

نمودارهای کنترل شوهارت بر اساس کیفیت فازی

عباس پرچمی

دانشگاه شهید باهنر کرمان، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، بخش آمار

چکیده

کیفیت فازی که برای یک مشخصه کیفیت بر پایه‌ی مفهوم مجموعه‌های فازی مطرح می‌شود، در اغلب محیط‌های صنعتی قابل استفاده است. در این مقاله، پس از معرفی کیفیت فازی به تعمیم نمودارهای کنترل شوهارت مبتنی بر کیفیت فازی می‌پردازیم. نمودارهای تعمیم‌یافته در این مقاله متشکل از نمودار کنترل فازی تعداد اقلام معیوب، نمودار کنترل فازی نسبت اقلام معیوب و نمودار کنترل فازی تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی می‌باشند. وجه مشترک تمامی این نمودارها، استفاده از آماره‌ی تعداد اقلام معیوب/ناقص است که تابعی از یک مشخصه کیفی می‌باشد و البته این مشخصه کیفی، مبتنی بر کیفیت فازی بصورت کمی اندازه‌گیری می‌شود. وقتی استفاده از این نمودارهای کنترل فازی توجیه عملی دارد که درجه‌ی بی‌کیفیتی (میزان عیب/نقص) تمامی اقلام معیوب/ناقص با یکدیگر مساوی و یکسان نباشند. برای تفهیم بهتر مطالب از یک مثال کاربردی در انتهای این مقاله استفاده شده است.

Mathematics Subject Classification (2010): 62A86, Email: a_parchami@yahoo.com.

عبارات و کلمات کلیدی: کیفیت فازی، نمودار کنترل شوهارت، مقیاس کیفی.

۱۳۹۷ (انجمن سیستم‌های فازی ایران)

۱ مقدمه و مفاهیم اساسی

حدود کنترل بالا و پایین^۱ (حدود عمل) که به ترتیب با LCL و UCL نشان داده می‌شوند به عنوان توابعی از میزان تغییرپذیری طبیعی فرآیند، محدوده‌ای را تشکیل می‌دهند که در صورت تحت کنترل بودن فرآیند تولیدی، مقدار آماره‌ی مربوط به کیفیت کالاهای تولیدی، در داخل آن محدوده به صورت کاملاً تصادفی نوسان خواهد داشت. اگر یک مشخصه کیفیت به وسیله‌ی آماره‌ی W اندازه‌گیری شود و همچنین میانگین و انحراف معیار W به ترتیب μ_W و σ_W باشند، آن‌گاه مدل کلی نمودار کنترل شوهارت^۲ به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_W - k \sigma_W \\ CL &= \mu_W \\ UCL &= \mu_W + k \sigma_W \end{aligned} \quad (۱)$$

که در آن، فاصله‌ی حدود کنترل LCL و UCL از خط مرکزی^۳ CL ، k برابر انحراف معیار W در نظر گرفته شده است [۱، ۴]. پیش‌نیاز برقراری هر سیستم کنترل، فراهم کردن اطلاعات از طریق اندازه‌گیری متغیر تحت بررسی است. لذا بعد از تعیین متغیر تصادفی مورد نظر که مشخصه کیفیت را با آن نمایش می‌دهیم، باید یکی از دو نوع مقیاس زیر به منظور اندازه‌گیری و ثبت داده‌های مربوط به مشخصه کیفیت مورد نظر انتخاب گردد:

الف) مقیاس کیفی (وصفی): کیفیت کالا در مقیاس کیفی به صورت نظری و در قالب مرغوب یا نامرغوب ارزیابی و دسته‌بندی می‌شود. مثلاً عنوان می‌شود که رنگ کالا مطابق استاندارد نبوده و کالا نامرغوب است. **ب) مقیاس کمی:** کیفیت در مقیاس کمی به صورت پیوسته اندازه‌گیری می‌شود. مثلاً طول، جرم و دمای کالای تولیدی، هر کدام به عنوان یک مشخصه کیفیت، می‌توانند به وسیله‌ی یک مقیاس کمی اندازه‌گیری شوند.

می‌دانیم که دامنه‌ی مربوط به یک مشخصه‌ی کمی معمولاً بازه‌ای پیوسته در نظر گرفته می‌شود و این متغیر با توجه به ماهیتش می‌تواند بطور پیوسته در این محدوده تغییر کند. لذا مقادیر ثبت شده از یک متغیر کمی حاوی اطلاعات زیاد و دقیقی از متغیر مربوطه می‌باشند. اما در مقابل، مقادیر مشاهده شده از یک

^۱Upper and Lower Control Limits

^۲Shewhart control chart

^۳Center line

متغیر کیفی که به کمک یک مقیاس کیفی (وصفی) اندازه‌گیری شده باشند، اطلاعات بسیار کمی را از متغیر مربوطه در بر دارند؛ زیرا این متغیرها تنها مجاز به اختیار کردن دو مقدار صفر و یک (که بترتیب به منزله‌ی خوب/بد، با کیفیت/بی‌کیفیت، قابل قبول/غیرقابل قبول، و یا سالم/معیوب هستند) می‌باشند. در این مقاله سعی شده است تا این کمبود اطلاعات نهفته در داده‌های متغیر کیفی، به کمک تعمیمی بر نمودارهای کیفی کنترل که بر اساس نظریه‌ی مجموعه‌های فازی مطرح شده است، برطرف گردد. بدین منظور، در بخش ۲ قصد داریم تا نگاهی به مفهوم کیفیت فازی برای استفاده در نمودارهای کنترل شوهارت بیان‌داریم. در بخش ۳، نمودارهای کنترل کیفیت فازی را مبتنی بر کیفیت فازی تعمیم می‌دهیم و سپس حدود کنترل آنها را در بخش ۴ بر اساس داده‌ها برآورد می‌کنیم. بخش ۵ شامل یک مثال کاربردی بر اساس کیفیت فازی است.

۲ کیفیت فازی

حدود مشخصه‌ی فنی بالا و پایین^۴ که به ترتیب با USL و LSL نشان داده می‌شوند، پراکندگی مجاز مشخصه کیفیت در محصول را تعیین می‌کنند و معمولاً به وسیله‌ی مهندسان ساخت، مشتری و یا طراحان محصول برای رسیدن به هدف مشخصی تعیین می‌گردند. گفتنی است که این حدود بدون در نظر گرفتن کیفیت عوامل تولیدی و حدود کنترل تعیین می‌شوند. اگر مقدار مشخصه کیفیت اندازه‌گیری شده‌ی یک قلم محصول تولیدی با استانداردها و حدود مشخصه فنی تطابق داشته باشد (متعلق به بازه‌ی $[LSL, USL]$ باشد)، آن‌گاه آن محصول سالم و در غیر این صورت محصول معیوب شناخته می‌شود. از این رو می‌توان درجه کیفیت و درجه بی‌کیفیتی مقدار مشخصه کیفیت x را به ترتیب با توابع $Q(x)$ و $N(x) = 1 - Q(x)$ نشان داد که در آنها

$$Q(x) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } x \in [LSL, USL] \\ 0 & \text{اگر } x \notin [LSL, USL] \end{cases} \quad (۲)$$

تابع نشانگر بازه‌ی $[LSL, USL]$ است (شکل ۱ را ملاحظه کنید).

مشخصه‌ی کیفیت X با مجموعه‌ی مرجع (دامنه‌ی) χ را در نظر بگیرید. همان طور که مطرح شد، کیفیت معمولی (غیرفازی) بوسیله‌ی بازه‌ی $[LSL, USL]$ مشخص می‌شود که می‌توان آن را با تابع نشانگر $I_{[LSL, USL]}(x)$ نیز نمایش داد. برای یک کالای خاص با حدود مشخصه‌ی معلوم، $x \in$

⁴Upper and Lower Specification Limits

$[LSL, USL]$ (یا به طور معادل $I_{[LSL, USL]}(x) = 1$)، به معنای باکیفیت بودن آن کالا است و در مقابل $I_{[LSL, USL]}(x) = 0$ به معنای بی‌کیفیتی آن کالا است. همانند هر مجموعه‌ی فازی که بوسیله‌ی تابع عضویتش تعریف و مشخص می‌شود، کیفیت فازی نیز بوسیله‌ی تابع عضویتش، که تعمیمی از تابع نشانگر $I_{[LSL, USL]}(x)$ است، تعریف می‌شود [۸].

تعریف ۱۰۲. تابع عضویت کیفیت فازی \tilde{Q} ^۵ تابعی از χ به بازه‌ی $[0, 1]$ است به طوری که اگر x مقدار مشخصه کیفیت مشاهده شده برای یک کالا باشد آن‌گاه $\tilde{Q}(x)$ میزان کیفیت آن کالا را نشان دهد. به عبارت دیگر، $\tilde{Q} \in F(\chi)$ کیفیت فازی برای مشخصه کیفیت X است اگر و تنها اگر $\tilde{Q}(x)$ نشان دهنده‌ی میزان کیفیت آن کالا به ازای هر $x \in \chi$ باشد که در آن $F(\chi)$ مجموعه تمام مجموعه‌های فازی روی χ است.

بنابراین در کیفیت فازی، مقدار $\tilde{Q}(x)$ میزان کیفیت یک قلم محصولی می‌باشد که مشخصه کیفیت آن برابر x است و مقدار $\tilde{Q}(x) = 1 - \tilde{N}(x)$ میزان بی‌کیفیتی آن محصول می‌باشد (شکل ۲ را ملاحظه کنید).

در کیفیت فازی حالت‌های بیشتری نسبت به دو حالت محدود صفر و یک (سالم و معیوب) می‌توان برای کیفیت یک محصول در نظر گرفت و بر اساس نمودارهای کنترل قضاوت منصفانه‌تری در مورد تحت کنترل بودن یک فرایند تولیدی ارائه نمود. در واقع اگر ملاک کیفیت فازی را در رسم نمودار کنترل یک فرایند لحاظ کنیم، آن‌گاه داده‌های ثبت شده برای مشخصه‌ی کیفیت (که در حقیقت درجات عضویت به مجموعه کیفیت فازی \tilde{Q} می‌باشند) حاوی اطلاعات بیشتری، نسبت به کیفیت غیرفازی هستند. زیرا در این حالت، دیگر داده‌های ثبت شده لزوماً مقادیر صفر یا یک نبوده و مجازند تا هر عددی از بازه‌ی $[0, 1]$ را به عنوان درجه‌ی کیفیت کالا اختیار کنند و همین موضوع سبب ارتقاء ارزش داده‌های ثبت شده برای یک متغیر کیفی در حالت کیفیت فازی می‌گردد. بدیهی است که استنتاج به کمک این داده‌ها و بر اساس نمودارهای کنترل شوهارت، جهت بررسی تحت کنترل بودن و یا تحت کنترل نبودن فرایند، بسیار معتبرتر از روش‌های سنتی و متداول خواهد بود. در بخش بعد روش رسم این گونه نمودارهای کنترل و محاسبه‌ی حدود کنترل برای این نمودارها را مورد بحث قرار می‌دهیم.

⁵Fuzzy Quality

۳ نمودارهای کنترل کیفیت فازی

برخی از نمودارهای کنترل شوهارت مبتنی بر آماره‌ای ترسیم می‌شوند که مفهوم «تعداد» را در بر دارد. بعنوان نمونه می‌توان به نمودار کنترل تعداد اقلام معیوب (نمودار کنترل np) و همچنین نمودار کنترل تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی (نمودار کنترل C) اشاره کرد. در کیفیت معمولی و غیر فازی، مفهوم «تعداد» را می‌توان به کمک مفهوم تابع نشانگر بصورت زیر بازنویسی نمود. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه‌ی تصادفی n تایی از مشخصه‌ی کیفی X باشد، آن‌گاه با در نظر گرفتن مفهوم کیفیت غیر فازی که در بخش ۲ معرفی شد، $N(X_1), \dots, N(X_n)$ نیز یک نمونه تصادفی n تایی از متغیر تصادفی $N(X)$ است بطوریکه به ازای $i = 1, \dots, n$ داریم $N(X_i) \in \{0, 1\}$. در این صورت می‌توان تعداد بی‌کیفیتی‌ها (مثلاً تعداد نقص‌ها، یا تعداد اقلام معیوب) در یک نمونه‌ی تصادفی n تایی را بصورت مجموع n عدد صفر یا یک (که بترتیب نشانگر باکیفیتی و بی‌کیفیتی کالاها می‌باشند)، یعنی $\sum_{i=1}^n N(X_i)$ ، نشان داد. بر اساس این ترفند که معمولاً برای تعمیم تعاریف معمولی به تعاریف فازی متداول و شایع است، قضیه زیر خط مرکزی و حدود کنترل نمودارهای کنترل شوهارت را مبتنی بر کیفیت فازی تعمیم می‌دهد. این تعمیم برای حالتی است که آماره‌ی نمودارهای کنترل بر اساس مشخصه کیفیتی با مفهوم «تعداد» باشد.

قضیه ۱.۳. فرض کنید مشخصه‌ی کیفی X به وسیله‌ی آماری W ، که به نوعی مفهوم تعداد را در بر دارد، اندازه‌گیری می‌شود. در این صورت، مدل کلی حدود کنترل و خط مرکزی در نمودارهای کنترل شوهارت مبتنی بر کیفیت فازی \tilde{Q} به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} LCL &= n \left(1 - \mu_{\tilde{Q}} - k \frac{\sigma_{\tilde{Q}}}{\sqrt{n}} \right) \\ CL &= n \left(1 - \mu_{\tilde{Q}} \right) \\ UCL &= n \left(1 - \mu_{\tilde{Q}} + k \frac{\sigma_{\tilde{Q}}}{\sqrt{n}} \right) \end{aligned} \quad (۳)$$

که در آنها

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{Q}} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{Q}(x) f(x) dx \\ \sigma_{\tilde{Q}} &= \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [\tilde{Q}(x) - \mu_{\tilde{Q}}]^2 f(x) dx \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (۴)$$

و f تابع چگالی احتمال مشخصه کیفیت X است. در صورتی که مشخصه کیفی X گسسته باشد، f تبدیل به تابع جرم احتمال و در نتیجه انتگرال‌های فوق به مجموع‌یابی تبدیل می‌شوند.

اثبات. در حالتی که کیفیت بوسیله مجموعه فازی $\tilde{N} = 1 - \tilde{Q}$ تعریف شود، متغیر تصادفی $\tilde{N}(X_i) \in [0, 1]$ میزان و درجه‌ی بی‌کیفیتی i امین عضو از نمونه تصادفی را نشان می‌دهند و در نتیجه می‌توان مجموع درجات بی‌کیفیتی‌ها در نمونه‌ی n تایی را بوسیله‌ی آماره‌ی

$$\tilde{W} = \sum_{j=1}^n \tilde{N}(X_j) = \sum_{j=1}^n (1 - \tilde{Q}(X_j)) \quad (5)$$

که تعمیم یافته‌ی آماره‌ی تعداد بی‌کیفیتی‌ها (W) است، نشان داد. به عبارت دیگر، تعداد بی‌کیفیتی‌ها برابر مجموع درجات عضویت به مجموعه‌ی فازی کالاها بی‌کیفیت (و یا مجموع درجات عدم عضویت به مجموعه‌ی فازی کالاها باکیفیت \tilde{Q}) است. توجه داشته باشید که تعداد بی‌کیفیتی‌ها (نقص‌ها یا معایب) با نماد $w_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$ و مجموع درجات بی‌کیفیتی‌ها با نماد $\tilde{w}_i \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ نشان داده شده‌اند بطوریکه \mathbb{R}^+ و \mathbb{Z}^+ بترتیب مجموعه‌های اعداد صحیح مثبت و اعداد حقیقی مثبت هستند.

بنابراین به منظور محاسبه‌ی حدود کنترل نمودارهای کنترل شوهارت که مبتنی بر نظریه مجموعه‌های فازی می‌باشند، کافی است در فرمول‌های کلی حدود نمودار کنترل از آماره‌ی \tilde{W} بجای W استفاده شود. در نتیجه با توجه به فرمول (۱)، می‌توان ادعا کرد که فاصله‌ی حد کنترل پایینی از خط مرکزی k برابر انحراف معیار آماره‌ی \tilde{W} است و حد کنترل پایینی نمودار کنترل شوهارت برای این آماره برابر است با

$$\begin{aligned} LCL &= \mu_{\tilde{W}} - k \sigma_{\tilde{W}} \\ &= E \left[\sum_{j=1}^n (1 - \tilde{Q}(X_j)) \right] \\ &\quad - k \sqrt{\text{Var} \left[\sum_{j=1}^n (1 - \tilde{Q}(X_j)) \right]} \\ &= n - E \left[\sum_{j=1}^n \tilde{Q}(X_j) \right] - k \sqrt{\text{Var} \left[\sum_{j=1}^n \tilde{Q}(X_j) \right]} \\ &= n - n E [\tilde{Q}(X)] - k \sqrt{n \text{Var} [\tilde{Q}(X)]} \end{aligned}$$

$$= n \left(1 - \mu_{\tilde{Q}} - k \frac{\sigma_{\tilde{Q}}}{\sqrt{n}} \right)$$

که در آن $\mu_{\tilde{Q}}$ و $\sigma_{\tilde{Q}}$ بترتیب میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی $\tilde{Q}(X)$ است و بنابراین از روابط (۴) بدست می‌آیند. خط مرکزی و حد کنترل بالایی نمودار نیز به روش مشابه قابل محاسبه می‌باشند. □

نکته ۲.۳. در قضیه ۱.۳، حدود کنترل نمودارهای فازی به نحوی معرفی شده‌اند که آماره‌ی آنها مبتنی بر یک مشخصه‌ی کیفی بوده و به مفهوم «تعداد» نیز است؛ مانند نمودار کنترل فازی تعداد ارقام معیوب، نمودار کنترل فازی نسبت ارقام معیوب و نمودار کنترل فازی تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی، که از این پس جهت سهولت ما آنها را بترتیب با نمودارهای کنترل $\tilde{n}\bar{p}$ ، \tilde{p} و \tilde{C} نشان می‌دهیم.

نکته ۳.۳. اگر کیفیت به صورت معمولی و غیرفازی در نظر گرفته شود، یعنی تابع عضویت مجموعه‌ی فازی کالاهای باکیفیت تابع نشانگر Q در نظر گرفته شود، آنگاه بوسیله این تابع نشانگر محصولات در دو گروه سالم و معیوب ارزشیابی و دسته‌بندی شده و مجموع درجات بی‌کیفیتی‌ها یعنی آماره‌ی $\tilde{W} = \sum_{j=1}^n (1 - \tilde{Q}(X_j))$ تبدیل به آماره‌ی W یعنی تعداد بی‌کیفیتی‌ها (تعداد نقص‌ها/معیوب‌ها) در فرایندهای غیرفازی می‌شود. از آنجا که اساس معرفی حدود کنترل در قضیه ۱.۳ جایگذاری آماره‌ی \tilde{W} بجای آماره‌ی W است، لذا می‌توان ادعا کرد که در کیفیت غیرفازی، نمودارهای کنترل معرفی شده‌ی \tilde{p} ، $\tilde{n}\bar{p}$ ، \tilde{C} ، بترتیب تبدیل به نمودارهای کنترل معمولی و متداول p ، np و C می‌شوند [۱].

۴ برآورد حدود کنترل و خط مرکزی مبتنی بر کیفیت فازی

در این بخش قصد داریم تا بر اساس قضیه ۱.۳، روند برآورد حدود کنترل و همچنین روش رسم نمودارهای کنترل فازی \tilde{p} ، $\tilde{n}\bar{p}$ و \tilde{C} را به طور دقیق‌تر و مبتنی بر کیفیت فازی \tilde{Q} بررسی کنیم.

۱.۴ نمودار کنترل فازی تعداد ارقام معیوب (نمودار کنترل $\tilde{n}\bar{p}$)

تعداد ارقام معیوب (بی‌کیفیت) را از یک زمان به زمان دیگر، یا از یک نمونه به نمونه‌ی دیگر، می‌توان بر روی نمودار کنترل $\tilde{n}\bar{p}$ و بر اساس کیفیت فازی رسم کرد. تنها وقتی استفاده از نمودار کنترل $\tilde{n}\bar{p}$ بجای

نمودار کنترل np در عمل توجیه دارد که درجه‌ی بی‌کیفیتی (میزان عیب) تمامی اقلام معیوب از دیدگاه کاربر مساوی و یکسان نباشد. برای رسم نمودار کنترل \widehat{np} بر اساس اطلاعات m نمونه‌ی n تایی، کفایت نقاط (i, \tilde{w}_i) را به ازای $i = 1, 2, \dots, m$ بر روی یک نمودار دوبعدی رسم کرده و سپس این نقاط را متوالیاً به یکدیگر متصل سازیم بطوریکه

$$\tilde{w}_i = \sum_{j=1}^n \tilde{N}(x_{ij}) = \sum_{j=1}^n (1 - \tilde{Q}(x_{ij})) \quad (6)$$

مجموع درجات بی‌کیفیتی در نمونه‌ی i ام، مقدار مشخصه کیفیت مربوط به i امین عضو نمونه‌ی i ام، و \tilde{Q} تابع عضویت کیفیت فازی است. به این ترتیب، اگر تمامی نقاط رسم شده بین حدود کنترل قرار داشته و هیچ‌گونه رفتار دوره‌ای/سیستماتیکی از خود نشان ندهند، آن‌گاه می‌توان تحت کنترل بودن آماری مربوطه را نتیجه گرفت و در غیر اینصورت فرایند از کنترل خارج بوده و نیازمند اقدامات اصلاحی است.

نکته‌ی قابل توجه آن است که x در فرمول‌های (۴) تعداد اقلام معیوب نیست بلکه مشخصه کیفیت (مثلاً طول خَش یا مساحت لکه بر بدنه‌ی کالای تولیدی) است. اگر چه تابع چگالی احتمال این مشخصه کیفیت (یعنی $f(x)$) برای کاربران معمولاً مجهول است، اما برای ترسیم نمودار کنترل شوهارت و تشخیص حدود کنترل تنها کفایت مقادیر میانگین و انحراف معیار $\tilde{Q}(X)$ که در قضیه ۱.۳ با $\mu_{\tilde{Q}}$ و $\sigma_{\tilde{Q}}$ نمادین شده‌اند را بر اساس داده‌ها برآورد کرد که این کار توسط روابط

$$\begin{aligned} \overline{\tilde{Q}} &= \sum_{i=1}^m \overline{\tilde{Q}_i} / m \\ s_{\tilde{Q}} &= \sqrt{\sum_{i=1}^m s_{\tilde{Q}_i}^2 / m} \end{aligned} \quad (7)$$

به راحتی انجام‌پذیر است بطوریکه $\overline{\tilde{Q}_i} = \frac{\sum_{j=1}^n \tilde{Q}(x_{ij})}{n}$ و $s_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [\tilde{Q}(x_{ij}) - \overline{\tilde{Q}_i}]^2}{n-1}}$ به ترتیب برآوردهای میانگین و انحراف معیار i امین نمونه هستند. لذا با توجه به قضیه ۱.۳، برآورد حدود کنترل نمودار \widehat{np} برابرند با

$$\begin{aligned} \widehat{LCL} &= n \left(1 - \overline{\tilde{Q}} - k \frac{s_{\tilde{Q}}}{\sqrt{n}} \right) \\ \widehat{CL} &= n \left(1 - \overline{\tilde{Q}} \right) \\ \widehat{UCL} &= n \left(1 - \overline{\tilde{Q}} + k \frac{s_{\tilde{Q}}}{\sqrt{n}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

۲.۴ نمودار کنترل فازی نسبت اقلام معیوب (نمودار کنترل \bar{p})

بر اساس کیفیت فازی، نسبت و یا درصد اقلام معیوب را از یک نمونه به نمونه‌ی دیگر می‌توان بر روی نمودار کنترل فازی نسبت اقلام معیوب رسم کرد. برای رسم نمودار کنترل \bar{p} بر اساس اطلاعات m نمونه‌ی n تایی، باید نقاط $(i, \frac{\bar{w}_i}{n})$ را به ازای $i = 1, 2, \dots, m$ بر روی نمودار رسم کرده و سپس این نقاط را متوالیاً به یکدیگر متصل کنیم بطوریکه \bar{w}_i مجموع درجات بی‌کیفیتی در نمونه‌ی i ام است و مطابق رابطه‌ی (۶) بدست می‌آید.

برای محاسبه‌ی حدود کنترل نمودار فازی نسبت اقلام معیوب (نمودار کنترل \bar{p})، کافی است تا حدود نمودار کنترل \bar{np} را بر حجم نمونه یعنی n تقسیم کنیم تا حدود نمودار کنترل \bar{p} بدست آیند. بنابراین در این حالت برآورد حدود کنترل و خط مرکزی نمودار \bar{p} بصورت زیر می‌باشند که در آن‌ها \bar{Q} و $s_{\bar{Q}}$ از روابط (۷) بدست می‌آیند

$$\begin{aligned}\widehat{LCL} &= 1 - \bar{Q} - k \frac{s_{\bar{Q}}}{\sqrt{n}} \\ \widehat{CL} &= 1 - \bar{Q} \\ \widehat{UCL} &= 1 - \bar{Q} + k \frac{s_{\bar{Q}}}{\sqrt{n}}\end{aligned}\quad (9)$$

گفتنی است که در مراجع [۵، ۶] ایده‌ی مشابه قضیه ۱.۳ اما فقط برای نمودار کنترل \bar{p} مطرح شده است.

۳.۴ نمودار کنترل فازی تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی (نمودار کنترل \bar{C})

گاهی ممکن است وجود نقص در محصول آن را از «سالم» بودن نیندازد، بلکه کیفیت آن را کاهش دهد، مثلاً وجود مقداری ناصافی یا لک در بدنه اتومبیل موجب رد شدن آن نمی‌شود ولی کیفیت آن را پایین می‌آورد. وجود زدگی در پارچه یا کاشی نمونه‌های دیگری از این نوع مشخصه می‌باشند. در چنین مواردی معمولاً از نمودارهای کنترل تعداد نقص‌ها استفاده می‌شود که در آن تمامی نقص‌ها هم‌ارزش و یکسان در نظر گرفته شده و تحت کنترل بودن آماره‌ی تعداد نقص‌ها که از توزیع پواسون تبعیت می‌کند بوسیله‌ی نمودار کنترل بررسی می‌شود (برای توضیح بیشتر، به بخش ۲-۲-۳ از [۱] مراجعه کنید). این در حالی است که اهمیت این نقص‌ها از دید مصرف‌کننده و تولیدکننده در عمل معمولاً یکسان نبوده و لذا در چنین مواردی بکارگیری نمودار کنترل \bar{C} مبتنی بر کیفیت فازی، به جای نمودار کنترل C ، موجه جلوه می‌کند.

برای کنترل تعداد نواقص، ابتدا لازم است تا یک واحد بازرسی تعریف و انتخاب گردد. واحد بازرسی عبارت است از میزان ثابتی از خروجی یک سیستم تولیدی که باید به طور منظم مورد بازرسی قرار گیرد. به طور مثال برای شمارش تعداد نقص‌ها در سیستم‌های تولیدی پیوسته مانند خط تولید رول‌های کاغذ، سیم و یا پارچه، ممکن است واحد بازرسی برابر $4m$ ، $6cm$ و یا $12m^2$ در نظر گرفته شود.

پس از معرفی و تعیین واحد بازرسی، برای رسم نمودار کنترل \bar{C} بر اساس اطلاعات m واحد بازرسی، کفایست نقاط (i, \bar{w}_i) را به ازای $m, 2, 1, \dots, i$ بر روی صفحه رسم و به یکدیگر متصل کنیم که در آن

$$\bar{w}_i = \sum_{j=1}^{w_i} \bar{N}(x_{ij}) = \sum_{j=1}^{w_i} (1 - \bar{Q}(x_{ij}))$$

مجموع درجات بی‌کیفیتی (نقص) در واحد بازرسی i ام، x_{ij} مقدار مشخصه کیفیت مربوط به i امین نقص در واحد بازرسی i ام، و w_i تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی i ام می‌باشد که در بخش ۲-۲-۳ از [۱] با نماد c_i نشان داده شده است. به این ترتیب، اگر تمامی نقاط رسم شده بین حدود کنترل قرار داشته و هیچ گونه رفتار دوره‌ای از خود نشان ندهند، آنگاه می‌توان تحت کنترل بودن مجموع درجات بی‌کیفیتی‌ها (تعداد نقص‌ها) را نتیجه گرفت و در غیر این‌صورت فرایند از کنترل خارج بوده و نیازمند اقدامات اصلاحی است.

توجه داشته باشید که برای این نمودار x در فرمول‌های (۴) تعداد نقص‌ها نیست بلکه مشخصه کیفیت (مثلاً مساحت لکه بر بدنه‌ی کالای تولیدی) است. اگر چه تابع چگالی احتمال این مشخصه کیفیت برای کاربران معمولاً مجهول است، اما برای ترسیم نمودار کنترل شوهارت و تشخیص حدود کنترل تنها کفایست مقادیر میانگین و انحراف معیار $\bar{Q}(X)$ را بر اساس داده‌ها به کمک روابط (۷) برآورد کرد که در آن‌ها $s_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{w_i} [\bar{Q}(x_{ij}) - \bar{Q}_i]^2}{w_i - 1}}$ و $\bar{Q}_i = \frac{\sum_{j=1}^{w_i} \bar{Q}(x_{ij})}{w_i}$ در واحد بازرسی i ام هستند. بنابراین با توجه به قضیه ۱۰۳، برآورد حدود کنترل و خط مرکزی نمودار \bar{C} برابر است با

$$\begin{aligned} \widehat{LCL} &= n \left(1 - \bar{Q} - k \frac{s_{\bar{Q}}}{\sqrt{n}} \right) \\ \widehat{CL} &= n \left(1 - \bar{Q} \right) \\ \widehat{UCL} &= n \left(1 - \bar{Q} + k \frac{s_{\bar{Q}}}{\sqrt{n}} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

۵ مثال کاربردی

در یک کارخانه سازنده ابزارهای دقیق، درصد زیاد ضایعات برای قطعات ساخته شده در کارگاه ماشینکاری، حاکی از لزوم بررسی علل مشکل بوده است. از آنجا که بیشتر ضایعات مربوط به اندازه‌ها از نوع ابعادی بودند و از لحاظ درجه‌ی اهمیت (از دیدگاه مصرف‌کننده و تولیدکننده) یکسان نبودند، تصمیم گرفته شده که پس از معرفی و تعیین دقیق کیفیت فازی، تحت کنترل بودن تعداد اقلام معیوب به کمک نمودار کنترل شوهارت بررسی شود. پس از بررسی‌های لازم، اندازه‌ی عرض یک شکاف که به وسیله عملیات فرزکاری در مرحله‌ی نهایی ماشینکاری ایجاد می‌گردد، به عنوان مشخصه کیفیت انتخاب شد. مهندسان طراح به خاطر اهمیت لزوم انطباق این قطعه با قطعه دیگر، مجموعه قطعات تولیدی باکیفیت را به وسیله مجموعه فازی \tilde{Q} ، که با تابع عضویت ذوزنقه‌ای زیر مشخص می‌شود، تعریف کردند (شکل ۳). به عبارت دیگر با نگاهی منعطف از لحاظ کیفیتی، لازم است تا عرض شکاف حداقل به اندازه‌ی تقریباً ۰.۸۷ و اینچ و حداکثر به اندازه‌ی تقریباً ۰.۸۸ و اینچ باشد.

$$\tilde{Q}(x) = \begin{cases} \frac{x - 0.8700}{0.0035} & 0.8700 < x < 0.8735 \\ 1 & 0.8735 \leq x \leq 0.8765 \\ \frac{0.8800 - x}{0.0035} & 0.8765 < x < 0.8800 \\ 0 & \text{در سایر نقاط} \end{cases} \quad (11)$$

همچنین تصمیم گرفته شد که بعد از هر ۲۰ قطعه‌ی تولیدی یک قطعه انتخاب و عرض شکاف آن به وسیله‌ی میکرومتر و بر حسب اینچ اندازه‌گیری و سپس ثبت شود. به خاطر بعضی ملاحظات عملی از جمله تعداد کم پرسنل بازرسی، هر نمونه‌ی بازرسی متشکل از تعداد پنج عدد کالای انتخابی از خط تولید در نظر گرفته شد. از یک سو با توجه به حجم کم نمونه‌ها و از سوی دیگر برای کمتر شدن خطای محاسباتی و افزایش دقت نمودار کنترل، تصمیم گرفته شد که از نمودار کنترل فازی \tilde{np} استفاده گردد. اندازه‌های واقعی ۲۷ نمونه‌ی پنج‌تایی در جدول ۱ ثبت شده است. درجات کیفیت این مشاهدات، بوسیله‌ی کیفیت فازی معرفی شده در رابطه (۱۱) محاسبه و در جدول ۲ درج شدند. همچنین برای هر نمونه، مقادیر مشاهده شده‌ی آماره‌های میانگین $\bar{Q}_i = \frac{\sum_{j=1}^n \tilde{Q}(x_{ij})}{n}$ ، انحراف معیار $s_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [\tilde{Q}(x_{ij}) - \bar{Q}_i]^2}{n-1}}$ و تعداد اقلام معیوب (یا مجموع درجات بی‌کیفیتی) $\tilde{w}_i = \sum_{j=1}^n (1 - \tilde{Q}(x_{ij}))$ به ازای $i = 1, \dots, 27$ محاسبه و در جدول ۲ نیز درج شدند.

در عمل براساس ۲۷ نمونه‌ی ۵ تایی اخذ شده از فرایند و پس از برآورد پارامترهای مجهول $\mu_{\bar{Q}}$ و $\sigma_{\bar{Q}}$ به وسیله‌ی آماره‌های $\bar{Q} = \sum_{i=1}^{27} \bar{Q}_i / 27 = 0.7043$ و $s_{\bar{Q}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{27} s_i^2 / 27} = 0.3597$ ، به یاری قضیه ۱.۳ و روابط (۸) حدود کنترل (حدود سه برابر انحراف معیار) نمودار کنترل \bar{np} بصورت زیر برآورد شدند

$$\begin{aligned} \widehat{LCL} &= 5 \left(1 - 0.7043 - 3 \frac{0.3597}{\sqrt{5}} \right) = -0.9344 \\ \widehat{CL} &= 5 (1 - 0.7043) = 1.4785 \\ \widehat{UCL} &= 5 \left(1 - 0.7043 + 3 \frac{0.3597}{\sqrt{5}} \right) = 3.8914 \end{aligned}$$

با توجه به ماهیت آماره تعداد اقلام معیوب (آماره مجموع درجات بی‌کیفیتی‌ها) و چون حد کنترل پایین در این نمودار کمتر از صفر محاسبه گردید آن را برابر با صفر قرار می‌دهیم، یعنی $\widehat{LCL} = 0$. بنابراین در حقیقت، نمودار کنترل رسم شده در شکل ۴ فقط دارای حد کنترل بالا است. همچنین با توجه به قضیه ۱.۳، حدود هشدار^۶ (حدود دو برابر انحراف معیار) برای نمودار کنترل فازی \bar{np} بصورت زیر برآورد شدند

$$\begin{aligned} \widehat{LWL} &= 5 \left(1 - 0.7043 - 2 \frac{0.3597}{\sqrt{5}} \right) = -0.1301 \\ \widehat{UWL} &= 5 \left(1 - 0.7043 + 2 \frac{0.3597}{\sqrt{5}} \right) = 3.0871 \end{aligned}$$

و در نتیجه بطور مشابه، حد هشدار پایینی برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. نمودار کنترل \bar{np} برای ۲۷ نمونه اول و بر پایه کیفیت فازی دوزنقه‌ای در شکل ۴ رسم شده است که نشانگر وضع مناسب کنترل تعداد اقلام معیوب (مجموع درجات بی‌کیفیتی‌ها) در فرایند تولید بوده و به نظر می‌رسد که اندازه‌های به دست آمده تحت کیفیت فازی نتیجه‌ی یک سیستم با علل کاملاً تصادفی می‌باشند.

۶ نتیجه‌گیری و نکات پایانی

یکی از مفروضات اصلی برای رسم نمودارهای کنترل کیفیت غیرفازی p ، np و C هم‌ارزش و یکسان فرض کردن تمامی معایب/نواقص است و بر اساس همین فرض تنها تعداد معایب/نواقص به عنوان آماره‌ای برای برپایی نمودار کنترل در نظر گرفته می‌شود. ولی در عمل ممکن است با حالت‌هایی مواجه شویم که در آن‌ها

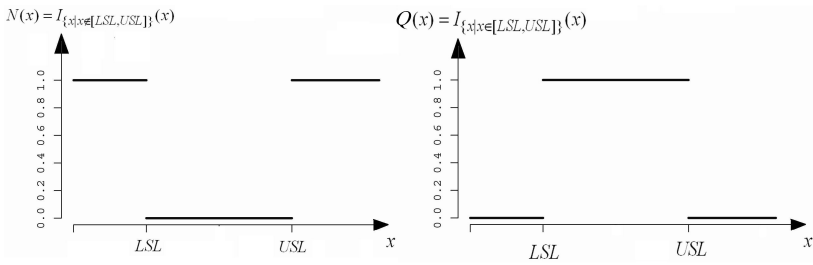
^۶Upper and Lower Warning Limits

برقراری این فرض اولیه غیرمنطقی و نادرست باشد. بدیهی است که در چنین مواقعی، نمودارهای کنترل غیرفازی فوق‌کارایی خود را از دست داده و نیاز به روش‌های جایگزین دارند. به عنوان یک روش جایگزین، می‌توان به نمودارهای کنترل کیفیت فازی مطرح شده در این مقاله اشاره کرد که در آن‌ها درجات بی‌کیفیتی‌ها (مقادیر معایب/نواقص) برای تمامی اقلام معیوب/ناقص با یکدیگر مساوی و یکسان در نظر گرفته نمی‌شوند. از طرفی در نمودارهای پیشنهادی برای کنترل کیفیت فازی، نیازی به مفروضات اولیه در خصوص توزیع مشخصه کیفیت نیست و از این رو می‌توان ادعا کرد که نمودارهای کنترل کیفیت فازی مطرح شده در این مقاله در رده‌ی نمودارهای کنترل استوار^۷ قرار دارند و لذا این موضوع یکی از نقاط قوت روش پیشنهادی نسبت به نمودارهای کنترل غیرفازی به شمار می‌آید.

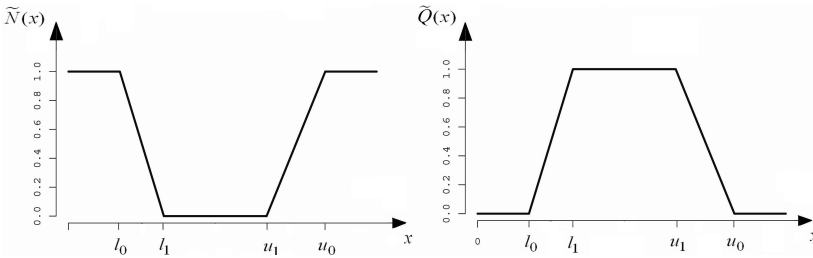
در برخی موارد ممکن است کاربرد قصد کنترل همزمان چند مشخصه کیفی وابسته را با یکدیگر داشته باشد. در این موارد نیز بحث مطرح شده در این مقاله بصورت زیر قابل تعمیم است. برای این منظور در ابتدا، برای هر مشخصه کیفی باید یک مجموعه فازی بر روی دامنه‌ی هر مشخصه کیفیت تعریف شود. سپس به کمک این مجموعه‌های فازی، یک مجموعه فازی که دامنه آن مجموعه حاصلضرب دکارتی دامنه‌های تمامی مشخصه‌های کیفیت و برد آن بازه $[0, 1]$ است، باید به عنوان مجموعه فازی کالاهای باکیفیت معرفی گردد. به عنوان نمونه، تابع عضویت این مجموعه فازی نهایی می‌تواند بصورت $\tilde{Q}(x_1, \dots, x_r) = \prod_{i=1}^r \tilde{Q}_i(x_i)$ تعریف شود که در آن $\tilde{Q}_i(x_i)$ تابع عضویت کیفیت فازی i امین مشخصه کیفیت و $\tilde{Q}(x_1, \dots, x_r)$ تابع عضویت کیفیت فازی نهایی (مجموعه فازی کالاهای با کیفیت) است بطوریکه کیفیت هر کالا با r مشخصه کیفیت تعیین می‌گردد.

با توجه به نوپا بودن ایده‌ی کیفیت فازی، تحقیقات زیادی می‌توان در این زمینه انجام داد که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌کنیم: (الف) کاربرد عملی کیفیت فازی در صنعت به منظور کاهش نسبت اقلام معیوب و یا افزایش کارایی فرایندهای تولیدی. (ب) محاسبه‌ی دقیق‌تر k در حدود کنترل (۳) به جای استفاده از مقدار $k = 3$ (مثلاً به کمک روش‌های شبیه‌سازی). (ج) تا کنون تحقیقات زیادی برای تعمیم نمودارهای کنترل شوهارت مبتنی بر داده‌های فازی شده است (بعنوان نمونه [۷] را ببینید). تعمیم و بررسی نمودارهای کنترل شوهارت در محیط فازی - یعنی مبتنی بر کیفیت فازی و نیز داده‌های فازی - و محاسبه‌ی متوسط طول اجرا/دنباله برای نمودارهای تعمیم‌یافته از موضوعات بالقوه برای تحقیقات آینده به شمار می‌آید.

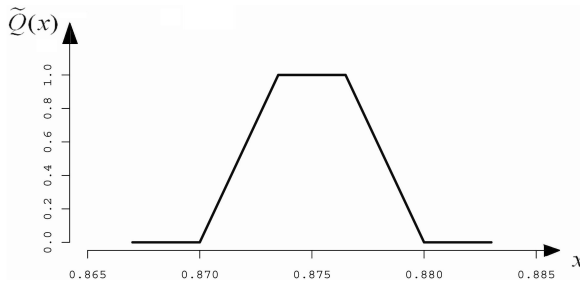
⁷Robust control charts



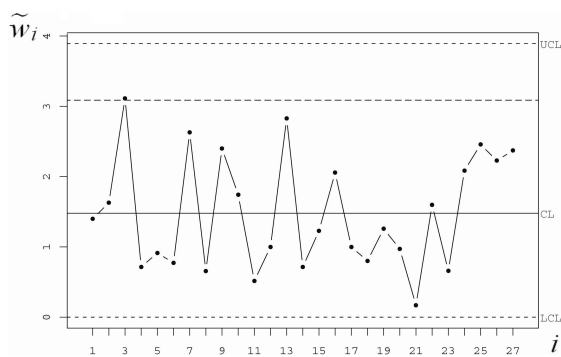
شکل ۰۱. توابع نشانگر مجموعه‌ی کالاهای باکیفیت (تصویر سمت راست) و مجموعه‌ی کالاهای بی‌کیفیت (تصویر سمت چپ) در کیفیت معمولی (غیر فازی)



شکل ۰۲. توابع عضویت مجموعه‌ی فازی کالاهای باکیفیت (تصویر سمت راست) و مجموعه‌ی فازی کالاهای بی‌کیفیت (تصویر سمت چپ) در کیفیت فازی



شکل ۰۳. تابع عضویت دوزنقه‌ای کیفیت فازی جهت تعیین میزان درجه‌ی اهمیت هر عیب



شکل ۴. نمودار کنترل تعداد اقلام معیوب بر پایه کیفیت فازی دوزنقه‌ای در مثال کاربردی
(نمونه‌های ۱ الی ۲۷)

جدول ۱: اندازه‌های مشخصه کیفیت بر حسب اینچ در مثال کاربرد

شماره نمونه (i)	مشاهدات (x_{ij})				
۱	۰/۸۶۹۸	۰/۸۷۷۰	۰/۸۷۶۲	۰/۸۷۳۰	۰/۸۷۶۹
۲	۰/۸۶۸۸	۰/۸۷۶۱	۰/۸۷۶۹	۰/۸۷۸۳	۰/۸۷۴۵
۳	۰/۸۶۸۳	۰/۸۸۱۶	۰/۸۷۶۹	۰/۸۸۱۱	۰/۸۷۴۰
۴	۰/۸۷۷۸	۰/۸۷۶۰	۰/۸۷۷۷	۰/۸۷۴۱	۰/۸۷۴۸
۵	۰/۸۷۳۶	۰/۸۷۲۱	۰/۸۷۴۳	۰/۸۷۱۹	۰/۸۷۶۷
۶	۰/۸۷۴۷	۰/۸۷۱۸	۰/۸۷۲۵	۰/۸۷۴۲	۰/۸۷۶۴
۷	۰/۸۷۷۳	۰/۸۷۲۵	۰/۸۷۰۵	۰/۸۷۸۵	۰/۸۷۸۹
۸	۰/۸۷۴۵	۰/۸۷۳۳	۰/۸۷۵۱	۰/۸۷۴۵	۰/۸۷۸۶
۹	۰/۸۷۹۹	۰/۸۷۹۷	۰/۸۷۵۳	۰/۸۷۲۱	۰/۸۷۳۹
۱۰	۰/۸۸۱۷	۰/۸۷۵۸	۰/۸۷۷۳	۰/۸۷۷۷	۰/۸۷۷۱
۱۱	۰/۸۷۱۸	۰/۸۷۶۶	۰/۸۷۵۸	۰/۸۷۵۶	۰/۸۷۶۳
۱۲	۰/۸۸۰۱	۰/۸۷۴۰	۰/۸۷۴۹	۰/۸۷۵۲	۰/۸۷۴۷
۱۳	۰/۸۷۵۲	۰/۸۸۰۰	۰/۸۷۰۱	۰/۸۷۲۴	۰/۸۷۸۴
۱۴	۰/۸۷۶۳	۰/۸۷۷۲	۰/۸۷۵۹	۰/۸۷۵۵	۰/۸۷۱۷
۱۵	۰/۸۷۴۹	۰/۸۷۸۷	۰/۸۷۱۴	۰/۸۷۶۲	۰/۸۷۵۲
۱۶	۰/۸۶۸۷	۰/۸۸۱۹	۰/۸۷۸۱	۰/۸۷۵۹	۰/۸۷۵۱
۱۷	۰/۸۷۵۲	۰/۸۸۰۰	۰/۸۷۵۳	۰/۸۷۴۷	۰/۸۷۴۲
۱۸	۰/۸۷۴۸	۰/۸۷۱۱	۰/۸۷۶۴	۰/۸۷۳۱	۰/۸۷۵۶
۱۹	۰/۸۷۴۲	۰/۸۷۵۵	۰/۸۷۱۶	۰/۸۷۸۲	۰/۸۷۷۳
۲۰	۰/۸۷۴۹	۰/۸۷۳۹	۰/۸۷۵۵	۰/۸۷۹۷	۰/۸۷۶۷
۲۱	۰/۸۷۶۴	۰/۸۷۶۷	۰/۸۷۶۳	۰/۸۷۴۴	۰/۸۷۶۹
۲۲	۰/۸۷۶۳	۰/۸۷۸۵	۰/۸۷۲۹	۰/۸۷۲۴	۰/۸۷۱۶
۲۳	۰/۸۷۷۳	۰/۸۷۲۹	۰/۸۷۶۶	۰/۸۷۴۱	۰/۸۷۲۷
۲۴	۰/۸۷۵۶	۰/۸۷۵۳	۰/۸۷۲۱	۰/۸۷۸۹	۰/۸۷۰۰
۲۵	۰/۸۷۵۹	۰/۸۷۴۴	۰/۸۷۹۲	۰/۸۸۲۸	۰/۸۷۸۹
۲۶	۰/۸۷۵۵	۰/۸۸۰۱	۰/۸۷۵۷	۰/۸۷۱۵	۰/۸۷۱۲
۲۷	۰/۸۸۲۰	۰/۸۸۰۲	۰/۸۷۳۲	۰/۸۷۷۱	۰/۸۷۳۱

جدول ۲: درجات کیفیت مشاهدات بر اساس کیفیت فازی دوزنقه‌ای به همراه آماره‌های میانگین، انحراف معیار و تعداد اقلام معیوب در مثال کاربرد

شماره نمونه (i)	درجات کیفیت مشاهدات ($\tilde{Q}(x_{ij})$)					\bar{Q}_i	s_i	\tilde{w}_i
۱	۰/۰۰۰	۰/۸۵۷	۱/۰۰۰	۰/۸۵۷	۰/۸۸۶	۰/۷۲۰	۰/۴۰۷	۱/۴۰۰
۲	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۸۶	۰/۴۸۶	۱/۰۰۰	۰/۶۷۴	۰/۴۳۲	۱/۶۲۸
۳	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۸۸۶	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۳۷۷	۰/۵۱۸	۳/۱۱۴
۴	۰/۶۲۹	۱/۰۰۰	۰/۶۵۷	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۵۷	۰/۱۹۶	۰/۷۱۴
۵	۱/۰۰۰	۰/۶۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۴۳	۰/۹۴۳	۰/۸۱۷	۰/۲۲۶	۰/۹۱۴
۶	۱/۰۰۰	۰/۵۱۴	۰/۷۱۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۴۶	۰/۲۲۳	۰/۷۷۲
۷	۰/۷۷۱	۰/۷۱۴	۰/۱۴۳	۰/۴۲۹	۰/۳۱۴	۰/۴۷۴	۰/۲۶۶	۲/۶۲۹
۸	۱/۰۰۰	۰/۹۴۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۴۰۰	۰/۸۶۹	۰/۲۶۳	۰/۶۵۷
۹	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۲۰	۰/۵۰۲	۲/۴۰۰
۱۰	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۷۷۱	۰/۶۵۷	۰/۸۲۹	۰/۶۵۱	۰/۳۸۵	۱/۷۴۳
۱۱	۰/۵۱۴	۰/۹۷۱	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۹۷	۰/۲۱۴	۰/۵۱۵
۱۲	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۰۰	۰/۴۴۷	۱/۰۰۰
۱۳	۱/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۰۲۹	۰/۶۸۶	۰/۴۵۷	۰/۴۳۴	۰/۴۲۹	۲/۸۲۸
۱۴	۱/۰۰۰	۰/۸۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۴۸۶	۰/۸۵۷	۰/۲۲۵	۰/۷۱۴
۱۵	۱/۰۰۰	۰/۳۷۱	۰/۴۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۷۵۴	۰/۳۳۷	۱/۲۲۹
۱۶	۰/۴۰۰	۰/۰۰۰	۰/۵۴۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۵۸۹	۰/۴۲۵	۲/۰۵۷
۱۷	۱/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۰۰	۰/۴۴۷	۱/۰۰۰
۱۸	۱/۰۰۰	۰/۳۱۴	۱/۰۰۰	۰/۸۸۶	۱/۰۰۰	۰/۸۴۰	۰/۲۹۸	۰/۸۰۰
۱۹	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۴۵۷	۰/۵۱۴	۰/۷۷۱	۰/۷۴۸	۰/۲۵۸	۱/۲۵۸
۲۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۰۸۶	۰/۹۴۳	۰/۸۰۶	۰/۴۰۳	۰/۹۷۱
۲۱	۱/۰۰۰	۰/۹۴۳	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۸۸۶	۰/۹۶۶	۰/۰۵۱	۰/۱۷۱
۲۲	۱/۰۰۰	۰/۴۲۹	۰/۸۲۹	۰/۶۸۶	۰/۴۵۷	۰/۶۸۰	۰/۲۴۴	۱/۵۹۹
۲۳	۰/۷۷۱	۰/۸۲۹	۰/۹۷۱	۱/۰۰۰	۰/۷۷۱	۰/۸۶۸	۰/۱۱۰	۰/۶۵۸
۲۴	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۶۰۰	۰/۳۱۴	۰/۰۰۰	۰/۵۸۳	۰/۴۳۶	۲/۰۸۶
۲۵	۱/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۲۲۹	۰/۰۰۰	۰/۳۱۴	۰/۵۰۹	۰/۴۶۳	۲/۴۵۷
۲۶	۱/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱/۰۰۰	۰/۴۲۹	۰/۳۴۳	۰/۵۵۴	۰/۴۳۷	۲/۲۲۸
۲۷	۰/۰۰۰	۰/۰۰۰	۰/۹۱۴	۰/۸۲۹	۰/۸۸۶	۰/۵۲۶	۰/۴۸۱	۲/۳۷۱

مراجع

- [۱] پرچمی، ع.، ماشینچی، م.، کنترل کیفیت آماری، انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان، ۱۳۹۱.
- [۲] پرچمی، ع.، ماشینچی، م.، کیفیت فازی و نسل جدیدی از شاخصهای کارایی، اندیشه آماری، سال دوازدهم، شماره یکم (شماره پیاپی ۱۳)، ۱۳۸۶، ص ۶۸-۷۶.
- [۳] مقدس، س.م.، صالح اولیاء، م.، کنترل کیفیت: سیستم، سازماندهی، روشهای آماری، جهاد دانشگاهی صنعتی شریف، ۱۳۷۰.
- [۴] مونتگمری، د.، کنترل کیفیت آماری، ترجمه‌ی رسول نورالسنا، انتشارات دانشگاه علم و صنعت، ۱۳۷۶.
- [5] Amirzadeh, V., Mashinchi, M. , Parchami, A., Construction of p -charts using degree of nonconformity, Information Sciences 179, 150-160, 2009.
- [6] Amirzadeh, V., Mashinchi, M. ,Yaghoobi, M.A., Construction of control charts using fuzzy multinomial quality, Journal of Mathematics and Statistics 4, 26-31, 2008.
- [7] Wang, J.H., Raz, T., On the costruction of control charts using linguistic data, International Journal of Production Research 28, 477-487, 1990.
- [8] Yongting, C., Fuzzy quality and analysis on fuzzy probability, Fuzzy Sets and Systems 83, 283-290, 1996.