

# ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت فازی و خاکستری در نظام آموزشی

سیده حکیمه حسینی\* و داود درویشی

گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، اصفهان، ایران

گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۷/۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۳/۴

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

## چکیده

ارزیابی صحیح یادگیرنده در نظام آموزشی یکی از مهمترین چالش‌های پیش روی همه اساتید و معلمان است. با توجه به وجود ابهام در برخی از معیارها و یا پاسخ دهی به سوالات همواره با عدم قطعیت در ارزیابی‌ها مواجه خواهیم بود. از این رو در این مقاله به دو مساله مهم در نتایج ارزشیابی نظام آموزشی در آزمون‌های رقابتی، هنگامی که عدم قطعیت برای قبولی یا گزینش براساس سوابق تحصیلی وجود دارد پرداخته شده است. پیشنهاد ما برای حل مسائل، رویکردی مبتنی بر تکنیک‌های محاسبات نرم است. از مجموعه‌های فازی برای مدل‌سازی ویژگی‌های کیفی سوالات و شناسایی مساله ضریب اهمیت آموزشی هر سال تحصیلی در دروس مختلف، توسط تصمیم‌گیرندگان آموزشی و از اعداد خاکستری برای به دست آوردن نتایج ارزیابی پاسخ‌نامه یادگیرنده و رتبه بندی آنها با استفاده از روش‌های چندمعیاره خاکستری استفاده شده است. معمولاً در امتحانات، یک پاسخنامه بر اساس تخصیص نمره، یک بار ارزیابی می‌شود. در اینجا هدف اصلی ما ارزیابی دستورالعمل‌های پاسخ از دیدگاه‌های مختلف تصمیم‌گیرندگان است. نظریه خاکستری در (ادامه دارد)

اینجا برای به دست آوردن رتبه بندی اجرا شده است. استفاده ی ترکیبی از رویکردهای مختلف مواجهه با عدم قطعیت که بتواند ضعف هریک از رویکردهارا پوشش دهد از پژوهش های آینده نویسندگان می باشد.

## ۱ مقدمه

در زندگی های امروزی، امتحانات رقابتی تقریباً برای همه استانداردهای جهانی دانش آموزان برای ورود آنها به زندگی حرفه ای بسیار مهم است. بیشتر این موارد شامل امتحان کتبی، آزمون استخدامی طبق مدارک تحصیلی دانش آموزان است. یک دانش آموز برای سوابق تحصیلی قبلی خود نمرات خاصی می گیرد. به عنوان مثال، پیشنهاد ما برای استخدام معلمان از فارغ التحصیلان در مدارس ایران در نظر گرفته شده است، توزیع نمره در جدول ۱ خلاصه شده است که معیار نمره کامل برای هر مدرک تحصیلی در نظر گرفته شده است و نمونه از نمرات کسب شده دانش آموزان بیان شده است. در اینجا ما مشاهده می کنیم که دانش آموزی با پیشینه ی تحصیلی معین امتیاز کلی را دریافت می کند که نقش مهمی در روند انتخاب او دارد. اکنون این مسأله را از دیدگاه منطقی متفاوتی می توانیم تفسیر می کنیم. با گذشت سال ها می بینیم که نتایج تحصیلی دانش آموزان بهتر می شود. آیا واقعاً به این معنی است که هوش و استعداد دانش آموزان دائماً در حال بهبود است؟ نه همیشه. زیرا نتایج امتحانات مطمئناً به الگوی سؤال و استاندارد آن، قدرت برنامه درسی، روش های ارزیابی پاسخنامه ها، مدت دوره، مدت زمان امتحان و روش توزیع نمرات بستگی دارد. از آنجایی که برخی از این ویژگی ها ممکن است برای هر سال تحصیلی متفاوت باشد، این بی عدالتی است که دانش آموزان سال های تحصیلی مختلف از اهمیت یکسانی برخوردار شوند. برای غلبه بر این، یک رویکرد جدید بر اساس منطق فازی در بخش بعدی بیان می شود و مسأله ی دیگری در این مقاله در اینجا مورد بحث قرار خواهد گرفت که روش های ارزیابی پاسخنامه های دانش آموزان در برخی امتحانات می باشد و هدف آن رتبه بندی دانش آموزان بر اساس شایستگی آنهاست. معمولاً در امتحانات به شیوه ی سنتی، یک پاسخنامه بر اساس تخصیص نمره، یک بار ارزیابی می شود. در اینجا هدف اصلی ما ارزیابی دستورالعمل های پاسخ از دیدگاه های مختلف تصمیم گیرندگان است. نظریه خاکستری در اینجا برای به دست آوردن رتبه بندی

اجرا شده است.. جدول عملکرد در اینجا به عنوان نمونه ای از نمرات گرفته شده در آزمون گزینش معلم براساس معیار نمره کامل در سه سال متوالی بیان شده است.

جدول ۱: نمونه ای از نمرات گرفته شده در آزمون گزینش معلم

مدرک	معیارنمره کامل	سال ۱۳۹۸	سال ۱۳۹۹	سال ۱۴۰۰
دیپلم	۵	۳	۴	۵
کارشناسی	۳	۱	۲	۳
کارشناسی ارشد	۶	۴	۵	۶
دکتری	۶	۶	۵	۴

ارزشیابی پیشرفت یادگیری دانش آموزان و فرآیند تعیین سطوح عملکردی دانش آموزان در ارتباط با اهداف آموزشی و ورود به زندگی حرفه ای آن ها درآینده است. یک سیستم ارزشیابی با کیفیت بالا، زمینه را برای پیشرفت فردی فراهم می کند و این که همه دانش آموزان نمره عادلانه دریافت کرده اند تضمین می کند تا فرصت های حال و آینده دانش آموزان را محدود نکند. بنابراین، سیستم ارزشیابی باید به طور منظم مورد بازبینی و بهبود قرارگیرد تا اطمینان حاصل شود که دقیق، منصفانه و برای همه دانش آموزان مفید است. از این رو، سیستم ارزیابی نیاز به شفافیت، عینیت، استدلال منطقی و اجرای آسان رایانه ای دارد که می تواند توسط سیستم منطق فازی ارائه شود. از زمان معرفی روش فازی در سال ۱۹۶۵ توسط لطفی زاده، نظریه مجموعه های فازی به طور گسترده در حل مسائل در زمینه های مختلف و اخیراً در سیستم های درجه بندی آموزشی استفاده شده است. بیسواس (۱۹۹۵) دو روش فازی شامل روش ارزیابی فازی و روش ارزیابی فازی تعمیم یافته برای ارزیابی پاسخنامه های دانش آموزان با استفاده از مجموعه های فازی تابع تطبیق ارائه کرد [۳]. چن و لی (۱۹۹۹) دو روش برای اعمال مجموعه های فازی برای غلبه بر مشکل ارزیابی دو نمره فازی متفاوت به دانش آموزان با نمره کل یکسان ارائه کردند که می تواند از روش بیسواس ناشی شود [۴]. اچائوز و وکچوانوز (۱۹۹۵) یک سیستم منطق فازی که ارزشیابی توصیفی را جایگزین نمرات سنتی پیشنهاد کردند [۵]. لائو (۱۹۹۶) یک مدل فازی برای سیستم درجه بندی آموزشی با الگوریتم جمع آوری نمرات آزمون های مختلف به منظور ایجاد یک نمره واحد برای دانش آموزان ایجاد کرد. او همچنین روشی برای ساخت توابع عضویت ارزشیابی توصیفی با وزن های مختلف

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۸۴

پیشنهاد کرد [۶]. قوانین و الگوریتم های ژنتیک ما و ژو (۲۰۰۰) یک رویکرد مجموعه فازی جدید برای ارزیابی نتایج یادگیری دانش آموزان، با استفاده از ارزشیابی همسالان و مدرس خود، پیشنهاد کردند [۷]. وانگ و چن (۲۰۰۸) روشی برای ارزیابی پاسخنامه های دانش آموزان با استفاده از اعداد فازی مرتبط با درجه اطمینان ارزیاب، ارائه کردند. از مطالعات قبلی می توان دریافت که اعداد فازی، مجموعه های فازی، قوانین فازی و سیستم های منطق فازی برای سیستم های مختلف آموزشی، استفاده شده اند [۸]. ویون و کیم (۲۰۰۱) یک سیستم ارزیابی بر اساس نمره های فازی ایجاد کردند که سیستم ارزشیابی پیشرفت دانش آموزان، باید سه عامل مهم سوالات ارائه شده شامل دشواری، اهمیت و پیچیدگی به دانش آموزان را در نظر بگیرد، از توابع تک عضوی برای توصیف عوامل هر سؤال استفاده کردند که منعکس کننده تأثیر فردی سه عامل بود [۹]. بای و چن (۲۰۰۸) b) ضریب دشواری سوالات را یک پارامتر ذهنی بیان کردند که ممکن است بحثی در مورد عدالت در ارزیابی ایجاد کند و همچنین روشی برای استفاده از نمره های فازی و قوانین فازی برای همان سیستم ارزیابی پیشنهاد کردند [۲]. بای و چن (۲۰۰۸) a) روشی را برای ساخت خودکار نمره های قواعد فازی، برای ارزشیابی پیشرفت یادگیری دانش آموزان پیشنهاد کردند [۱]. برای حل موضوعی ضریب دشواری سوالات در روش ویون و کیم (۲۰۰۱)، آنها سطح دشواری را به عنوان تابعی از دقت پاسخنامه دانش آموزان و زمان صرف شده برای پاسخ به سوالات بیان کردند. با این حال، روش آنها هنوز مشکل ذهنی دارد، زیرا نتایج در نمرات و رتبه ها به شدت به مقادیر چندین وزن وابسته است که توسط دانش ذهنی متخصصان حوزه ی آموزشی تعیین می شود [۹]. محسن عنابستانی و همکاران (۲۰۱۹) ارزشیابی توصیفی دانشجویان، با استفاده از استدلال تقریبی فازی را مورد بررسی قرار دادند و با استفاده از منطق فازی دانش معلم را برای رفع اشکالات موجود در نظام ارزشیابی توصیفی کنونی ایران در مکانیزم منطقی و ریاضی مدلسازی کردند [۱۶]. نظریه سیستم خاکستری توسط دنگ در سال ۱۹۸۲ به دنیای علم معرفی شد [۱۰]. سیستم هایی که فاقد اطلاعات دقیق هستند و همواره با عدم قطعیت و نایقینی همراه باشند سیستم های خاکستری نامیده می شوند [۱۱]. کلمه خاکستری را می توان به عنوان ویژگی بین سیاه و سفید توضیح داد. بدین ترتیب، "سیاه" به این معنی است که اطلاعات مورد نیاز دقیقاً در دسترس نیست، برعکس "سفید" به این معنی است که

اطلاعات مورد نیاز دقیقاً در دسترس است. پیشنهاد سیستم "خاکستری" ارتباط بین سیاه و سفید را برقرار می‌کند. با اتصال برقرار شده، ویژگی‌های صحیح سیستم‌ها در موقعیت‌هایی با اطلاعات ضعیف کشف می‌شوند. بنابراین، نظریه سیستم خاکستری تنها به دنبال ساختار ذاتی سیستم با توجه به چنین داده‌های محدودی است [۱۲]. نظریه سیستم خاکستری دارای پنج جزء اصلی است که عبارتند از پیش بینی خاکستری، تجزیه و تحلیل رابطه خاکستری، تصمیم خاکستری، برنامه نویسی خاکستری و کنترل خاکستری [۱۳]. تجزیه و تحلیل رابطه ای خاکستری که برای تجزیه و تحلیل روابط بین مجموعه داده‌های گسسته استفاده می‌شود یکی از روش‌های رایج است. تجزیه و تحلیل رابطه خاکستری نیز برای تصمیم‌گیری در موارد چند ویژگی نیز استفاده می‌شود که مزایای عمده تحلیل رابطه ی خاکستری مبتنی بر داده‌های اصلی، محاسبات آسان و ساده بودن و یکی از بهترین روش‌ها برای تصمیم‌گیری در محیط کسب و کار است [۱۳]. تجزیه و تحلیل رابطه خاکستری با استفاده از اطلاعات سیستم خاکستری، عوامل را به روشی پویا به صورت کمی مقایسه می‌کند. این رویکرد، روابطی را بین افراد ایجاد می‌کند. عرفان ارطغرل و همکاران (۲۰۱۶) مقایسه عملکرد تحصیلی دانشگاه‌ها را با رابطه خاکستری رتبه بندی و مورد بررسی قرار دادند. [۱۴] شالینگ ژانگ و همکاران (۲۰۲۱) الگوریتم ارزشیابی، مبتنی بر تجزیه و تحلیل رابطه خاکستری مورد بررسی قرار دادند. [۱۵] در این مقاله عوامل مهم آموزشی برای سه سال تحصیلی متوالی، در نظر گرفته شده است و از تصمیم‌گیرندگان خواسته شده است که نظرات خود را در مورد استاندارد سوالات هر درس بصورت کیفی از نظر ارزشیابی توصیفی به صورت بسیار آسان، (VE) آسان، (E) متوسط، (M) سخت، (H) و بسیار سخت (VH) بیان کنند، درجات عضویت از این منظر منطقی ساخته می‌شوند که نحوه ی ارزیابی دستورالعمل‌های نوشته شده پاسخ تأثیر خاصی بر ویژگی‌ها دارد. دستورالعمل‌هایی که در سال‌های تحصیلی مختلف به ارزیابان داده می‌شود، ممکن است بسته به نحوه ارزشیابی متفاوت باشد. استاندارد برنامه درسی همه دروس آن سال تحصیلی مربوطه نیز، بر این ویژگی‌ها تأثیر دارد. با در نظر گرفتن این موضوع، درجات عضویت به گونه‌ای فرموله می‌شوند که سال تحصیلی با نتیجه بهتر، مقادیر عضویت کمتری داشته باشد سپس رویکرد جدیدی مبتنی بر روش خاکستری برای رتبه بندی دانش‌آموزان با ارزیابی پاسخنامه ی آن‌ها پیشنهاد شده است. این روش

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۸۶

همانند روش تصمیم‌گیری چند معیاره در محیط نامشخص است. در مرحله پایانی از روش جایگزینی مشابه به نام بهترین دانش آموز برای مقایسه استفاده می‌شود. ولذا هردانش آموز با درجه امکان خاکستری با بهترین دانش آموز مقایسه می‌شود، رتبه بندی براساس این مقادیر ممکن انجام می‌شود و احتمال بالاتر رتبه بهتری می‌گیرد. نوآوری این مقاله نسبت به مقالات دیگری که تا کنون برای ارزیابی سیستم آموزشی نوشته شده اند در این است که از روش ترکیبی منطق فازی و چند معیاره خاکستری برای تصمیم‌گیری ارزیابی نظام آموزشی استفاده می‌کند و رویکرد مطمئن تر و منصفانه تر برای تصمیم‌گیری در موارد ارزیابی توصیفی توسط چند تصمیم‌گیرنده در محیط‌های ارزیابی آموزشی می‌باشد و همچنین از روش "بهترین دانش آموز" هنگامی که درجه ای از عدم قطعیت و ابهام برای انتخاب بهترین وجود داشته باشد استفاده می‌کند.

## ۲ مفاهیم بنیادی در منطق فازی و خاکستری

اکنون نگاهی به برخی از تعاریف نظریه خاکستری می‌اندازیم.

تعریف: فرض کنید  $X$  مجموعه جهانی در نظر گرفته شود. سپس یک مجموعه خاکستری  $G$  از  $X$  با دو نگاشت آن  $\bar{\mu}_G(x)$  و  $\underline{\mu}_G(x)$  تعریف می‌شود به طوری که

$$\bar{\mu}_G(x) : X \rightarrow [0, 1]$$

$$\underline{\mu}_G(x) : X \rightarrow [0, 1]$$

که

$$\bar{\mu}_G(x) \geq \underline{\mu}_G(x)$$

هنگامی که توابع عضویت بالا و پایین برابر باشد، یعنی زمانی که

$$\bar{\mu}_G(x) = \underline{\mu}_G(x)$$

باشد، مجموعه خاکستری  $G$  به یک مجموعه فازی تبدیل می‌شود. هنگامی که حد پایین

و بالای هر اطلاعاتی را بتوان با اعداد واقعی تخمین زد، مطمئناً می‌توانیم آن را با یک بازه عدد خاکستری

$$\otimes G = [\underline{G}, \bar{G}] = \{\alpha \in \otimes G : \underline{G} \leq \bar{G}\}$$

بیان می‌کنیم، که در آن  $\alpha$  عضو  $\otimes G$ ،  $\bar{G}$  به ترتیب حد پایین و حد بالای بازه هستند. یک مجموعه خاکستری با تابعی از دوانتهای بازه نشان داده می‌شود به طوری که:

$$\tilde{g}(\otimes G) = f(\underline{G}, \bar{G})$$

یک مجموعه فازی بازه مقدار در  $X$  با  $A$  برابر است با:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in X\}$$

که بازه ی  $[1, 0]$  مجموعه خانواده ی  $[1, 0]$  می‌باشد. با توجه به رویکرد وانگ و همکاران (۱۹۸۸) ما اکنون برخی از عملیات اعداد خاکستری اساسی را تعریف می‌کنیم:

$$\otimes G_1 + \otimes G_2 = [\underline{G}_1 + \underline{G}_2, \bar{G}_1 + \bar{G}_2]$$

$$\otimes G_1 - \otimes G_2 = [\underline{G}_1 - \underline{G}_2, \bar{G}_1 - \bar{G}_2]$$

$$\otimes G_1 \times \otimes G_2 = [\min(\underline{G}_1 \underline{G}_2, \underline{G}_1 \bar{G}_2, \bar{G}_1 \underline{G}_2, \bar{G}_1 \bar{G}_2), \max(\underline{G}_1 \underline{G}_2, \underline{G}_1 \bar{G}_2, \bar{G}_1 \underline{G}_2, \bar{G}_1 \bar{G}_2)]$$

$$\otimes G_1 \div \otimes G_2 = [\underline{G}_1, \bar{G}_2] \times \left[ \frac{1}{\underline{G}_1}, \frac{1}{\bar{G}_2} \right]$$

برای به دست آوردن درجه امکان خاکستری  $\otimes G_1 \leq \otimes G_2$  به عنوان زیر استناد می‌کنیم:

$$P\{\otimes G_1 \leq \otimes G_2\} = \frac{\max(0, L(\otimes G_1) + L(0, L(\otimes G_2)) - \max(0, L(\otimes G)))}{L(\otimes G_1) + L(\otimes G_2)}$$

بطوری که:

$$L(\otimes G) = \bar{G}_1 - \underline{G}_2$$

به وضوح این مفهوم امکان پذیر است که

$$(۱) \text{ اگر } \otimes G_1 = \otimes G_2 \text{ آن گاه } ۰/۵ = P\{\otimes G_1 \leq \otimes G_2\}$$

$$(۲) \text{ اگر } \bar{G}_1 < \underline{G}_2 \text{ آن گاه } ۱ = P\{\otimes G_1 \leq \otimes G_2\}$$

$$(۳) \text{ اگر } \bar{G}_1 > \underline{G}_2 \text{ آن گاه } ۰ = P\{\otimes G_1 \leq \otimes G_2\} \text{ به وضوح دو مرحله ی}$$

مجموعه‌های خاکستری و مجموعه‌های فازی بازه مقدار، دو نوع رویکرد متفاوت را برای نمایش عدم قطعیت نشان می‌دهند. آنها در مفاهیم فلسفی و در مفاهیم عملی متفاوت هستند. برای مجموعه‌های خاکستری، درجه خاکستری برای کل مجموعه تعریف می‌شود، در حالی که برای مجموعه‌های فازی بازه مقدار، درجه فازی برای هر مجموعه به صورت جداگانه تعریف می‌شود. روابط  $\geq$ ،  $>$  و  $=$  در مجموعه‌های خاکستری برای اجزای دو مجموعه خاکستری با اعضایی که ممکن است متفاوت باشند رخ می‌دهد. اما روابط  $\geq$ ،  $>$  و  $=$  در مجموعه‌های فازی بازه مقدار برای دو مجموعه فازی با اعضای یکسان رخ می‌دهد. از نظر فلسفی نظریه ی خاکستری نشان دهنده ی فقدان اطلاعات در مورد داده‌ها است و بازه ی یک مجموعه ی خاکستری دامنه تعریف مربوط به یک عدد سفید است درحالیکه درجات عضویت اعضای یک مجموعه فازی نشان دهنده معیارهای قطعیت به برخی مفاهیم است. بازه‌های یک مجموعه فازی، حدود دامنه عضویت آن است. بنابراین هنگامی که اطلاعات اضافی به یک مجموعه خاکستری داده می‌شود، سفید می‌شود و مجموعه همچنان مبهم می‌ماند. درحالیکه اطلاعات اضافی به مجموعه فازی بازه مقدار داده می‌شود، معیار قطعیت بهتر می‌شود و مقدار عضویت دقیق تری به دست می‌آید، از بخش‌های مهم دیگر در این زمینه، اصطلاحات زبانی و بیان آنها در سیستم‌های فازی و خاکستری است. برای جنبه‌های کیفی، ما نباید از مقادیر دقیق استفاده کنیم، زیرا عدم قطعیت در آن وجود دارد. متداول‌ترین رویکردها در این زمینه مبتنی بر سیستم‌های فازی، سیستم‌های خاکستری، سیستم‌های بازه مقدار و غیره هستند. رویکردهای زبانی فازی و خاکستری ابزارهای مهمی، به ویژه در زمینه‌های بازاریابی اطلاعات، مدیریت منابع انسانی، تحول در خدمات، تصمیم‌گیری و غیره برای حل مسائل علمی هستند.



### ۳ روش پژوهش

در این بخش، منطق فازی و روش نظریه خاکستری برای دو مسأله‌ی مهم سیستم آموزشی بیان خواهد شد.

#### ۱.۳ رویکرد ارزشیابی

اهمیت عوامل آموزشی برای هر سال تحصیلی، در این رویکرد ارزشیابی در نظر گرفته می‌شوند، به عنوان مثال، استاندارد سؤال ( $A_1$ )، نسبت دانش‌آموزان واجد شرایط و کل دانش‌آموزان ( $A_2$ )، نسبت دانش‌آموزان واجد شرایط در بخش اول و کل دانش‌آموزان ( $A_3$ ) و نسبت بالاترین امتیاز کسب شده توسط دانش‌آموزی که رتبه اول را کسب کرده و نمره کل ( $A_4$ ).

فرض کنید  $m$  نشانگر تصمیم‌گیرندگان  $D_1, D_2, \dots, D_m$  برای این مسأله باشد و  $w_i^k$  وزن اهمیت داده شده توسط تصمیم‌گیرندگان  $D_k$  برای ویژگی  $i$  ام بطوریکه  $k = 1, 2, \dots, m$  و  $i = 1, 2, \dots, n$  تعداد کل صفات است. هدف تعیین ضریب اهمیت آموزشی برای هر سال تحصیلی است تا ارزشیابی دانش‌آموزان بازمانده در سال‌های تحصیلی مختلف توجیه منطقی داشته باشد. فرض کنید روش خود را با  $p$  سال تحصیلی  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  شروع کنیم. مشخصه  $A_1$  به وضوح یک اصطلاح زبانی فازی است و سایر ویژگی‌ها غیر فازی هستند زیرا می‌توانیم مقادیر خاصی را برای آنها بدست آوریم. اکنون تمام مقادیر عضویت ویژگی‌ها برای هر  $Y_j, j = 1, 2, \dots, p$  در ناحیه  $[0, 1]$  شکل می‌گیرند تا از پیچیدگی محاسباتی جلوگیری شود. برای بدست آوردن یک مقدار عضویت از ویژگی  $A_1$  برای هر  $Y_j$  در اینجا یک روش جدید را معرفی می‌کنیم که به شرح زیر نشان داده شده است. فرض کنید  $q$  تعداد موضوعات  $S_1, S_2, \dots, S_q$  وجود داشته باشد و از تصمیم‌گیرندگان خواسته شده است که نظرات خود را در مورد استاندارد سوالات هر موضوع به صورت ارزشیابی توصیفی از پنج عضو مجموعه بسیار آسان، (VE) آسان، (E) متوسط، (M) سخت، (H) و بسیار سخت (VH) بیان کنند و جدول ۲ بدین ترتیب ساخته شده است. در اینجا ویژگی‌های استاندارد سوال با پنج اصطلاح زبانی در بالا بیان شده است. تعداد مجموع هر مجموعه فازی در جدول برای هر سال  $Y_j$  محاسبه می‌

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۹۰

جدول ۲: نظر تصمیم گیرندگان در مورد همه ی دروس سال تحصیلی

Year/subjects	$S_1$	$S_2$	$S_q$
Decision makers	$D_1 D_2 \dots D_m$	$D_1 D_2 \dots D_m$	$D_1 D_2 \dots D_m$
$Y_1$			
$Y_2$			
...			
...			
$Y_P$			

شود. فرض کنید

$$n_j(V E) = n_j^i, n_j(E) = n_j^i, n_j(M) = n_j^i, n_j(H) = n_j^i, n_j(V H) = n_j^i \quad (1)$$

و تعداد کل مجموعه فازی  $X$  در سال تحصیلی  $Y_j$  است. حال فرض کنید وزن های هر یک از این مجموعه های فازی را به گونه ای در نظر بگیریم که مجموعه های فازی زبانی سؤالات سخت تر وزن بیشتری داشته باشند. ما در اینجا وزن های ساده  $1/10$ ،  $1/15$ ،  $2/10$ ،  $2/25$  و  $3/10$  را به ترتیب برای مجموعه های فازی  $VE$ ،  $EM$ ،  $H$ ،  $VH$  و  $VE$  اعمال می کنیم. این وزن ها نیز ممکن است توسط تصمیم گیرندگان تعیین شود. سپس درجه عضویت یک سال تحصیلی خاص  $Y_j$  را برای این ویژگی تعریف می کنیم: استاندارد سوال به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \mu_{A_i}(Y_j) &= \frac{n_1^i}{mq} \times 0/10 + \frac{n_2^i}{mq} \times 0/15 + \frac{n_3^i}{mq} \times 0/20 + \frac{n_4^i}{mq} \times 0/25 + \frac{n_5^i}{mq} \times 0/30 \\ &= \frac{1}{mq} \sum_{r=1}^5 w_r n_r^j \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن  $W_r$  وزن مجموعه فازی  $r$  ام توسط تصمیم گیرندگان می باشد. اکنون برای سایر ویژگی ها، درجات عضویت از این منظر منطقی ساخته می شوند که نحوه ارزیابی دستورالعمل های نوشته شده ی پاسخ تأثیر خاصی، بر ویژگی های  $A_2 A_3 A_4$  دارد. دستورالعمل هایی که در سال های تحصیلی مختلف به ارزیابان داده می شود، ممکن است بسته به نحوه ارزشیابی متفاوت باشد. استاندارد برنامه درسی همه دروس آن سال تحصیلی مربوطه نیز بر این ویژگی ها تأثیر دارد. با در نظر گرفتن این موضوع، توابع

عضویت به گونه‌ای فرموله می‌شوند که سال تحصیلی با نتیجه بهتر، مقادیر عضویت کمتری داشته باشد. مجدداً نتیجه تحصیلی دانش آموزان نیز به ویژگی  $A_1$  بستگی دارد که قبلاً در نظر گرفته شده است. بنابراین، ما محدودیتی را بر وزن های مشخصه به عنوان  $w_1^k \geq w_2^k + w_3^k + w_4^k$  اعمال می‌کنیم. به عبارت دیگر،  $w_1^k \geq 0.5$ .

فرض کنید  $\mu_{A_1}(Y_j), \mu_{A_2}(Y_j), \mu_{A_3}(Y_j), \mu_{A_4}(Y_j)$  به ترتیب مقادیر عضویت ویژگی های  $A_1, A_2, A_3, A_4$  برای سال تحصیلی  $y_j$  باشد. بنابراین ما در نظر می‌گیریم:

$$\mu_{A_1}(Y_j) = 1 - \frac{q_j}{p_j}, \quad \mu_{A_2}(Y_j) = 1 - \frac{r_j}{p_j}, \quad \mu_{A_3}(Y_j) = 1 - \frac{h_j}{t_j} \quad (3)$$

تعداد کل دانش آموزان  $= p_j$ ، تعداد کل دانش آموزان واجد شرایط  $= q_j$ ، تعداد کل دانش آموزان در دسته ی اول  $= r_j$  بالاترین امتیاز کسب شده توسط دانش آموز رتبه اول  $= h_j$ ، مجموع نمرات آزمون مربوطه برای سال  $j$ -ام تحصیلی  $= t_j$  در نهایت عامل مهم آموزشی  $E(Y_j)$  سال  $j$ -ام به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E(Y_j) = \sum_{i=1}^4 w_i \mu_{A_i}(Y_j) \quad (4)$$

به طوری که  $w_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m w_i^k$

### ۲.۳ ارزیابی دانش آموزان توسط نظریه ی خاکستری

در این بخش رویکرد جدیدی مبتنی بر روش خاکستری برای رتبه بندی دانش آموزان با ارزیابی پاسخنامه ی آن ها پیشنهاد شده است. این روش همانند تصمیم گیری چند معیاره در محیط نامشخص است. فرض کنید مجموعه ی گسسته از  $m$  دانش آموز باشد:

$$s = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$$

و  $A$  مجموعه ای از  $n$  ویژگی باشد:

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۹۲

این ویژگی ها در مجموع وابسته هستند، همچنین در نظر بگیرید:

$$\otimes w = \{\otimes w_1, \otimes w_2 \dots \otimes w_n\}$$

که  $\otimes w$  بردار وزن ویژگی به عنوان متغیرهای زبانی شناخته می شود. اکنون این وزن های زبانی ورتبه بندی ویژگی ها را می توان با اعداد خاکستری نشان داده شده در جدول ۳ بیان کرد:

جدول ۳: بیان اصطلاحات زبانی با اعداد خاکستری

اعداد خاکستری	اصطلاح زبانی برای رتبه بندی ویژگی ها	اعداد خاکستری	اصطلاح زبانی برای وزن ویژگی ها
[۰, ۱]	خیلی ضعیف	[۰/۰, ۰/۱]	خیلی کم
[۱, ۳]	ضعیف	[۰/۱, ۰/۳]	کم
[۳, ۴]	متوسط روبه ضعیف	[۰/۳, ۰/۴]	متوسط روبه پایین
[۴, ۵]	نسبتاً خوب	[۰/۴, ۰/۵]	متوسط
[۵, ۶]	به طور متوسط خوب	[۰/۵, ۰/۶]	متوسط روبه بالا
[۶, ۹]	خوب	[۰/۶, ۰/۷]	زیاد
[۹, ۱۰]	خیلی خوب	[۰/۷, ۰/۸]	خیلی زیاد

ابتدا  $k$  گروه از تصمیم گیرندگان  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_k\}$  را تشکیل می دهیم سپس وزن  $\otimes w_j$  از  $j$ -ام ویژگی  $A_j$  را محاسبه می کنیم:

$$\otimes w_j = \frac{1}{k} [w_j^1 + w_j^2 + \dots + w_j^k] \quad (۵)$$

بطوریکه  $\otimes w_j^k$  وزن مشخصه داده شده توسط  $k$  تصمیم گیرنده است و  $[w_j^k, \bar{w}_j^k]$  با اعداد خاکستری توصیف شده است که بعداز متغیر زبانی برای رتبه بندی ویژگی استفاده می شود سپس محاسبه می کنیم:

$$\otimes G_{ij} = \frac{1}{k} [\otimes G_{ij}^1 + \otimes G_{ij}^2 + \dots + \otimes G_{ij}^k] \quad (۶)$$

بطوریکه  $\otimes G_{ij}^k$  مقدار رتبه بندی ویژگی که توسط  $k$ -امین تصمیم گیرنده با اعداد خاکستری  $[G_{ij}^k, \bar{G}_{ij}^k]$  توصیف شده است. بنابراین ماتریس تصمیم خاکستری همان طوری که در زیر نشان داده است ایجاد می شود.

$$\begin{bmatrix} \otimes G_{11} & \otimes G_{12} & \dots & \otimes G_{1n} \\ \otimes G_{21} & \otimes G_{22} & \dots & \otimes G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \otimes G_{m1} & \otimes G_{m2} & \dots & \otimes G_{mn} \end{bmatrix}$$

عناصر در ماتریس تصمیم خاکستری به عنوان مجموعه های خاکستری میانگین هستند. در مرحله بعد این عناصر با حداکثر حدود بالای اعداد خاکستری ماتریس نرمال می شوند، بنابراین ماتریس تصمیم خاکستری نرمال را با اعضای زیر را پیدا می کنیم:

$$\otimes \dot{G}_{ij} = \left[ \frac{G_{ij}}{G_j^{max}}, \frac{\bar{G}_{ij}}{G_j^{max}} \right] \quad (7)$$

$$G_j^{max} = \max_{i \leq i \leq n} \{\bar{G}_{ij}\} \text{ بطوریکه}$$

$$\begin{bmatrix} \otimes \dot{G}_{11} & \otimes \dot{G}_{12} & \dots & \otimes \dot{G}_{1n} \\ \otimes \dot{G}_{21} & \otimes \dot{G}_{22} & \dots & \otimes \dot{G}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \otimes \dot{G}_{m1} & \otimes \dot{G}_{m2} & \dots & \otimes \dot{G}_{mn} \end{bmatrix}$$

اکنون هر عنصر نرمال شده در وزن متناظر آن ها ضرب می شود و ماتریس تصمیم گیری خاکستری نرمال شده وزنی را با عضو زیر بدست می آوریم:

$$\otimes T_{ij} = \otimes \dot{G}_{ij} \times \otimes w_j \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \otimes T_{11} & \otimes T_{12} & \dots & \otimes T_{1n} \\ \otimes T_{21} & \otimes T_{22} & \dots & \otimes T_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \otimes T_{m1} & \otimes T_{m2} & \dots & \otimes T_{mn} \end{bmatrix}$$

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۹۴

در مرحله پایانی روش جایگزینی مشابه به نام بهترین دانش آموز می سازیم:

$$BS = \{\otimes G_1^{max} = [\max_i \underline{T}_{i1}, \max_i \bar{T}_{i1}], \otimes G_2^{max} = [\max_i \underline{T}_{i2}, \max_i \bar{T}_{i2}], \dots, \otimes G_n^{max} = [\max_i \underline{T}_{in}, \max_i \bar{T}_{in}]\} \quad (9)$$

این روش جایگزینی مشابه برای تعیین ترتیب استفاده می شود. هردانش آموز با درجه امکان خاکستری با BS مقایسه می شود:

$$P\{s_i \leq BS\} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n P\{\otimes T_{ij} \leq \otimes G_j^{max}\} \quad (10)$$

رتبه بندی براساس این مقادیر ممکن انجام می شود و احتمال بالاتر رتبه بهتری می گیرد.

## ۴ مثال کاربردی

روش ارائه شده در بخش ۳ می تواند در سطح جهانی در آزمون های رقابتی اعمال شود.

### ۱.۴ مورد مطالعاتی

در این بخش مثالی از کاربرد روش فازی و خاکستری، با استفاده از روش بیان شده در بخش ۳-۱ مورد مطالعه قرار می گیرد. دانش آموزان در این جدول برای هشت درس: ادبیات، دین و زندگی، انگلیسی، تاریخ، جغرافیا، زیست، فیزیک و ریاضیات مورد ارزیابی قرار می گیرند این مثال با داده های سه سال تحصیلی متوالی ارائه شده است و نظرات تصمیم گیرندگان در اصطلاح ارزشیابی فازی در جدول ۵ و ۶ جمع آوری شده است:

جدول ۴: نظرات زبان شناختی تصمیم گیرندگان در مورد استاندارد سوال دروس - بخش اول

دروس	ادبیات				دین و زندگی				تاریخ				جغرافی			
تصمیم گیرندگان	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
۱۳۹۸ ( $Y_1$ )	VE	E	M	M	M	M	E	E	H	H	M	H	M	M	M	M
۱۳۹۹ ( $Y_1$ )	VE	E	E	E	VE	E	E	VE	M	M	M	E	M	M	E	E
۱۴۰۰ ( $Y_1$ )	E	VE	E	VE	VE	VE	VE	VE	M	E	E	VE	M	M	E	E

جدول ۵: نظرات زبان‌شناختی تصمیم‌گیرندگان در مورد استاندارد سوال دروس-بخش دوم

دروس	انگلیسی				زیست				فیزیک				ریاضی			
	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
تصمیم‌گیرندگان	$M$	$M$	$M$	$M$	$E$	$E$	$M$	$E$	$M$	$M$	$E$	$M$	$VE$	$H$	$M$	$M$
۱۳۹۸( $Y_1$ )	$M$	$M$	$M$	$M$	$E$	$E$	$VE$	$E$	$E$	$M$	$M$	$E$	$E$	$H$	$M$	$M$
۱۳۹۹( $Y_1$ )	$E$	$M$	$M$	$E$	$E$	$VE$	$E$	$E$	$M$	$M$	$E$	$E$	$H$	$M$	$M$	$M$
۱۴۰۰( $Y_1$ )	$E$	$VE$	$E$	$E$	$VE$	$VE$	$E$	$VE$	$M$	$M$	$E$	$E$	$M$	$M$	$E$	$E$

جدول ۶: داده برای ویژگی‌ها

Attributes	$A_2$	$A_3$	$A_4$
۱۳۹۸( $Y_1$ )	۰/۷۵۴	۰/۲۷۰	۰/۹۸۱
۱۳۹۹( $Y_1$ )	۰/۷۴۶	۰/۳۲۱	۰/۹۹۴
۱۴۰۰( $Y_1$ )	۰/۷۶۲	۰/۳۵۳	۰/۹۴۵

جدول ۷: مشخص کردن وزن ویژگی‌ها توسط تصمیم‌گیرندگان

Attributes	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$D_1$	۰/۵۰	۰/۲۵	۰/۲۰	۰/۰۵
$D_2$	۰/۶۰	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۰۵
$D_3$	۰/۵۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۱۰
$D_4$	۰/۶۵	۰/۲۰	۰/۱۰	۰/۰۵

اطلاعات مورد نیاز برای سایر ویژگی‌ها، که در جدول ۶ بصورت زیر نمایش داده شده است. مجدداً برای وزن‌های مشخصه، جدول ۷ پس از دریافت آن وزن‌ها از تصمیم‌گیرندگان، تشکیل می‌شود. بنابراین در یک آزمون رقابتی با  $m = 4$  در ۸ درس  $q = 8$  که تعداد سوالات خیلی آسان، آسان، متوسط، سخت، خیلی سخت می‌باشد با استفاده از فرمول (۱) داریم:

$$n_j(VE) = n_1^j = 1, \quad n_j(E) = n_4^j = 7$$

$$n_j(M) = n_3^j = 18, \quad n_j(H) = n_4^j = 5, \quad n_j(VH) = n_5^j = 1$$

$$\frac{n_1}{mq} = \frac{1}{32} = 0/031, \quad \frac{n_2}{mq} = \frac{7}{32} = 0/219$$

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۹۶

$$\mu_{A_1}(Y_1) = \frac{n_1}{mq} \times 0/1 + \frac{n_2}{mq} \times 0/15 + \frac{n_3}{mq} \times 0/20 + \frac{n_4}{mq} \times 0/25 + \frac{n_5}{mq} \times 0/30 = 0/197$$

سپس با استفاده از فرمول (۳) مقادیر عضویت ویژه برای ویژگی های  $A_4, A_3, A_2$  را برای سال های تحصیلی ۱۳۹۸، ۱۳۹۹ و ۱۴۰۰ بدست می آوریم:

$$\mu_{A_2}(Y_1) = 1 - 0/270 = 0/730$$

$$\mu_{A_3}(Y_1) = 1 - 0/981 = 0/019$$

$$\mu_{A_2}(Y_2) = 1 - 0/746 = 0/254$$

$$\mu_{A_3}(Y_2) = 1 - 0/321 = 0/679$$

$$\mu_{A_4}(Y_2) = 1 - 0/994 = 0/006$$

$$\mu_{A_2}(Y_3) = 1 - 0/762 = 0/238$$

$$\mu_{A_3}(Y_3) = 1 - 0/353 = 0/647$$

$$\mu_{A_4}(Y_3) = 1 - 0/945 = 0/055$$

اکنون میانگین وزن ویژگی های اعمال شده توسط تصمیم گیرندگان آموزشی را با استفاده از فرمول زیر ارزیابی می کنیم:

$$w_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m w_i^k \quad i = 1, 2, 3, 4$$

بنابراین داریم:

$$w_1 = 0/5622, \quad w_2 = 0/2125, \quad w_3 = 0/162, \quad w_4 = 0/0625$$

در نهایت عوامل مهم آموزشی سال  $j$ -ام را با استفاده فرمول (۴) محاسبه می کنیم:



$$E(Y_1) = (0/5633 \times 0/197) + (0/730 \times 0/162) + (0/019 \times 0/0625) = 0/293$$

$$E(Y_2) = 0/285, \quad E(Y_3) = 0/239$$

با توجه به اینکه تاثیر پذیری عوامل مهم آموزشی در طول سال های متمادی ۱۳۹۹ تا ۱۴۰۰ تا حدودی کمتر شده است لذا سال ۱۴۰۰ نتیجه بهتری داشته است.

## ۲.۴ نمونه ای از رویکرد ارزشیابی دانش آموز توسط نظریه خاکستری

این مثال از روشی است که در بخش ۳-۲ توضیح داده شده است که در اینجا توسط پنج دانش آموز و چهار تصمیم گیرنده ارائه شده است و پاسخنامه های دانش آموزان بر اساس سه ویژگی میانگین دقت زمانی دانش آموز ( $A_1$ )، پاسخ به نکات ( $A_2$ ) و ارائه ی درست ( $A_3$ ) ارزیابی می شود. اول از همه، پاسخ تصمیم گیرندگان به وزن ویژگی ها در جدول ۸ ثبت شده است. سپس از تصمیم گیرندگان خواسته می شود تا نظرات خود را در مورد رتبه بندی ویژگی های پاسخنامه ها به صورت زبانی همانطور که در جدول ۹ نشان داده شده است، ارائه دهند.

جدول ۸: نسبت وزنی ویژگی ها از نظر زبانی

$\otimes w_j$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
$A_1$	VH	VH	H	VH
$A_2$	H	MH	MH	H
$A_3$	M	ML	M	M

ماتریس تصمیم خاکستری زیر با میانگین اعداد خاکستری مربوطه ساخته شده است و سپس در جدول ۱۰ با استفاده از اصطلاحات زبانی جدول ۳ و فرمول ۶ ارائه شده است. ماتریس نرمال تصمیم گیری خاکستری را با استفاده از فرمول ۷ همانطور که در جدول ۱۱ نشان داده شده است بدست می آوریم. اعداد خاکستری در ماتریس نرمال تصمیم گیری خاکستری در وزن مشخصه مربوط به آنها ضرب می شوند. بنابراین ماتریس وزنی نرمال تصمیم گیری خاکستری با استفاده از فرمول ۸ در جدول

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۱۹۸

جدول ۹: نظرات تصمیم‌گیرندگان در مورد پاسخ‌های مستند دانش‌آموزان برای ویژگی‌های مختلف

$S_i$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$
$A_1$				
$S_1$	$P$	$MP$	$P$	$MP$
$S_2$	$F$	$MG$	$MG$	$MG$
$S_3$	$MP$	$F$	$F$	$F$
$S_4$	$G$	$MG$	$G$	$MG$
$S_5$	$MG$	$MG$	$G$	$G$
$A_2$				
$S_1$	$MP$	$F$	$F$	$F$
$S_2$	$G$	$MG$	$G$	$G$
$S_3$	$P$	$MP$	$MP$	$P$
$S_4$	$VG$	$G$	$G$	$G$
$S_5$	$MG$	$F$	$F$	$MG$
$A_3$				
$S_1$	$MP$	$P$	$P$	$MP$
$S_2$	$VG$	$VG$	$G$	$VG$
$S_3$	$F$	$F$	$MP$	$MP$
$S_4$	$VG$	$G$	$G$	$G$
$S_5$	$F$	$F$	$MG$	$G$

جدول ۱۰: ماتریس تصمیم‌گیری خاکستری برای ۵ دانش‌آموز با ۳ ویژگی

Attributes	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	[۰/۲۰۵, ۰/۳۵۹]	[۰/۳۸۵, ۰/۴۸۷]	[۰/۲۰۵, ۰/۳۵۹]
$S_2$	[۰/۴۸۷, ۰/۵۹]	[۰/۵۹, ۰/۸۴۶]	[۰/۸۴۶, ۱]
$S_3$	[۰/۳۸۵, ۰/۴۸۷]	[۰/۲۰۵, ۰/۳۵۹]	[۰/۳۵۹, ۰/۴۶۲]
$S_4$	[۰/۵۶۴, ۰/۷۶۹]	[۰/۶۹۲, ۰/۹۴۹]	[۰/۶۹۲, ۰/۹۴۹]
$S_5$	[۰/۵۶۴, ۰/۷۶۹]	[۰/۴۶۲, ۰/۵۶۴]	[۰/۴۸۷, ۰/۶۴۱]

۱۲ بدست می‌آوریم. در مرحله یایانی روش جایگزین بهترین دانشجو ( $BS$ ) با استفاده از فرمول (۹) به صورت زیر تشکیل می‌شود:

$$BS = \{[۰/۴۶۵, ۰/۷۵], [۰/۳۸۱, ۰/۷۱۲], [۰/۳۱۷, ۰/۴۲۵]\}$$

جدول ۱۱: ماتریس نرمال تصمیم‌گیری خاکستری برای ۵ دانش‌آموز با ۳ ویژگی

Attributes	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	[۰/۲۰۵, ۰/۳۵۹]	[۰/۳۸۵, ۰/۴۸۷]	[۰/۲۰۵, ۰/۳۵۹]
$S_2$	[۰/۴۸۷, ۰/۵۹]	[۰/۵۹, ۰/۸۴۶]	[۰/۸۴۶, ۱]
$S_3$	[۰/۳۸۵, ۰/۴۸۷]	[۰/۲۰۵, ۰/۳۵۹]	[۰/۳۵۹, ۰/۴۶۲]
$S_4$	[۰/۵۶۴, ۰/۷۶۹]	[۰/۶۹۲, ۰/۹۴۹]	[۰/۶۹۲, ۰/۹۴۹]
$S_5$	[۰/۵۶۴, ۰/۷۶۹]	[۰/۴۶۲, ۰/۵۶۴]	[۰/۴۸۷, ۰/۶۴۱]

جدول ۱۲: ماتریس وزنی نرمال تصمیم‌گیری خاکستری برای ۵ دانش‌آموز و ۳ ویژگی

Attributes	$A_1$	$A_2$	$A_3$
$S_1$	[۰/۱۶۹, ۰/۳۵]	[۰/۲۱۲, ۰/۳۶۵]	[۰/۰۷۷, ۰/۱۵۲]
$S_2$	[۰/۴۰۲, ۰/۵۷۵]	[۰/۳۲۴, ۰/۶۳۴]	[۰/۳۱۷, ۰/۴۲۵]
$S_3$	[۰/۳۱۸, ۰/۴۷۵]	[۰/۱۱۳, ۰/۲۶۹]	[۰/۱۳۵, ۰/۱۹۶]
$S_4$	[۰/۴۶۵, ۰/۷۵]	[۰/۳۸۱, ۰/۷۱۲]	[۰/۲۶, ۰/۴۰۳]
$S_5$	[۰/۴۶۵, ۰/۷۵]	[۰/۲۵۴, ۰/۴۲۳]	[۰/۱۸۳, ۰/۲۷۲]

از این رو وظیفه ما ارزیابی درجات احتمالی خاکستری  $P\{S_i \leq BS\}$  است. این روش جایگزینی مشابه برای تعیین ترتیب استفاده می‌شود. هردانش‌آموز با درجه امکان خاکستری با  $BS$  مقایسه می‌شود و رتبه بندی براساس این مقادیر ممکن انجام می‌شود و احتمال بالاتر رتبه بهتری می‌گیرد. بنابراین ترتیب دانش‌آموزان از لحاظ ویژگی‌ها با استفاده از فرمول (۱۰) به صورت زیر خواهد بود:

$$S_4 > S_2 > S_5 > S_3 > S_1$$

## ۵ نتیجه‌گیری

در این مقاله ریاضیات فازی و تئوری خاکستری را برای حل دو مسأله‌ی واقعی سیستم آموزشی پیاده‌سازی کرده‌ایم همچنین تاثیر عوامل مهم آموزشی و وزن تاثیرپذیری این عوامل در ارزیابی آزمون‌های گزینشی و رقابتی مورد توجه قرارگرفت و سپس رتبه بندی دانش‌آموزان براساس روش سیستم خاکستری چند معیاره صورت گرفت و بهترین دانش

ارائه یک مدل جدید ارزیابی با استفاده از رویکردهای عدم قطعیت در نظام آموزشی - ۲۰۰

آموز باروش شبه جایگزینی مقایسه ای انجام گرفت. این روش با دو مثال مورد بررسی قرار گرفت و نتایج به دست آمده نشان دهنده اثربخشی رویکردها است. دامنه تحقیقات بیشتر در این زمینه آموزشی وجود دارد، روش های ارزیابی تحت انواع مختلف عدم قطعیت را می توان با استفاده از این نوع تکنیک های مدل سازی فازی و سیستم های چند معیاره خاکستری غنی تر کرد.

## مراجع

- [1] Bai, S.-M., Chen, S.-M. (2008a). Automatically constructing grade membership functions of fuzzy rules for students' evaluation. *Expert Systems with Applications*, 353, 1408–1414.
- [2] Bai, S.-M., Chen, S.-M. (2008b). Evaluating students' learning achievement using fuzzy membership functions and fuzzy rules. *Expert Systems with Applications*, 34, 399–410.
- [3] Biswas, R. (1995). An application of fuzzy sets in students' evaluation. *Fuzzy Sets and Systems*, 742, 187–194.
- [4] Chen, S. M., Lee, C. H. (1999). New methods for students' evaluating using fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 1042, 209–218.
- [5] Echauz, J. R., Vachtsevanos, G. J. (1995). Fuzzy grading system. *IEEE Transactions on Education*, 382, 158–165.
- [6] Law, C. K. (1996). Using fuzzy numbers in education grading system. *Fuzzy Sets and Systems*, 833, 311–323.
- [7] Ma, J., Zhou, D. (2000). Fuzzy set approach to the assessment of student-centered learning. *IEEE Transactions on Education*, 43(2), 237–241.

- [8] Wang, H. Y., Chen, S. M. (2008). Evaluating students' answerscripts using fuzzy numbers associated with degrees of confidence. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 162, 403–415.
- [9] Weon, S., Kim, J. (2001). Learning achievement evaluation strategy using fuzzy membership function. In *Proceedings of the 31st ASEE/IEEE frontiers in education conference*, Reno, NV (Vol. 1, pp. 19–24).
- [10] Ju-Long, D. (1982). Control Problems of Grey Systems. *Systems Control Letters*, 15, 288-294.
- [11] Julong, D. (1989). Introduction to Grey System Theory. *The Journal of Grey System*, 11, 1-24.
- [12] Huang, S. J., Chiu, N. H., Chen, L. W. (2008). Integration of the Grey Relational Analysis with Genetic Algorithm for Software Effort Estimation. *European Journal of Operational Research*, 1883, 898-909.
- [13] Wei, G. (2011). Grey Relational Analysis Model for Dynamic Hybrid Multiple Attribute Decision Making. *Knowledge-Based Systems*, 245, 672- 679.
- [14] Ertugrul-I, Oztas-T, Ozcil-A.(2016). Grey Relational Analysis Approach In Academic Performance Comparison Of University -( *European Scientific*),1857-7881.
- [15] Xiaoying-Z, Xiuying -Y, Jing- Y(2021). Teaching Evaluation Algorithm Based on Grey Relational Analysis,5596518,9.
- [16] Annabestani –M , Rowhanimanesh –A , Mizani- A Rezaei- A(2019). Descriptive evaluation of students using fuzzy approximate reasoning