؛ یعنی

$$A(\alpha) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}.$$

تعریف ۲.۲ (عدد فازی). زیر مجموعه فازی \tilde{A} از \mathbb{R} را یک عدد فازی گوئیم هرگاه هرگاه $\mu_{\tilde{A}}$ نرمال و تک نمایی باشد (به عبارت دیگر درجه عضویت دقیقاً یک $x \in \mathbb{R}$ برابر با یک باشد) و α -برش‌های آن به ازای هر $\alpha \in [0, 1]$ به صورت بازه‌های بسته باشد.

تعریف ۳.۲ (اصل توسیع). فرض کنید X_1, \dots, X_n, n مجموعه مرجع و $n, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n$ هم‌چنین آنها باشد. حاصل ضرب دکارتی آنها باشد. $X = X_1 \times \dots \times X_n$ مجموعه فازی به ترتیب از X_1, \dots, X_n باشند. حاصل عمل $f: X \rightarrow Y$ بر n مجموعه فازی $\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n$ به صورت مجموعه فازی \tilde{B} از Y با تابع عضویت زیر است:

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = f(\tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_n)(y) = \begin{cases} \sup_{x_1, \dots, x_n, y=f(x_1, \dots, x_n)} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)) & f^{-1}(\{y\}) \neq \emptyset, \\ 0, & f^{-1}(\{y\}) = \emptyset, \end{cases}$$

که در آن $f^{-1}(\{y\})$ نگاشت معکوس f است.

در تعریف اصل توسیع اگر تنها مجموعه مرجع X را داشته باشیم و \tilde{A} مجموعه فازی از X باشد و تابع $y = f(x)$ به یک به یک باشد، آنگاه تابع عضویت مجموعه فازی \tilde{B} از Y که حاصل عمل f بر مجموعه فازی \tilde{A} است، برابر است با:

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \mu_{\tilde{A}}(f^{-1}(y)).$$

تعریف ۴.۲. اگر ساختار تابع عضویت عدد فازی \tilde{A} به صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right), & x \leq m, \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right), & x > m, \end{cases}$$

که در آن L و R توابع غیر صعودی از \mathbb{R}^+ به $[0, 1]$ هستند و $R(0) = L(0) = 1$ ؛

آن‌گاه \tilde{A} را یک عدد فازی (LR) با نماد $(m, \alpha, \beta)_{LR}$ می‌نامیم؛ که در آن m مقدار نما یا هسته و اعداد مثبت α و β به ترتیب پهناهای چپ و راست هستند.

۳.۲ رگرسیون لجستیک فازی

رگرسیون فازی در مواردی که متغیرهای مورد مطالعه (یا مشاهدات آن‌ها) و یا رابطه‌ی بین متغیرها نایقین و مبهم باشند و هم‌چنین در مواردی که درستی فرضیه‌های توزیع احتمال خطا مورد تردید باشد (به ویژه در حجم نمونه‌ی اندک) به‌کارگرفته می‌شود. هدف آن برازش یک مدل فازی بر مجموعه‌ای از داده‌های مبهم با استفاده از توابع فازی است و سعی دارد که همانند رگرسیون معمولی پاسخ‌های پیش‌بینی شده از مدل تا حد امکان به پاسخ‌های مشاهده شده نزدیک باشد (خدایی [۲]). در بسیاری از مطالعات بالینی به دلیل این‌که نتایج و گزارش‌ها به‌جای اعداد دقیق به صورت عبارات زبانی بیان می‌شوند و یا این‌که طبقه‌بندی رسته‌ها به طور دقیقی انجام نمی‌شود (مرز بین رسته‌ها دقیق نیست) مشاهدات مبهم و نایقین فراوان است در این صورت احتمال موفقیت و هم‌چنین بخت‌های احتمالی مدل قابل محاسبه نخواهد بود. مدل رگرسیون لجستیک فازی می‌تواند روش مناسبی برای مدل‌بندی این‌گونه مشاهدات باشد.

در این مدل به جای احتمال موفقیت از مفهوم امکان موفقیت استفاده می‌شود. هم‌چنین اصطلاح بخت‌های امکانی^۷ که توسط پوراحمد و همکاران [۹] ارائه شد، به‌جای بخت‌های احتمالی به‌کار گرفته می‌شود.

امکان جنبه‌ی دیگر نایقینی است که توسط یک کارشناس بر اساس میزان انطباق و سازگاری هر مشاهده با معیارهای پذیرفته شده برای اعضای رسته یک متغیر پاسخ (امکان موفقیت) ارزیابی می‌گردد. اگر $\tilde{p}_i \neq 1$ ، آن‌گاه $\tilde{o}_i = \frac{\tilde{p}_i}{1-\tilde{p}_i}$ نسبت بخت امکانی i امین مورد است که امکان موفقیت (داشتن ویژگی موردنظر) نسبت به عدم امکان موفقیت را نشان می‌دهد. \tilde{p}_i (امکان موفقیت) به دو صورت تعریف می‌شود:

حالت اول:

کارشناس مشاهدات را با معیارهای رسته موفقیت مقایسه می‌کند و میزان سازگاری هر مشاهده را با یک عدد حقیقی در بازه‌ی $[0, 1]$ ارزیابی می‌کند.

⁷ Possibilistic odds

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی — ۳۸

اگر میزان سازگاری با ویژگی مورد نظر برای هر مشاهده‌ی فازی \tilde{p}_i ($0 \leq \tilde{p}_i \leq 1$) باشد در این صورت بخت‌های امکانی برای هر مورد فازی برابر است با:

$$\tilde{o}_i = \frac{\tilde{p}_i}{1 - \tilde{p}_i}, \quad (۶)$$

که نسبت امکان دارا بودن ویژگی مورد نظر به نداشتن آن ویژگی برای i امین مورد را بیان می‌کند.
حالت دوم:

\tilde{p}_i به صورت یک عبارت زبانی $\{\dots, \text{زیاد}, \text{متوسط}, \text{کم}, \dots\}$ بیان می‌شود.

مشاهدات پاسخ، فازی هستند و امکان موفقیت برای هر مشاهده با تعریف یک عدد فازی مناسب برای هر مؤلفه از متغیر زبانی محاسبه می‌شود. این عبارات طوری تعریف می‌شوند که اجتماع تکیه‌گاه‌های مؤلفه‌ها برابر با بازه $[0, 1]$ باشد.

در حالت اول، پارامترها به روش امکانی و مینیم کردن تابع هدف برآورد می‌شوند و در حالت دوم از روش کمترین مربعات و مینیم کردن خطا استفاده می‌شود.
در این مطالعه، به دلیل اینکه متغیر پاسخ پیش‌بینی شده و متغیر پاسخ مشاهده شده فازی هستند، برای برآورد پارامترها روش کمترین مربعات فازی را به‌کار می‌گیریم. مدل رگرسیون لجستیک فازی با روش کمترین مربعات عبارت است از:

$$\tilde{O}_i = \ln \left(\frac{\tilde{P}_i}{1 - \tilde{P}_i} \right) = \tilde{\beta}_0 + \tilde{\beta}_1 u_{i1} + \dots + \tilde{\beta}_m u_{im}, \quad (۷)$$

که در آن $i = 1, 2, \dots, n$

$$\tilde{\beta}_j = (a_j, s_j)_T, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

پارامترهای مدل و اعداد فازی مثلثی هستند. هم‌چنین

$$U_i = (u_{i1}, \dots, u_{im}),$$

بردار مشاهدات دقیق متغیر مستقل برای i امین مورد است. در این صورت پاسخ برآورده شده فازی برابر است با:

$$(f_i(a), f_i(s))_T,$$

که در آن

$$f_i(a) = a_0 + a_1 u_{i1} + \dots + a_m u_{im},$$

$$f_i(s) = s_0 + s_1 u_{i1} + \dots + s_m u_{im}.$$

با استفاده از روش کمترین مربعات مقادیر a_0, a_1, \dots, a_m و s_0, s_1, \dots, s_m برآورد می‌شوند. در انتها با استفاده از اصل توسعه، \tilde{P}_i در مدل (۷) حاصل می‌شود. برای نیکویی برازش در مدل‌های با روش کمترین مربعات فازی از معیارهای شباهت یا همان شاخص‌های تطبیق استفاده می‌شود که در واقع معیارهایی برای میزان نزدیکی بین دو عدد فازی هستند و میزان تطبیق هر مشاهده و مقدار برآورد آن را از مدل محاسبه می‌کنند. مقادیر بزرگ آن بیانگر برازش خوب مدل است و برعکس مقادیر کوچک آن ضعیف بودن برازش مدل را می‌رساند. در این مطالعه معیار میانگین شاخص تطبیق زیر استفاده می‌شود (صادقپور و گین [۱۵]):

$$MCI = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(\tilde{o}_i, \tilde{O}_i)_{SG}. \quad (۸)$$

شاخص تطبیق I_{SG} به‌کار گرفته شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I(\tilde{o}_i, \tilde{O}_i)_{SG} = \min \left\{ \frac{Card(\tilde{o}_i \cap \tilde{O}_i)}{Card(\tilde{O}_i)}, \frac{Card(\tilde{o}_i \cap \tilde{O}_i)}{Card(\tilde{o}_i)} \right\}, \quad (۹)$$

که در آن

$$Card(\tilde{o}_i) = \int \tilde{o}_i(x) dx.$$

قضیه ۵.۲ (شرایط شاخص تطبیق). برای اعداد فازی $\tilde{O}_i, \tilde{C}_i, \tilde{o}_i$ روابط زیر برقرار است:

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی — ۴۰

$$0 \leq I(\tilde{o}_i, \tilde{O}_i)_{SG} \leq 1 \quad -۱$$

$$\tilde{o}_i = \tilde{O}_i \Leftrightarrow I(\tilde{o}_i, \tilde{O}_i)_{SG} = 1 \quad -۲$$

$$I(\tilde{o}_i, \tilde{O}_i)_{SG} = I(\tilde{O}_i, \tilde{o}_i)_{SG} \quad -۳$$

$$\tilde{o}_i \subseteq \tilde{O}_i \subseteq \tilde{C}_i \implies I(\tilde{o}_i, \tilde{C}_i)_{SG} \leq \min \left[I(\tilde{o}_i, \tilde{O}_i)_{SG}, I(\tilde{C}_i, \tilde{O}_i)_{SG} \right] \quad -۴$$

$0 \leq MCI \leq 1$ است هرچه مقدار آن به یک نزدیک‌تر باشد نشانگر برازش خوب مدل است.

۳ نمودار RA-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

فرض کنید ریسک قبل از عمل جراحی بیماران یک عبارت مبهم باشد که با رگرسیون لجستیک فازی تعیین شده است. در این بخش مدل طراحی شده RA-CUSUM بر اساس این داده فازی را بیان می‌نماییم.

اگر با استفاده از رگرسیون لجستیک فازی ریسک بیماری به صورت عدد فازی $\tilde{p}_n = (m_n, l_n, r_n)_{LR}$ برآورده شده باشد، آنگاه:

$$\begin{cases} H_0: \frac{\tilde{d}(p_n)}{1-\tilde{d}(p_n)} = Q_0 \frac{\tilde{p}_n}{1-\tilde{p}_n}, \\ H_A: \frac{\tilde{d}(p_n)}{1-\tilde{d}(p_n)} = Q_A \frac{\tilde{p}_n}{1-\tilde{p}_n}. \end{cases}$$

بر اساس حساب اعداد فازی، LR تحت فرضیه H_0 داریم:

$$\frac{\tilde{d}(p_n)}{1-\tilde{d}(p_n)} = \left(\frac{Q_0 m_n}{1-m_n}, \frac{l_n}{(1-m_n)^2}, \frac{r_n}{(1-m_n)^2} \right)_{LR}$$

در این حالت آماره جمعی تجمعی زیر را خواهیم داشت:

$$\tilde{S}_n(s) = \max_{s=\max\{a,y\}} \left\{ 0, \left(\tilde{S}_{n-1} \oplus \tilde{W}_n \right) (y) \right\}, \quad s \in \mathbb{R}. \quad (۱۰)$$

که در آن صفر یک عدد فازی LR با پهنای صفر است و

$$\widetilde{W}_n = \begin{cases} \log \left\{ \frac{(\mathbb{1} \ominus \widetilde{p}_n \oplus Q_{\circ} \odot \widetilde{p}_n) \odot Q_A}{(\mathbb{1} \ominus \widetilde{p}_n \oplus Q_A \odot \widetilde{p}_n) \odot Q_{\circ}} \right\}, & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log \left\{ \frac{\mathbb{1} \ominus \widetilde{p}_n \oplus Q_{\circ} \odot \widetilde{p}_n}{\mathbb{1} \ominus \widetilde{p}_n \oplus Q_A \odot \widetilde{p}_n} \right\}. & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

در نتیجه \widetilde{W}_n یک عدد فازی است و α برش‌های آن عبارت است از:

$$W_n^-(\alpha) = \begin{cases} \log \left(\frac{Q_A}{(\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)} (C_1 (\alpha - \mathbb{1}) + \mathbb{1}) \right), & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log \left(\frac{\mathbb{1}}{(\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)} (C_1 (\alpha - \mathbb{1}) + \mathbb{1}) \right), & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

$$W_n^+(\alpha) = \begin{cases} \log \left(\frac{Q_A}{(\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)} (C_2 (\mathbb{1} - \alpha) + \mathbb{1}) \right), & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log \left(\frac{\mathbb{1}}{(\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)} (C_2 (\mathbb{1} - \alpha) + \mathbb{1}) \right), & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

که در آن $\alpha \in [0, \mathbb{1}]$ و

$$C_1 = \frac{(l_n + Q_A r_n) + (l_n + r_n) (\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)}{(\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)},$$

و

$$C_2 = \frac{(r_n + Q_A l_n) + (l_n + r_n) (\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)}{(\mathbb{1} - m_n + Q_A m_n)}.$$

در نتیجه

$$S_n^-(\alpha) = \max \{0, S_{n-1}^-(\alpha) + W_n^-(\alpha)\}.$$

و

$$S_n^+(\alpha) = \max \{0, S_{n-1}^+(\alpha) + W_n^+(\alpha)\}.$$

و حدود کنترلی برای هر کدام از α -برش‌های بالا و پایین مشخص می‌شود؛ به طوری که

اگر $S_n^-(\alpha) > h_n^-(\alpha)$ یا $S_n^+(\alpha) > h_n^+(\alpha)$ هشدار رخ می‌دهد.

برای به دست آوردن حدود کنترلی، لازم است توزیع هسته ریسک (m_n) و پهنای چپ (l_n) و پهنای راست (r_n) را بدانیم. پس از مشخص شدن توزیع آن‌ها و خطای نوع اول

مدل (و متوسط طول اجرا)، حدود کنترلی با استفاده از شبیه‌سازی و تولید تصادفی از توزیع‌های مشخص شده به دست می‌آید.

۴ نمودار RAST-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

در این بخش نمودار RAST-CUSUM را که بر اساس داده‌های فازی طراحی و بررسی کرده‌ایم، معرفی می‌نماییم.

بین ضرایب رگرسیونی (مؤلفه‌های بردار β) در فرضیه‌های (۴) و ضرایب رگرسیون لجستیک جهت تعیین ریسک بیمار رابطه وجود دارد (برای جزئیات بیشتر به سگو [۱۶] مراجعه شود)، در نتیجه با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک فازی، بردار $\tilde{\beta}$ ، برداری از پارامترهای فازی خواهد بود و فرضیه‌های زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{cases} H_0: \theta_0 = \left(\alpha, \frac{\lambda_0}{\exp(\tilde{\beta}^T U)} \right), \\ H_A: \theta_A = \left(\alpha, \frac{\rho_A \lambda_0}{\exp(\tilde{\beta}^T U)} \right). \end{cases}$$

در این حالت، آماره‌ای که برای نمودار RAST-CUSUM معرفی کرده‌ایم، بر اساس اصل توسیع ۳.۲ عبارت است از:

$$\tilde{S}_n(s) = \max_{s=\max\{a,y\}} \{ \circ(a), (\tilde{S}_{n-1} \oplus \tilde{W}_n)(y) \}, \quad s \in \mathbb{R}, \quad (11)$$

که صفر را به عنوان یک عدد فازی با پهنای صفر نیز می‌توان در نظر گرفت، هم‌چنین بنابر حساب اعداد فازی LR در قضیه ؟؟ می‌توان نوشت:

$$\tilde{W}_n = \begin{cases} -\alpha \cdot \log \rho_A \oplus \uparrow \left\{ \log \left(1 \oplus \left(\frac{t_n \exp(\beta^T \odot U)}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) \ominus \log \left(1 \oplus \left(\frac{t_n \exp(\beta^T \odot U)}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) \right\} & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log \left(1 \oplus \left(\frac{t_n \exp(\beta^T \odot U)}{\lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) \ominus \log \left(1 \oplus \left(\frac{t_n \exp(\beta^T \odot U)}{\rho_A \lambda_0} \right)^{\alpha_0} \right) & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

و α -برش های آن برابر است با:

$$W_n^-(\alpha) = \begin{cases} -\alpha \cdot \log \rho_A + 2 \{ \log (A_{1n} - A_{2n}(1-\alpha)) \}, & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log (A_{1n} - A_{2n}(1-\alpha)), & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

$$W_n^+(\alpha) = \begin{cases} -\alpha \cdot \log \rho_A + 2 \{ \log (A_{1n} + A_{2n}(1-\alpha)) \}, & \text{بیمار } n \text{ ام بمیرد} \\ \log (A_{1n} + A_{2n}(1-\alpha)), & \text{بیمار } n \text{ ام زنده بماند} \end{cases}$$

که در آن

$$A_{1n} = \frac{1 + \left(\frac{t_n m_n}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0}}{1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0}\right)^{\alpha_0}},$$

$$A_{2n} = \frac{\alpha_0 \left(\frac{t_n}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0} m_n^{\alpha_0-1} \left(\rho_A^{-\alpha_0} \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0}\right) r_n + \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0}\right)^{\alpha_0}\right) l_n\right)}{\left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0}\right)^{\alpha_0}\right)^2},$$

$$A_{3n} = \frac{\alpha_0 \left(\frac{t_n}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0} m_n^{\alpha_0-1} \left(\rho_A^{-\alpha_0} \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\lambda_0}\right)^{\alpha_0}\right) l_n + \left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0}\right)^{\alpha_0}\right) r_n\right)}{\left(1 + \left(\frac{t_n m_n}{\rho_A \lambda_0}\right)^{\alpha_0}\right)^2}.$$

مانند نمودار RA-CUSUM بر اساس داده های فازی در بخش ۳ برای به دست آوردن حدود کنترلی، لازم است توزیع هسته ریسک (m_n) و پهنای چپ (l_n) و پهنای راست (r_n) را بدانیم، سپس با استفاده از شبیه سازی این حدود کنترلی به دست می آید.

۵ کاربرد مدل بر روی داده های واقعی

با استفاده داده های مقاله استینر و همکاران [۷] که نتایج عمل جراحی قلبی ۶۹۹۴ بیمار در سال های ۱۹۹۲-۱۹۹۸ میلادی در یک مرکز جراحی در انگلستان است؛ مدل معرفی شده بررسی می شود. در مجموع تعداد افراد فوت شده تا روز پس از عمل جراحی ۴۶۱ نفر با نرخ مرگ و میر ۶/۶ درصد بوده است و نمره پارسونت بیماران بر اساس مشخصات افراد از قبیل جنسیت، سن، سابقه بیماری و ... توسط متخصصین مربوطه

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی _____ ۴۴

مشخص شده است و می‌تواند متغیر توضیحی مناسبی جهت پیش‌بینی ریسک عمل جراحی بیماران باشد (برای توضیحات بیشتر به پارسونت [۱۷] مراجعه شود).
برای پیدا کردن پارامترهای مدل در فاز ۱ از داده‌های جمع‌آوری شده در دو سال اول ۱۹۹۲-۱۹۹۳ استفاده و شروع مدل در فاز ۲ از سال ۱۹۹۴ در نظر گرفته شده است.
پاسخ برآورده شده مدل رگرسیون لجستیک فازی (۷) به صورت زیر به دست آمد:

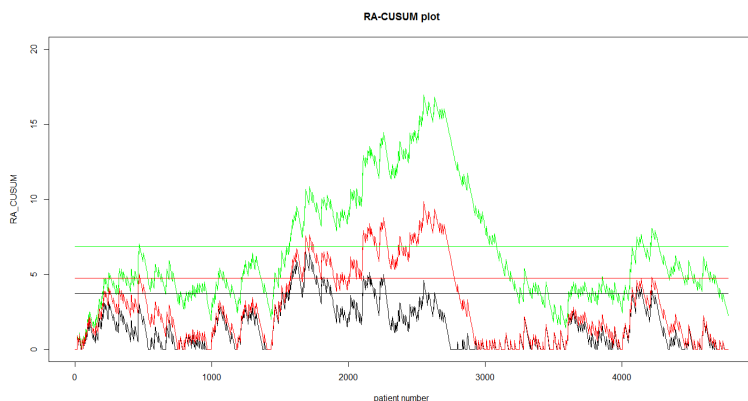
$$f_i(a) = -3/528 + 0/0554u_i,$$

$$f_i(s) = 0/1834 + 0/000014u_i,$$

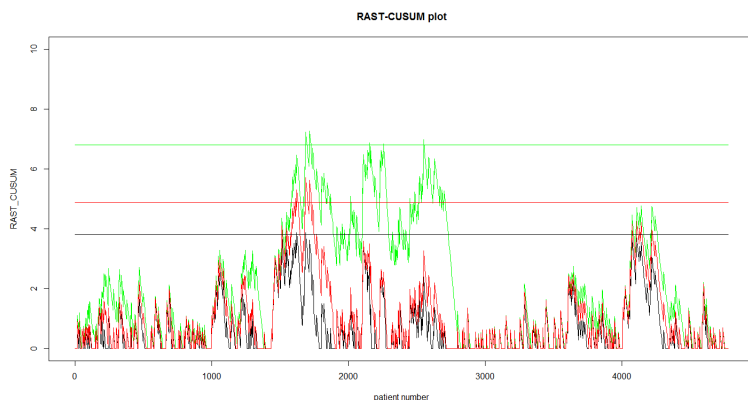
که در آن u_i نمره پارسونت بیمار i ام است. میزان نیکویی برازش مدل نیز $0/72$ به دست آمد که نشان می‌دهد مدل برازش جهت تعیین ریسک تقریباً مناسب است.
با فرض $10000 = \alpha$. حدود کنترلی با $0/85 = \alpha$ به صورت $h^+ (0/85) = 6/56$ و $h^- (0/85) = 3/53$ به دست آمد و در صورتی که $\alpha = 1$ آن‌گاه $h = 4/58$.
با استفاده از مدل RA-CUSUM بر اساس داده‌های فازی با فرض $Q_A = 2$ ، پسرفت عملکرد جراحان را بررسی می‌کنیم (شکل ۱).

برای رسم نمودار RAST-CUSUM بر اساس داده فازی نیاز به برآورد پارامترهای مدل است. با استفاده از داده‌های فاز ۱ این پارامترها به صورت $0/529 = \alpha_0$ و $30606 = \lambda_0$ برآورد شده‌اند.

با توجه به معادله (۵)، $\rho_A = 0/2697$ ، سپس با فرض $0/85 = \alpha$ و حدود کنترلی مشابه نمودار قبل، مدل رسم می‌شود (شکل ۲).



شکل ۱: نمودار RA-CUSUM بر اساس داده‌های فازی



شکل ۲: نمودار RAST-CUSUM بر اساس داده‌های فازی

همان‌طور که در شکل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود؛ هر دو نمودار در یک زمان هشدار داده‌اند که می‌تواند به علت بالا بودن نرخ سانسور باشد. این نرخ احتمال بیش از سی روز زنده ماندن بیمار با نمره پارسونت صفر است ($S_0(30)$) و هرچه کمتر باشد، نشان دهنده در دسترس بودن زمان بقا بیشتری از بیماران است. در نتیجه اطلاعات بیشتری برای رسم نمودار RAST-CUSUM خواهیم داشت و عملکرد این نمودار بهتر خواهد بود.

به طور کلی تغییر در نمودار پایدار نبوده، چراکه فرایند به وضعیت تحت کنترل برگشته است. اما این برگشت برای مدل RAST-CUSUM با سرعت بیشتری همراه بوده است. در هر دو شکل مشاهده می‌شود که زمانی که نمودار خارج از کنترل و یا به حدود

معرفی نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده بر اساس داده‌های فازی _____ ۴۶

کنترلی نزدیک است، فاصله بین S_n ، $S_n^+(0/85)$ و $S_n^-(0/85)$ زیاد است، اما در سایر موارد این سه تقریباً همگرا بوده و نزدیک به هم هستند. بنابراین تغییر در رفتار نمودار با استفاده از داده‌های فازی به راحتی مشهود است.

۶ نتیجه‌گیری

در این مقاله نمودارهای کنترل کیفی RA-CUSUM و RAST-CUSUM، جهت پایش عملکرد جراحان، معرفی و با هم مقایسه شد. با توجه به اینکه ریسک‌های قبل از اعمال جراحی بیماران با عباراتی نظیر کم، متوسط، زیاد و ... مشخص می‌شوند، بهتر است به صورت عدد فازی در نظر گرفته شوند. بنابراین در این حالت نمودارهای کنترل کیفی ریسک تعدیل شده خاصی برای پایش عملکرد جراحان لازم است. در این مطالعه، ضمن معرفی نمودارهای کنترل کیفی فوق، آن‌ها را برای داده‌های حاصل از اعمال جراحی بیماران قلبی رسم کرده و مقایسه نموده‌ایم و مشاهده شد که فاصله سه نمودار رسم شده بر اساس هسته اعداد فازی و α -برش‌های پایین و بالای آن، زمانی که نمودار خارج از کنترل است بیشتر شده و در سایر مواقع به هم نزدیک هستند که تغییر در رفتار نمودار را مشخص می‌کند.

مراجع

[۱] طاهری، م. و ماشین چی، م. (۱۳۸۷) مقدمه‌ای بر احتمال و آمار فازی، دانشگاه شهید باهنر، کرمان.

[۲] خدایی، ا. (۱۳۸۸) رگرسیون خطی فازی و کاربردهای آن در پژوهش‌های علوم اجتماعی، مجله مطالعات اجتماعی ایران.

[3] Atalik, G. and Senturk, S. (2018) A new approach for parameter estimation in fuzzy logistic regression. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, **15(1)**, 91-102.

- [4] Atashgar, K. and Alanchari, A. (2017) Improving the Quality of Surgical and Treatment Processes Using Cumulative Sum Control Charts: A Comprehensive and Applied Review, *Iranian Journal of Surgery*, **25(1)**, 100-126.
- [5] Gildeh, B. S. and Gien, D. (2002) A goodness of fit index to reliability analysis in fuzzy model. In 3rd WSEAS international conference on fuzzy sets and fuzzy systems, Interlaken, Switzerland.
- [6] Klein, J. P. and Moeschberger, M. L. (1997) Survival Analysis: Techniques for Censored and Truncated Data, *Springer*: New York, 373-400.
- [7] Lovegrove, J., Sherlaw-Johnson, C., Valencia, O. and Gallivan, S. (1999) Monitoring the Performance of Cardiac Surgeons, *Journal of the Operational Research Society*, **(50)**, 684-689.
- [8] Lovegrove, J., Valencia, O., Treasure, T., Sherlaw-Johnson, C. and Gallivan, S. (1997) Monitoring the result of Cardiac surgery by variable-life-adjusted display, *The Lancet*, **18 (350(9085))**, 1128-1130.
- [9] Montgomery, D. C. (1991) *Introduction to Statistical Quality Control*, Second Edition, John Wiley and Sons, New York.
- [10] Moustakides, G. V. (1986) Optimal Stopping times for detecting changes in distributions, *Annals of Statistics*, **(14)**, 1379-1387.
- [11] Namdari, M., Yoon, J. H., Abadi, A., Taheri, S. M. and Choi, S. H. (2015) Fuzzy logistic regression with least absolute deviations estimators, *Soft Computing*, **(19(4))**, 909-917.
- [12] Page, E. S. (1954) Continuous inspection Schemes, *Biometrika*, **(41)**, 100-115.

- [13] Parsonnet, V., Dean, D. and Bernstein, A. D. (1989) A method of uniform stratification of risks for evaluating the result surgery in acquired adult heart disease, *Circulation*, **779 (Supp11)** , 1-12.
- [14] Poloniecki, J., Valencia, O. and Littlejohns, P. (1998) Cumulative risk-adjusted mortality chart for detecting changes in death rate: Observational study of heart surgery, *British Medical Journal*, **(316)** , 1697-1700.
- [15] Pourahmad, S., Ayatollahi, S. M. T., Taheri, S. M. and Agahi, Z. H. (2011) Fuzzy logistic regression based on the least squares approach with application in clinical studies, *Computers and Mathematics with applications*, **(62)** , 3353-3365.
- [16] Sego, L. H. (2006) Ph.D. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, *Blacksburg, VA*.
- [17] Sego, L. H., Reynolds, MR. Jr. and Woodall, W. H. (2009) Risk-adjusted monitoring of survival times, *The journal of Statistics in Medicine*, **(28)** , 1389-1401.
- [18] Steiner, S. H., Cook, R. J., Farewell, V. T. and Treasure, T. (2000) Monitoring surgical performances using risk-adjusted cumulative sum charts, *Biostatistics*, **(1)** , 441-452.
- [19] Woodall, W. H. (2006) The Use of Control Charts in Health-Care and Public-Health Surveillance, *Journal of Quality Technology*, 89-104.