

نگرشی نوین و توسیع یافته بر برخی اندازه‌های شناخته شده بین مجموعه‌های فازی شهودی به همراه کاربردهایی در تشخیص پزشکی

غلام حسن شیردل*، مدینه فرنام و مجید دره میرکی

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم، قم، ایران

گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه قم، قم، ایران

گروه ریاضی و آمار، دانشگاه صنعتی خاتم الانبیاء بهبهان، بهبهان، خوزستان، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۴/۰۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۰۹

نوع مقاله: علمی-پژوهشی

چکیده

تصمیم‌گیری در شرایط ناشی از عدم قطعیت به ویژه در تشخیص بیماریها، همواره به عنوان یک وظیفه چالش برانگیز در حوزه تحقیقات مورد توجه پژوهشگران بسیاری بوده است. به دلیل عملکرد موفق اعداد فازی شهودی در پوشش عدم قطعیت مربوط مسائل پزشکی، تمرکز اصلی این مقاله بر روی این نوع از اعداد شکل یافته است. نظریه اندازه‌ها به عنوان ابزاری تکمیل کننده و کارآمد در ترکیب با فرآیندهای تشخیص بیماری، کمک شایانی به تصمیم‌سازی نهایی به منظور سرعت بخشیدن به روند درمان دارند. اگر چه تاکنون اندازه‌های متنوعی برای اعداد فازی شهودی مطرح شده است با این حال، با تغییر نگرشها می‌توان از ابعاد دیگری به تکمیل اندازه‌ها پرداخت. انتخاب یک اندازه مناسب می‌تواند باعث بهبود ویژه‌ای در نتیجه پایانی یا کاهش حجم محاسبات شود. انگیزه اصلی ما از این نوشته، نگرشی نوین بر برخی از اندازه‌های مطرح و کاهش حجم عملیات آنها است. در این مسیر، بازنویسی و توسیع برخی از اندازه‌های مطرح بر اساس مدلی مفهومی ارائه می‌شود. در مثالهایی (ادامه دارد)

عبارات و کلمات کلیدی: مجموعه فازی شهودی، اندازه فاصله، اندازه شباهت، تشخیص پزشکی.

Email(s): g.h.shirdel@qom.ac.ir, farnam_madineh@yahoo.com and darehmiraki@bkatu.ac.ir.

عددی از ادبیات موضوعی پژوهش، تحلیل مقایسه‌ای برای اندازه‌های جدید در مقایسه با دیگر اندازه‌ها آورده شده است. علاوه بر این، بحث‌هایی در کارایی عملکرد اندازه‌های مطرح شده با استفاده از یافته‌های حاصل از به کارگیری آن در مسئله تشخیص پزشکی بیان می‌شود.

۱ مقدمه

نظریه مجموعه فازی (FS) [۴۰] به عنوان ابزاری کارآمد برای رفع ابهام و عدم قطعیت، استفاده گسترده‌ای در علوم مختلف از خود نشان داده است. کاربردهای فراوانی از این نظریه در زمینه‌های مختلف اقتصادی، صنعتی و مدیریتی آشکار شده است. بارزترین ویژگی FS، تخصیص درجه عضویت به عناصر مجموعه است. در طول چند دهه گذشته، برخی از توسعه‌های تئوری و کاربردی از روی مجموعه‌های فازی اولیه ارائه شده‌اند. به طور خاص و به عنوان یکی از توسیعی‌های مهم شناخته شده برای مجموعه فازی معمولی، مجموعه فازی شهودی (IFS) پیشنهاد شده توسط آتاناسوف (۱۹۸۶) [۳]، را می‌توان نام برد که در آن عناصر با مشخصه‌های درجه عضویت، درجه عدم عضویت و درجه تردید شناسایی می‌شوند. با توجه به تنوع مناسب شاخص‌ها در این نوع از مجموعه‌ها، محققان بسیاری از موضوعات پیرامون این حوزه را بررسی کرده‌اند و به نتایج معناداری رسیده‌اند [۳۳].

نظریه اندازه‌ها، یکی از جالب‌ترین موضوعات در تئوری مجموعه‌های فازی شهودی است. تاکنون معیارهای متنوعی از اندازه‌ها، برای مقایسه اطلاعات موجود در مجموعه‌های فازی شهودی تعریف شده است. کاربردهای بسیاری از این معیارها در تصمیم‌گیری [۳۴]، تشخیص الگو [۳۰، ۲۸]، یادگیری ماشین [۳۵] و پردازش تصویر [۵]، در سال‌های اخیر مطرح شده است.

اسمیت و کاپریک [۳۵] فاصله هامینگ و فاصله اقلیدسی شناخته شده را، برای ایجاد اندازه‌گیری شباهت فازی شهودی گسترش دادند و آنها را با رویکردهای مورد استفاده برای مجموعه‌های فازی معمولی مقایسه کردند. با این حال، وانگ و شین در سال ۲۰۰۵ استدلال کردند که اندازه‌های فاصله ارائه شده توسط اسمیت و کاپریک در برخی موارد عملکرد مؤثری نداشته‌اند [۳۷]. از این رو، چندین نوع فاصله جدید پیشنهاد و کاربردهایی

از آنها در تشخیص الگو بررسی شد. علاوه بر این، گرزگورسکی فاصله هامینگ، فاصله اقلیدسی و نسخه های نرمال شده‌ی متناظر با آنها را به IFS گسترش داد [۱۳]. در ادامه چن در سال ۲۰۰۷، با نشان دادن چند مثال متناقض اشاره کرد که برخی از خطاها در گرزگورسکی (۲۰۰۴) وجود دارد [۹]. هانگ و یانگ نیز فاصله هاسدورف را تا IFSها گسترش دادند و سه معیار شباهت را پیشنهاد کردند [۱۷].

ژانگ و یو در سال ۲۰۱۳ برای اندازه فاصله معیار جدیدی را بر اساس نوعی مقایسه فاصله‌ای ارائه کردند که در آن IFSها به اعداد فازی مثلثی متقارن تبدیل شدند [۴۱]. مقایسه با روش‌های پرکاربرد نشان داد که روش پیشنهادی در ژانگ و یو (۲۰۱۳) حاوی اطلاعات بیشتر و با از دست دادن اطلاعات بسیار کمتر است. پاپاکوستاس خصوصیات نظری و محاسباتی اصلی معیارهای فاصله و شباهت و همچنین روابط بین آنها را در [۳۰] بررسی کرد. علاوه بر این مقایسه‌ای بین اندازه‌های فاصله و شباهت نیز در حوزه تشخیص الگو انجام داد. در ادامه جیانگ و همکاران [۱۹]، یک معیار شباهت و فاصله جدید را با توجه به اشتراک مثلث‌های متساوی الساقین به دست آمده از مجموعه های فازی شهودی پیشنهاد کردند. آنها ضمن اثبات خاصیت‌های اساسی برای این اندازه جدید، اثربخشی آن را در حل چندین مسئله شناسایی الگو و خوشه بندی نشان دادند. علاوه بر این در سال ۲۰۲۲، جیانگ و همکاران روش دیگری بر مبنای ترکیب تصاویر چند فوکوسی برای اندازه‌گیری معیار شباهت پیسکل‌های مجاور معرفی کردند [۲۰]. خیاو [۳۹]، یک تابع فاصله غیرخطی برای مجموعه‌های فازی شهودی براساس واگرایی جنسن-شانون و به منظور بهبود در تشخیص تفاوتها بیان کرد و آن را برای مسائل طبقه‌بندی الگو به کار برد. پکالا و همکاران در سال ۲۰۲۱ معیار شباهتی شامل ایده تجمع و ارزیابی عدم قطعیت به همراه برخی ویژگیها برای مجموعه‌های فازی بازه ای مقدار بیان کردند [۶]. در سال ۲۰۲۲، گارگ و رانی با تبدیل اطلاعات نهفته در یک عدد فازی شهودی به عدد فازی مثلثی و بهره‌گیری از چهار نوع مفهوم مرکزی چندین معیار اندازه جدید معرفی کردند. سپس با طرح یک الگوریتم خوشه بندی، کاربردی از آن را برای تطابق اشیا بر مبنای سطوح اطمینان ارائه دادند [۱۵].

تشخیص پزشکی به عنوان یکی از مهم‌ترین و ضروری‌ترین فرآیندهای پزشکی بالینی مورد توجه قرار دارد زیرا که بیماری‌های اکتسابی بیماران را با توجه به علائم

مشخص می‌کند. طبق نظر کنونکو [۲۱]، تشخیص معمولاً به احتمال یا خطر ابتلای یک فرد به وضعیت سلامت خاصی در یک زمان خاص، بر اساس مشخصات بالینی و غیر بالینی او مربوط می‌شود. این فرآیند برای به حداقل رساندن خطر عوارض مرتبط با سلامتی مانند پوکی استخوان، سرطان روده کوچک و افزایش خطر سایر بیماری‌های خود ایمنی مفید است. به عنوان نمونه، موحیدین و بازلور در سال ۲۰۲۲، از ایده خلاصه‌سازی مجموعه‌ای برای غلبه بر ناهمگونی و حجم داده‌ها در شناسایی الگوهای نادر در مسئله تشخیص پزشکی استفاده کردند. آنها نشان دادند این تکنیک در تقویت عملکرد روشهای تشخیص ناهنجاری و افزایش همزمان کارایی تشخیص پزشکی نقش موثری ایفا می‌کند [۲۶]. در پژوهش دیگری کمیچ و همکاران عنوان کردند که اگر مشخص شود که ضایعه قفسه سینه در تصویربرداری انجام شده قبل از تشخیص قطعی سرطان ریه یک سلول غیر کوچک قابل مشاهده است، ممکن است اقدام پزشکی-حقوقی نامناسبی برای افرادی که تشخیص اولیه را از دست داده‌اند انجام شود. آنها استراتژی‌هایی را برای تعیین کمیت تأثیر تشخیص‌های پزشکی از دست رفته مرور می‌کنند، از این رو زمینه‌هایی برای تحقیقات آینده شناسایی می‌شود [۳۱].

تکنیک‌های کامپیوتری برای تشخیص پزشکی مانند الگوریتم‌های ژنتیک، شبکه‌های عصبی، ابزارهای آماری و سیستم‌های توصیه‌کننده با هدف افزایش دقت تشخیص به طور گسترده معرفی شده‌اند. آووسلو به توسعه سیستم‌های تشخیص زودهنگام و دقیق بیماری کووید-۱۹ با بهره‌گیری از الگوریتم‌های یادگیری ماشینی پرداخت. برای این منظور، با استخراج مهمترین ویژگیها از تصاویر عکسبرداری شده، الگوریتم‌هایی همچون k -نزدیکترین همسایه، درخت تصمیم، رگرسیون لجستیک چندوجهی، ماشین بردار پشتیبان و بیزی را به کار بردند [۴]. با این وجود، یک مسئله مهم در تشخیص پزشکی این است که روابط بین بیماران و علائم بیماری‌ها اغلب مبهم و نامشخص است. به عنوان مثال، پزشکان می‌توانند با بیمارانی مواجه شوند که احتمال دارد مشکلات شخصی و یا اختلالات روانی داشته باشند، به طوری که علائم و نشانه‌های مهم بیماران ناقص و مبهم باشد، حتی اگر پشتوانه سوابق پزشکی و فیزیکی بیماران موجود باشد. زمانی که اطلاعات پرونده بیماران به وضوح ارائه شده باشد، چگونگی ارزیابی دقیق با توجه به علائم بیماری‌ها چالش دیگری است که به پزشکان مجرب و آموزش دیده نیاز دارد. عدم

قطعیت موجود نیاز به استفاده از مجموعه فازی یا بسط آن را برای مدل‌سازی و کمک به تکنیک‌هایی که دقت تشخیص را بهبود و افزایش می‌دهد. نمونه‌هایی از این نوع مجموعه‌ها در [۱۸، ۲۵، ۴۲] یافت می‌شوند.

ژوها و همکاران یک مدل تصمیم‌گیری گروهی برای تشخیص پزشکی از طریق تعیین وزن متخصصان را بر اساس معیار تشابهی جدید و یکپارچه‌سازی اطلاعات ارزیابی با میانگین بونفرونی نرم فازی شهودی وزنی گسترش دادند [۱۶] در سال ۲۰۲۱، حبیب و همکاران برای تشخیص زود هنگام بیماری قلبی در زنان باردار با در نظر گرفتن هشت نشانه موثر در بیماری و شش سطح از بیماری به تشخیص، نوع درمان و پیش‌آگاهی در محیطی غیرقطعی پرداختند [۱۴]. علی و نعیم در سال ۲۰۲۲، با معرفی و تحلیل خانواده‌ای از اندازه‌های فاصله و شباهت وزندار برای مجموعه‌های فازی مردد دوگان نرمال به سنجش فاصله و شباهت میان هرگزین و گزینه ایده‌آل پرداختند و در ادامه مناسبترین گزینه یعنی همان بهترین تشخیص بیماری را تایید کردند [۱]. برومی و همکاران با بیان برخی عملگرها و مروری بر انواع اعداد نوتروسوفیک، گامهایی برای تشخیص پزشکی مناسب برای هر نوع از اعداد نوتروسوفیک مطرح کردند [۷]. در پژوهش دیگری آلیاس و همکاران با استفاده از یک اندازه هاسدروف تعمیم یافته روش خود را در مقایسه با برخی از اندازه‌های مطرح دیگر در تشخیص بیماری بیان کردند [۲]. در اغلب آنها از معیارهای اندازه متفاوتی برای فرآیند تشخیص استفاده شده است. برخی از این نوع اندازه‌ها محاسبات بیشتری دارند و برخی دیگر جامعیت کافی را برای هر نوع از مسائل ندارند. هدف اصلی ما در این تحقیق، نگرشی نوین بر برخی از اندازه‌های مطرح به منظور کاهش حجم عملیات و با جامعیت مناسب است.

سایر قسمت‌های این مقاله به صورتی که در ادامه می‌آید، سازماندهی شده است. در بخش ۲ برخی از تعاریف اولیه مربوط به مجموعه‌های فازی شهودی و اندازه‌های فاصله را بیان می‌کنیم. در بخش ۳، مروری بر معیارهای فاصله کلاسیک موجود انجام شده است. در بخش ۴، معیار فاصله جدید همراه با تفاسیر آن ارائه شده است. در بخش ۵، تحلیل مقایسه‌ای بین رویکرد جدید پیشنهادی و سایر اندازه‌ها انجام شده است. در بخش ۶، نیز کاربرد معیار فاصله پیشنهادی را می‌آوریم. نتایج نهایی و جمع‌بندی نهایی این نوشته در بخش ۷ آورده می‌شود.

۲ تعریف‌ها و مفاهیم اساسی

در این بخش تعاریف ضروری از مجموعه‌های فازی شهودی و اندازه‌های فاصله به اختصار آورده شده است.

تعریف ۱.۲. اگر X مجموعه مرجع و ناتهی باشد، مجموعه فازی شهودی (IFS) مانند \tilde{a} در X نمایشی به صورت زیر دارد [۳]:

$$\tilde{a} = \{ \langle x, \mu_{\tilde{a}}(x), \nu_{\tilde{a}}(x) \rangle \mid 0 \leq \mu_{\tilde{a}}(x) + \nu_{\tilde{a}}(x) \leq 1, x \in X \}, \quad (1)$$

که در آن $\mu_{\tilde{a}}(x)$ و $\nu_{\tilde{a}}(x)$ به ترتیب متناظر با مقدارهای عضویت و عدم عضویت می‌باشند و مطابق با روابط (۲) و (۳) تعریف می‌شوند:

$$\mu_{\tilde{a}} : X \rightarrow [0, 1], (x \in X, \mu_{\tilde{a}}(x) \in [0, 1]) \quad (2)$$

$$\nu_{\tilde{a}} : X \rightarrow [0, 1], (x \in X, \nu_{\tilde{a}}(x) \in [0, 1]) \quad (3)$$

تابعی به نام تابع تردید را برای هر $x \in X$ ، می‌توان با رابطه (۴) تعریف کرد:

$$\pi_{\tilde{a}}(x) = 1 - (\mu_{\tilde{a}}(x) + \nu_{\tilde{a}}(x)), \quad (4)$$

و از این رو آشکار است که $0 \leq \pi_{\tilde{a}}(x) \leq 1$ می‌باشد.

تعریف ۲.۲. برای دو مجموعه فازی شهودی \tilde{a}_1 و \tilde{a}_2 در مجموعه مرجع X ، گزاره‌های زیر معتبر هستند [۳]:

$$\tilde{a}_1 \subseteq \tilde{a}_2 \Leftrightarrow \forall x \in X \quad \mu_{\tilde{a}_1}(x) \leq \mu_{\tilde{a}_2}(x), \nu_{\tilde{a}_1}(x) \geq \nu_{\tilde{a}_2}(x) \quad .1$$

$$\tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 \Leftrightarrow \tilde{a}_1 \subseteq \tilde{a}_2, \tilde{a}_2 \subseteq \tilde{a}_1 \quad .2$$

$$\tilde{a}_1^c = \{ \langle x, \nu_{\tilde{a}_1}(x), \mu_{\tilde{a}_1}(x) \rangle \mid x \in X \} \quad .3$$

در ادامه تعریف اندازه فاصله و اندازه تشابه به عنوان دو مفهوم مهم از نظریه اطلاعات برای مجموعه‌های فازی شهودی آورده می‌شود.

تعریف ۳.۲. (اندازه فاصله) با فرض اینکه \tilde{a}_1, \tilde{a}_2 و \tilde{a}_3 سه مجموعه فازی شهودی در X باشند، اندازه فاصله بین مجموعه‌های \tilde{a}_1 و \tilde{a}_2 با $dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2)$ نشان داده می‌شود که در اصول موضوعی زیر صدق می‌کند [۱۳]:

$$0 \leq dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) \leq 1 \quad 0.1$$

$$dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = 0 \Leftrightarrow \tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 \quad 0.2$$

$$dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = dis(\tilde{a}_2, \tilde{a}_1) \quad 0.3$$

$$dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_3) \leq dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) + dis(\tilde{a}_2, \tilde{a}_3) \quad 0.4$$

تعریف ۴.۲. (اندازه تشابه) با فرض اینکه \tilde{a}_1, \tilde{a}_2 و \tilde{a}_3 سه مجموعه فازی در X باشند، اندازه تشابه بین مجموعه‌های \tilde{a}_1 و \tilde{a}_2 با $sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2)$ نشان داده می‌شود که در اصول موضوعی زیر صدق می‌کند [۲۲]:

$$0 \leq sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) \leq 1 \quad 0.1$$

$$sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = 1 \Leftrightarrow \tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 \quad 0.2$$

$$sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = sim(\tilde{a}_2, \tilde{a}_1) \quad 0.3$$

$$\tilde{a}_1 \subseteq \tilde{a}_2 \subseteq \tilde{a}_3 \Rightarrow sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_3) \leq sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2), sim(\tilde{a}_1, \tilde{a}_3) \leq sim(\tilde{a}_2, \tilde{a}_3) \quad 0.4$$

۳ مروری بر برخی از اندازه‌های مطرح برای مجموعه‌های فازی شهودی

اندازه فاصله از مفاهیم نظری و کاربردی مهم در نظریه اندازه‌ها می‌باشد. به کمک اندازه فاصله‌ها می‌توان میزان تفاوت و فاصله بین مجموعه‌ها را تشخیص داد. در این قسمت مروری بر برخی از اندازه‌های مطرح داریم [۳۶]. اگر $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ مجموعه

برخی اندازه های شناخته شده بین مجموعه های فازی شهودی _____ ۲۳۰

مرجع ناتهی و مجموعه وزنه‌های $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ متناظر با عناصر آن باشد، بطوریکه:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i \geq 0, i = \{1, 2, \dots, n\}$$

برای دو مجموعه فازی شهودی دلخواه زیر

$$\tilde{a}_1 = \{\langle x_i, \mu_{\tilde{a}_1}(x_i), \nu_{\tilde{a}_1}(x_i) \rangle \mid x_i \in X\}$$

$$\tilde{a}_2 = \{\langle x_i, \mu_{\tilde{a}_2}(x_i), \nu_{\tilde{a}_2}(x_i) \rangle \mid x_i \in X\}$$

اندازه فاصله‌های زیر را می‌توان معرفی کرد:
فاصله همینگ وزن‌دار فازی شهودی

(۵)

$$d_{wh}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^n w_i (|\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + |\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)|)$$

در حالتی که رابطه $w_i = 1$ برقرار باشد رابطه فاصله همینگ نامیده می‌شود و با $d_h(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2)$ نمایش می‌یابد.
فاصله همینگ نرمالیزه فازی شهودی

$$d_{nh}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \frac{1}{\gamma n} \sum_{i=1}^n (|\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + |\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)|) \quad (۶)$$

فاصله اقلیدسی وزن‌دار فازی شهودی

(۷)

$$d_{we}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \left\{ \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^n w_i \left((\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i))^{\gamma} + (\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i))^{\gamma} + (\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i))^{\gamma} \right) \right\}^{\frac{1}{\gamma}}$$

در حالتی که رابطه $w_i = 1$ برقرار باشد رابطه فاصله اقلیدسی نامیده می‌شود و با $d_e(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2)$ نمایش می‌یابد.

فاصله اقلیدسی نرمالیزه فازی شهودی

(۸)

$$d_{we}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \left\{ \frac{1}{\gamma n} \sum_{i=1}^n \left((\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i))^{\gamma} + (\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i))^{\gamma} + (\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i))^{\gamma} \right) \right\}^{\frac{1}{\gamma}}$$

برای دو عدد $\tilde{a}_1 = (\mu_{\tilde{a}_1}(x_i), \nu_{\tilde{a}_1}(x_i), \pi_{\tilde{a}_1}(x_i))$ و $\tilde{a}_2 = (\mu_{\tilde{a}_2}(x_i), \nu_{\tilde{a}_2}(x_i), \pi_{\tilde{a}_2}(x_i))$ فاصله به صورت زیر تعریف می‌شود:
فاصله همینگ نرمالیزه برای مقادیر فازی شهودی

$$d_{nh}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \frac{1}{3} (|\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + |\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)|) \quad (9)$$

فاصله اقلیدسی نرمالیزه برای مقادیر فازی شهودی

$$d_{ne}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \left\{ \frac{1}{3} \left((\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 + (\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 + (\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

در بخش بعدی با رویکردی متفاوت صورتهایی معادل برای برخی از این اندازه‌ها معرفی می‌کنیم.

۴ نگرشی نوین بر اندازه‌ها برای مجموعه‌های فازی شهودی

از جمله مهم‌ترین موضوعات پایه‌ای بعد از معرفی هر نوع داده یا مجموعه، نحوه مقایسه یا مرتب‌سازی آن‌ها است. از آن جا که در این نوشته تمرکز خود را روی اعداد فازی شهودی قرار داده‌ایم. در ادبیات موضوعی مرتبط به بررسی روشهای نوین برای تعیین معیار رتبه‌بندی متناظر با این نوع اعداد پرداخته‌ایم. اصلی‌ترین مشخصه برای ارزش‌گذاری یک عدد فازی شهودی درجه عضویت آن عنصر می‌باشد. واضح است که این مقدار باید بیشترین نقش و تاثیر را برای مشخص کردن ارزش متناظر با این نوع عدد ایفا نماید. عامل دیگری که می‌تواند در تعیین ارزش این نوع اعداد تاثیری مثبت داشته باشد، تردید است که می‌توان ضریبی از آن را در تعیین ارزش نهایی رتبه تاثیر داد زیرا در تردید ممکن است بخشی از درستی یا تعلق روی دهد. وزنه‌ای پیشنهادی برای تعیین ضرایب متناظر با میزان تعلق و میزان تردید در اختیار تصمیم‌گیرنده است. اگر چه انتخاب وزن از بازه $[0, 0.75]$ برای درجه تعلق و انتخاب وزن از بازه $[0, 0.25]$ برای درجه تردید نتایج منطقی‌تری به دنبال دارد. شکوری و همکاران [۳۲] از این ایده برای رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی ذوزنقه‌ای بهره بردند. با استفاده از این طرح برای هر عدد فازی شهودی

گسسته مانند $\tilde{a}_1 = (\mu_{\tilde{a}_1}(x_i), \nu_{\tilde{a}_1}(x_i), \pi_{\tilde{a}_1}(x_i))$ رتبه زیر را می توان متناظر کرد:

$$R(\tilde{a}_1) = w_1 \mu_{\tilde{a}_1}(x_i) + w_2 \pi_{\tilde{a}_1}(x_i) \quad (11)$$

که در آن $w_1 \in [0, 0.75]$ و $w_2 \in [0, 0.25]$.

در اینجا می خواهیم از این ایده برای تعیین اندازه فاصله بین دو عدد فازی شهودی گسسته استفاده کنیم. برخی از مزایای به کارگیری این ایده برای اعداد فازی شهودی گسسته عبارتند از:

۱. در اغلب پژوهشها، برای اندازه های مطرح از سه مشخصه میزان عضویت، میزان عدم عضویت و تردید به صورت همزمان استفاده کردند. مسلماً استفاده از دو مقدار درجه عضویت و تردید در کاهش حجم محاسبات نقش موثری خواهد داشت.

۲. با تعیین وزنه های مربوط به درجه تعلق و تردید انعطاف پذیری بالاتری در اختیار تصمیم گیرنده قرار می گیرد.

۳. این ایده برای اغلب معیارهای اندازه مطرح شده قابل استفاده است. به عنوان مثال روابط (۱۲)، (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) تاییدی بر این مطلب است.

۴. اندازه های کاهش یافته جدید در خواص کلیدی اندازه صدق می کنند. (قضیه ۱.۴)

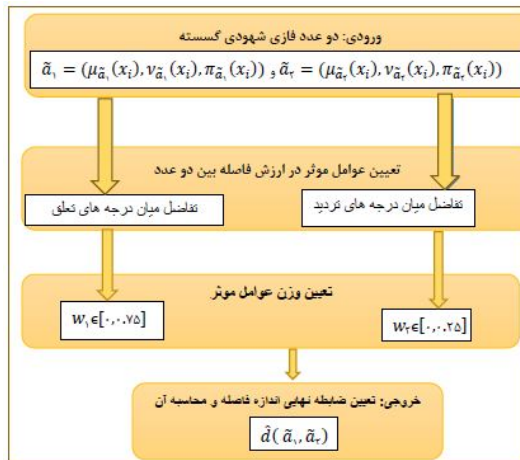
شکل ۱ نموداری مفهومی برای مقایسه دو عدد فازی شهودی گسسته را به تصویر می کشد. با استفاده از این نگرش برخی از اندازه های ارائه شده در بخش قبل را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

فاصله همینگ وزندار فازی شهودی خلاصه شده

(۱۲)

$$d_{wh}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^n w_i (w_{i1} |\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + w_{i2} |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)|)$$

در حالتی که رابطه $w_i = 1$ برقرار باشد رابطه فاصله همینگ نامیده می شود.



شکل ۱: نمودار مفهومی برای محاسبه اندازه فاصله بین دو عدد فازی شهودی با رویکردی جدید

فاصله اقلیدسی وزن دار فازی شهودی خلاصه شده

$$d_{we}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^n w_i \left(w_{i1} (\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 + w_{i2} (\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

علاوه بر این برای دو عدد $\tilde{a}_1 = (\mu_{\tilde{a}_1}(x_i), \nu_{\tilde{a}_1}(x_i), \pi_{\tilde{a}_1}(x_i))$ و اندازه‌های فاصله به صورت زیر تعریف می‌شود:

فاصله همینگ نرمالیزه خلاصه شده برای مقادیر فازی شهودی

$$d_{nh}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = w_{i1} |\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + w_{i2} |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)| \quad (14)$$

فاصله اقلیدسی نرمالیزه خلاصه شده برای مقادیر فازی شهودی

$$d_{ne}(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = \left\{ \left(w_{i1} (\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 + w_{i2} (\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i))^2 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

قضیه ۱۰۴. نشان دهید رابطه (۱۴) اصول موضوعی اندازه را برقرار می‌سازد.

۱. با توجه به علامت قدرمطلق و همین طور کوچکتر از یک بودن مقدار هر یک از قدرمطلق‌ها و توجه به ساختار رابطه و این نکته که $w_{i1} + w_{i2} = 1$ است، نتیجه

می‌گیریم:

$$0 \leq dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) \leq 1$$

۲. اگر $dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = 0$ آنگاه،

$$\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) = \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)$$

$$\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) = \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)$$

با توجه به $\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) = \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)$ می‌توان نوشت

$$1 - \mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_1}(x_i) = 1 - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i) - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i)$$

از آنجا که $\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) = \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)$ داریم:

$$1 - \nu_{\tilde{a}_1}(x_i) = 1 - \nu_{\tilde{a}_2}(x_i)$$

در نتیجه

$$\nu_{\tilde{a}_1}(x_i) = \nu_{\tilde{a}_2}(x_i)$$

بنابراین

$$\tilde{a}_1 = \tilde{a}_2$$

برعکس این رابطه نیز بدیهی است.

۳. با توجه به علامت قدر مطلق آشکار است که

$$dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = dis(\tilde{a}_2, \tilde{a}_1)$$

۴. با شروع از سمت چپ نامساوی داریم:

$$dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2) = w_{i1} |\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_2}(x_i)| + w_{i2} |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_2}(x_i)| \quad (16)$$

با کم و اضافه کردن مقادیر $\mu_{\tilde{a}_r}(x_i)$ و $\pi_{\tilde{a}_r}(x_i)$ در قدرمطلقها می‌توان نوشت:

$$dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_r) = w_{i1} |\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_r}(x_i) + \mu_{\tilde{a}_r}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_1}(x_i)| + w_{i2} |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_r}(x_i) + \pi_{\tilde{a}_r}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_1}(x_i)|$$

با استفاده از نامساوی مثلثی نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_r) &\leq w_{i1} |\mu_{\tilde{a}_1}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_r}(x_i)| + w_{i2} |\pi_{\tilde{a}_1}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_r}(x_i)| \\ &+ w_{i1} |\mu_{\tilde{a}_r}(x_i) - \mu_{\tilde{a}_1}(x_i)| + w_{i2} |\pi_{\tilde{a}_r}(x_i) - \pi_{\tilde{a}_1}(x_i)| \\ &\leq dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_r) + dis(\tilde{a}_1, \tilde{a}_r) \end{aligned}$$

از این رو رابطه (۱۴) حافظ خواص اندازه می‌باشد. اثبات خواص اصول اندازه برای سایر روابط ارائه شده در این بخش به طریقی مشابه است.

۵ تحلیل مقایسه‌ای

در این بخش می‌خواهیم کارایی اندازه ارائه شده در بخش پیشین را با ذکر مواردی عددی نشان دهیم.

مثال ۱.۵. سه عدد فازی شهودی زیر را در نظر بگیرید [۲۴]:

$$\tilde{a} = (0/001, 0/002, 0/997), \tilde{b} = (0/002, 0/002, 0/996), \tilde{c} = (0/01, 0/02, 0/97)$$

با استفاده از اندازه‌های فاصله جدید و قدیم می‌خواهیم $d_{\tilde{c}\tilde{a}}$ و $d_{\tilde{c}\tilde{b}}$ را بیابیم. به عنوان نمونه برای اندازه فاصله جدید \hat{d}_{nh} داریم:

$$\hat{d}_{nh}(\tilde{a}\tilde{c}) = 0/75(0/009) + 0/25(0/027) = 0/135$$

$$\hat{d}_{nh}(\tilde{b}\tilde{c}) = 0/75(0/008) + 0/25(0/026) = 0/125$$

و برای اندازه فاصله جدید \hat{d}_{ne} داریم:

$$\hat{d}_{ne}(\tilde{a}\tilde{c}) = 0/75(0/009)^2 + 0/25(0/027)^2 = 0/000243$$

$$\hat{d}_{ne}(\tilde{b}\tilde{c}) = 0/75(0/008)^2 + 0/25(0/027)^2 = 0/000217$$

به دست می آیند. نتایج برای دو اندازه فاصله جدید مشابه با دو اندازه فاصله پیشین رابطه زیر را نشان می دهد:

$$d_{\tilde{c}\tilde{a}} \geq d_{\tilde{c}\tilde{b}}$$

جزئیات بیشتر پاسخ ها در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: اندازه فاصله برای مثال ۱

فاصله	d_{nh}	d_e	\hat{d}_{nh}	\hat{d}_{ne}
$d_{\tilde{c}\tilde{a}}$	0/27	0/028	0/0135	0/000243
$d_{\tilde{c}\tilde{b}}$	0/026	0/029	0/0125	0/000217

مثال ۲.۵. در این مثال می خواهیم به ازای ۴ دسته از مجموعه های فازی شهودی اندازه های فاصله جدید و قدیم را مقایسه کنیم. نتایج حاصل از به کارگیری فرمولهای مربوط به اندازه های فاصله در جدول ۲ خلاصه شده است [۲۴]. مقادیر حاصل از جدول

جدول ۲: اندازه فاصله برای مثال ۲

\tilde{a}_i	$\{(0/4, 0/3, 0/3), (0/5, 0/4, 0/1)\}$	$\{(0/4, 0/3, 0/3), (0/5, 0/4, 0/1)\}$	$\{(0/51, 0/41, 0/08), (0/41, 0/31, 0/28)\}$	$\{(0/51, 0/41, 0/08), (0/41, 0/31, 0/28)\}$
\tilde{b}_i	$\{(0/15, 0/35, 0/4), (0/35, 0/25, 0/2)\}$	$\{(0/16, 0/36, 0/28), (0/36, 0/26, 0/18)\}$	$\{(0/41, 0/41, 0/18), (0/51, 0/41, 0/08)\}$	$\{(0/61, 0/31, 0/08), (0/31, 0/21, 0/28)\}$
d_{ab}	0/15	0/14	0/15	0/15
d_c	0/12	0/12	0/14	0/14
\hat{d}_{wh}	0/6875	0/625	0/5625	0/5
\hat{d}_{we}	0/6875	0/815	0/6875	0/625

۲ نشان می دهد که برای دو اندازه فاصله \hat{d}_{we} و \hat{d}_{wh} داریم:

$$\hat{d}_{wh}(\tilde{a}_1, \tilde{b}_1) \geq \hat{d}_{wh}(\tilde{a}_2, \tilde{b}_2) \geq \hat{d}_{wh}(\tilde{a}_3, \tilde{b}_3) \geq \hat{d}_{wh}(\tilde{a}_4, \tilde{b}_4)$$

$$\hat{d}_{we}(\tilde{a}_1, \tilde{b}_1) \geq \hat{d}_{we}(\tilde{a}_2, \tilde{b}_2) \geq \hat{d}_{we}(\tilde{a}_3, \tilde{b}_3) \geq \hat{d}_{we}(\tilde{a}_4, \tilde{b}_4)$$

روابط به دست آمده جداسازی و تشخیص مناسب را برای دو اندازه فاصله جدید نشان می‌دهد.

علاوه براین، اگر با استفاده از برخی اندازه‌های تشابه مبتنی بر فاصله و مطرح شده در [۱۱] شباهت میان مجموعه‌های این مثال را بسنجیم مطابق آنچه در جدول ۳ دیده می‌شود، نتایجی منطقی و مرتبط با جدول ۲ می‌توان یافت.

جدول ۳: اندازه‌های تشابه مبتنی بر فاصله برای مثال ۲

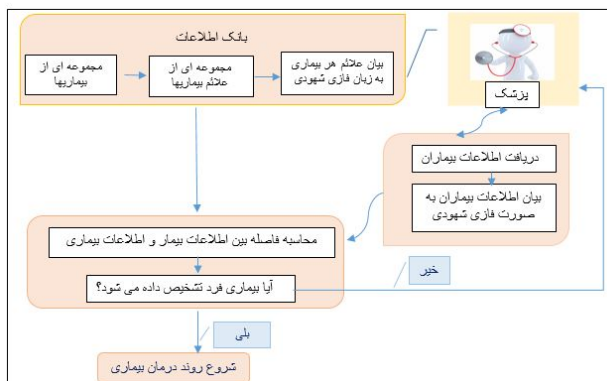
\tilde{a}_i	$\{(-/4, -/3, -/3), (-/5, -/4, -/1)\}$	$\{(-/4, -/3, -/3), (-/5, -/4, -/1A)\}$	$\{(-/51, -/41, -/48), (-/41, -/31, -/28A)\}$	$\{(-/51, -/41, -/48), (-/41, -/31, -/28)\}$
\tilde{b}_i	$\{(-/25, -/25, -/2), (-/25, -/25, -/2)\}$	$\{(-/26, -/26, -/2A), (-/26, -/26, -/1A)\}$	$\{(-/41, -/41, -/1A), (-/51, -/41, -/48)\}$	$\{(-/61, -/31, -/48), (-/31, -/41, -/28)\}$
$s_1 = 1 - d_{wh}$	+/9375	+/9375	+/9375	+/95
$s_1 = \sqrt{1 - d_{wh}^2}$	+/9976	+/9980	+/9984	+/9987
$s_2 = \frac{1 - d_{wh}}{1 + d_{wh}}$	+/8713	+/8824	+/8925	+/9038
$s_3 = \cos\left(\frac{d_{wh}}{2}\right)$	+/9999987	+/9999985	+/9999988	+/9999999
$s_4 = \frac{1 - d_{wh}}{1 + d_{wh}^2}$	+/89889	+/90415	+/91237	+/92284

$$S_j(\tilde{a}_1, \tilde{b}_1) \leq S_j(\tilde{a}_2, \tilde{b}_2) \leq S_j(\tilde{a}_3, \tilde{b}_3) \leq S_j(\tilde{a}_4, \tilde{b}_4), \quad j = 1, 2, 3, 4$$

۶ کاربرد در تشخیص بیماریها

اکنون می‌خواهیم کاربردی از اندازه پیشنهادی ارائه شده در رابطه را برای مسئله تشخیص پزشکی به کار ببریم. برای این منظور کلیدی‌ترین عوامل شامل مجموعه‌های S (مجموعه ای از علائم)، D (مجموعه‌ای از تشخیص‌ها)، P (مجموعه‌ای از بیمارها)، می‌باشند. فرآیند ارائه شده در شکل ۲ مراحل تشخیص بیماری را نمایش می‌دهد.

مثال کاربردی: فرض کنیم مجموعه‌ای شامل چهار بیمار مانند $P = \{P_1, P_2, P_3, P_4\}$ با مجموعه‌ای از علائم {درجه حرارت، سردرد، معده درد، سرفه، درد قفسه سینه} $S = \{$ داشته باشیم به صورتی که علائم هر بیماری مشابه آنچه در جدول ۴ بیان شده است توصیف شده باشند. مجموعه‌ای از تشخیص‌ها نیز با {تب ویروسی، مالاریا، حصبه، مشکل معده، مشکل قفسه سینه} $D = \{$ در جدول ۵ توصیف شده‌اند [۲۴].



شکل ۲: فرآیند تشخیص بیماری

اکنون فاصله بین نشانه‌های بیماری در هر فرد را با علائم هر یک از بیماریها می‌سنجیم. جدول ۵ فاصله علائم در هر بیمار را نسبت به هر بیماری نشان می‌دهد.

جدول ۴: اطلاعات مربوط به علائم بیماران

بیمار	علائم بیماری				
	درجه حرارت	سردرد	درد معده	سرفه	درد قفسه سینه
P_1	$\langle 0/8, 0/1 \rangle$	$\langle 0/6, 0/1 \rangle$	$\langle 0/2, 0/8 \rangle$	$\langle 0/6, 0/1 \rangle$	$\langle 0/1, 0/6 \rangle$
P_2	$\langle 0, 0/1 \rangle$	$\langle 0/4, 0/4 \rangle$	$\langle 0/6, 0/1 \rangle$	$\langle 0/1, 0/7 \rangle$	$\langle 0/1, 0/8 \rangle$
P_3	$\langle 0/8, 0/1 \rangle$	$\langle 0/8, 0/1 \rangle$	$\langle 0, 0/6 \rangle$	$\langle 0/2, 0/7 \rangle$	$\langle 0, 0/5 \rangle$
P_4	$\langle 0/6, 0/1 \rangle$	$\langle 0/5, 0/4 \rangle$	$\langle 0/3, 0/4 \rangle$	$\langle 0/7, 0/2 \rangle$	$\langle 0/3, 0/4 \rangle$

جدول ۵: اطلاعات فازی شهودی مربوط به علائم بیماریها

بیماری	علائم بیماری				
	درجه حرارت	سردرد	درد معده	سرفه	درد قفسه سینه
تب ویروسی	$\langle 0/4, 0 \rangle$	$\langle 0/3, 0/5 \rangle$	$\langle 0/1, 0/7 \rangle$	$\langle 0/4, 0/3 \rangle$	$\langle 0/1, 0/7 \rangle$
مالاریا	$\langle 0/7, 0 \rangle$	$\langle 0/2, 0/6 \rangle$	$\langle 0, 0/9 \rangle$	$\langle 0/7, 0 \rangle$	$\langle 0/1, 0/8 \rangle$
حصبه	$\langle 0/3, 0/3 \rangle$	$\langle 0/6, 0/1 \rangle$	$\langle 0/2, 0/7 \rangle$	$\langle 0/2, 0/6 \rangle$	$\langle 0/1, 0/9 \rangle$
مشکل معده	$\langle 0/1, 0/7 \rangle$	$\langle 0/2, 0/4 \rangle$	$\langle 0/8, 0 \rangle$	$\langle 0/2, 0/7 \rangle$	$\langle 0/2, 0/7 \rangle$
مشکل قفسه سینه	$\langle 0/1, 0/8 \rangle$	$\langle 0, 0/8 \rangle$	$\langle 0/2, 0/8 \rangle$	$\langle 0/2, 0/8 \rangle$	$\langle 0/8, 0/1 \rangle$

بر اساس فرآیند تشخیص ارائه شده در شکل ۲ پیش بینی به دست آمده از فاصله پیشنهادی مبتنی بر رابطه (۱۴) در مقایسه با سایر روشهای موجود در ادبیات پژوهشی در جدول ۶ خلاصه شده است.

نتایج به دست آمده با استفاده اندازه فاصله حاصل از نگرش نوین مشابه اغلب

جدول ۶: پیش بینی به دست آمده با استفاده از فاصله پیشنهادی در رابطه (۱۴) و سایر پیش بینی‌ها.

بیمار	بیماری					پیش بینی سایر روش‌ها
	پیش بینی ما	مشکل قفسه سینه	مشکل معده	حصه	مالاریا	
P_1	مالاریا	۲۸۵/۰	۳۷/۰	۱۷۵/۰	۱۵/۰	مالاریا [۱۸، ۲۵، ۴۲، ۱۶، ۱۴، ۰۷، ۰۳، ۲۲، ۲۶، ۲۴] - تب ویروسی [۱۱]
P_2	مشکل معده	۳۲/۰	۱۶/۰	۱۹۵/۰	۳۶/۰	مالاریا [۳۳، ۱۲، ۱۱، ۲۴، ۰۸، ۲۳، ۲۹، ۰۱، ۲۷، ۳۸]
P_3	حصه	۴۲۵/۰	۳۹۵/۰	۲۲/۰	۲۲۵/۰	مشکل معده [۲۴، ۱۲، ۱۱، ۲۳، ۰۸، ۲۹، ۰۳، ۲۷، ۳۸] - مالاریا [۱۰]
P_4	مالاریا	۳۶/۰	۳۲/۰	۲۲۵/۰	۱۷/۰	تب ویروسی [۲۴، ۱۸، ۰۸، ۳۸، ۲۷، ۱۱] - مالاریا [۱۱]

مقالات موجود در ادبیات پژوهشی موضوع است. در واقع پیش بینی حاصل از به کارگیری رابطه (۱۴)، مطابق جدول ۶ نشان می‌دهد:

فاصله بین علائم بیماری مربوط به اولین بیمار و نشانه‌های بیماری مالاریا کمترین مقدار یعنی ۱۵/۰ است و از اینرو نشانه‌ها در بیمار شماره ۱ منتهی به تشخیص مالاریا می‌شود که با نتایج مربوط به سه مورد از رفرنس‌ها تطابق دارد. علاوه بر این بیشترین فاصله را با مشکل قفسه سینه یعنی ۳۷/۰ را دارد. در مورد بیمار شماره ۲، تشخیص بیماری با استفاده از روش پیشنهادی نتایج یکسانی با تمام منابع موجود، یعنی مشکل معده را نشان می‌دهد. در مورد بیمار سوم نیز نتایج بر یافته‌های حاصل از اغلب روش‌های موجود منطبق است. در مورد بیمار چهارم، همانگونه که مشاهده می‌شود تعداد تشخیص اولیه بیماری، بین مالاریا و تب ویروسی تقریباً یکسان است. اندازه فاصله به دست آمده برای این دو بیماری نیز برای این بیمار، کمتر از سایر بیماریها می‌باشد که برای بهبود تشخیص در این موارد بهتر است ویژگیها یا آزمایشهای بیشتری را برای بیمار در نظر گرفت.

۷ نتیجه‌گیری

در این پژوهش، نوعی اندازه فاصله مفهومی و کارا برای مقایسه اعداد فازی شهودی معرفی شد. اندازه‌های فاصله تعریف شده نه تنها اصول موضوعی اندازه را برقرار می‌سازند، بلکه در مثالهای مربوط به ادبیات موضوعی پژوهش عملکردی مناسب و منطقی از خود نشان داده‌اند. علاوه بر این فرآیند و در واقع ساختار تشخیص پزشکی با استفاده از بانک اطلاعات فازی شهودی در نمودارهایی مفهومی تشریح شد. وزن دار بودن اندازه تعریف شده انعطاف‌پذیری بالاتری برای پاسخ‌دهی فراهم کرده است. با به کارگیری اندازه‌های فاصله نوین در این ساختار، مثالهایی عددی و کاربردی حل شد. یافته‌های حاصل از پژوهش جاری نتایجی مشابه عملکرد روشهای مطرح را نشان داد و در عین

برخی اندازه های شناخته شده بین مجموعه های فازی شهودی _____ ۲۴۰

حال حجم محاسبات را نیز کاهش داده است. از جمله محدودیتهای پژوهش می توان به کم بودن تعداد ویژگی ها (علائم بیماری)، نبودن پایگاه داده گسترده در این حوزه و عدم دسترسی به نتیجه قطعی بیماری را نام برد.

برای پژوهش های آینده در این موضوع پیشنهادات زیر را می توان طرح کرد:

۱. تعمیم این ایده به سایر اندازه های فاصله و شباهت.

۲. بهره گیری از این دسته از اندازه ها برای معرفی اندازه آنتروپی.

۳. انتظار می رود این پژوهش در بهبود تصمیم گیری و به ویژه تشخیص بیماری برای محققان نظریه اندازه و پزشکانی که در این حوزه کار می کنند و نمونه های بیشتری از داده ها و ویژگی ها را مشاهده و ثبت می کنند، مفید واقع شود.

مراجع

- [1] Ali, J., Naeem, M. (2022) Distance and similarity measures for normal wiggly dual hesitant fuzzy sets and their application in medical diagnosis. *Sci Rep* 12, 13784. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-16078-6>.
- [2] Alias, S., Mohamad, D., Shuib, . A., MohdYusoff, N.S. ,AbdRhani, N. & Fitri-ahMohamad, S. N. (2022) Medical Diagnosis via Distance-based Similarity Measure for Rough Neutrosophic Set. *Neutrosophic Sets and Systems*, 46, 142-150. Retrieved from <http://fs.unm.edu/NSS2/index.php/111/article/view/1948>.
- [3] Atanassov, K.T. (1986) Intuitionistic fuzzy sets, *Fuzzy Sets Syst.* 20, 87–96.
- [4] Avuçlu E. (2022) A novel method using Covid-19 dataset and machine learning algorithms for the most accurate diagnosis that can be obtained in medical diagnosis. *Biomedical Signal Processing and Control*, Volume 77.
- [5] Balasubramaniam P., Ananthi V.P. (2014) Image fusion using intuitionistic fuzzy sets. *Inf Fusion* 20(1), 21–30.

- [6] Barbara Pękala, Krzysztof Dyczkowski, Przemysław Grzegorzewski, Urszula Bentkowska (2021) Inclusion and similarity measures for interval-valued fuzzy sets based on aggregation and uncertainty assessment. *Information Sciences*, 547, 1182-1200.
- [7] Broumi, S., Mamoni D., Abdellah B., Assia B. and Mohamed T. (2022) Medical Diagnosis Problems Based on Neutrosophic Sets and Their Hybrid Structures: A Survey. *Neutrosophic Sets and Systems* 49, 1. https://digitalrepository.unm.edu/nss_journal/vol49/iss1/1.
- [8] Cheng C., Xiao F., Cao Z. (2019) A new distance for intuitionistic fuzzy sets based on similarity matrix. *IEEE Access*. 7, 70436-70446.
- [9] Chen T.Y. (2007) A note on distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric. *Fuzzy Sets Syst* 158, 2523-2525.
- [10] De S.K., Biswas R., Roy A.R. (2001) An application of intuitionistic fuzzy sets in medical diagnosis. *Fuzzy Sets Syst*. 117, 209-213.
- [11] Du W.S., Hu B.Q. (2015) Aggregation distance measure and its induced similarity measure between intuitionistic fuzzy sets. *Pattern Recogn Lett*. 60, 65-71.
- [12] Ejegwa P. A., Modom E. S. (2015) Diagnosis of viral hepatitis using new distance measure of intuitionistic fuzzy sets. *International Journal of Fuzzy Mathematical Archive*, 8(1), 1-7.
- [13] Grzegorzewski P. (2004) Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric. *Fuzzy Sets Syst* 148, 319-328.

- [14] Habib, S., Ashraf, A., Arif Butt, M., & Ahmad, M. (2021) Medical diagnosis based on single-valued neutrosophic information. *Neutrosophic Sets and Systems*, 42, 302-323.
- [15] Harish Garg, Dimple Rani (2022) Novel distance measures for intuitionistic fuzzy sets based on various triangle centers of isosceles triangular fuzzy numbers and their applications. *Expert Systems with Applications*, Volume 191.
- [16] Hu J., Pan L., Yang Y., Chen H. (2019) A group medical diagnosis model based on intuitionistic fuzzy soft sets. *Applied Soft Computing* 77, 453-466
- [17] Hung W.L., Yang M.S. (2004) Similarity measures of intuitionistic fuzzy sets based on Hausdorff distance. *Pattern Recognit Lett* 25, 1603–1611.
- [18] Jafarian E., Rezvani M.A. (2013) A valuation-based method for ranking the intuitionistic fuzzy numbers. *Journal of Intelligent Fuzzy System* 24 (1), 133–144.
- [19] Jiang Q., Jin X., Lee S.-J., and Yao S. (2019) A new similarity/distance measure between intuitionistic fuzzy sets based on the transformed isosceles triangles and its applications to pattern recognition. *Expert System and Application* 116, 439–453.
- [20] Jiang Q., Lee S., Zeng X., Jin X., Hou J., Zhou W., and Yao S. (2022) A multi-focus image fusion scheme based on similarity measure of transformed isosceles triangles between intuitionistic fuzzy sets. *IEEE Transaction Instrument and Measurment.*, p. 14 pages. doi:10.1109/TIM.2022.3169571.
- [21] Kononenko I. (2001) Machine learning for medical diagnosis: history, state of the art and perspective. *Artificial Intelligence Medicin* 23 (1), 89–109.
- [22] Liang Z., Shi P. (2003) Similarity measures on intuitionistic fuzzy sets. *Pattern Recognition Letters* 24, 2687-2693.

- [23] Luo M, Zhao R. (2018) A distance measure between intuitionistic fuzzy sets and its application in medical diagnosis. *Artif Intell Med.* 89, 34-39.
- [24] Mahanta, J., Panda, S. (2021) A novel distance measure for intuitionistic fuzzy sets with diverse applications. *Int. J. Intell. Syst.* 36, 615–627.
- [25] Meng D., Zhang X., Qin K. (2011) Soft rough fuzzy sets and soft fuzzy rough sets. *Computational Mathematics and Application* 62(12), 4635–4645.
- [26] Mohiuddin Ahmed, A.N.M. Bazlur Rashid, EDSUCh: A robust ensemble data summarization method for effective medical diagnosis. *Digital Communications and Networks*, 2022.
- [27] Mondal K., Pramanik S. (2015) Intuitionistic fuzzy similarity measure based on tangent function and its application to multi-attribute decision making. *Global J Adv Res.* 2, 464-471.
- [28] Ngan S.C. (2016) An activation detection-based similarity measure for intuitionistic fuzzy sets. *Expert Syst Appl* 60(1), 62–80.
- [29] Own C.M. (2009) Switching between type-2 fuzzy sets and intuitionistic fuzzy sets: an application in medical diagnosis. *Appl Intell.* 31, 283.
- [30] Papakostas G.A. (2013) Distance and similarity measures between intuitionistic fuzzy sets: a comparative analysis from a pattern recognition point of view. *Pattern Recognit Lett* 34, 1609–1622.
- [31] Ross Camidge D., Mandair D., Morgan R., Amini A., Rusthoven C.G. (2022) Quantifying The Medical Impact of A Missed Diagnosis of Non-Small Cell Lung Cancer on Chest Imaging. *Clinical Lung Cancer* 23(5), 377-385.
- [32] Shakouri, B., Abbasi Shureshjani, R., Daneshian, B., and Hosseinzadeh Lotfi, F. (2020) A Parametric Method for Ranking Intuitionistic Fuzzy Numbers and Its

- Application to Solve Intuitionistic Fuzzy Network Data Envelopment Analysis Models. *Complexity*, 1-25. <https://doi.org/10.1155/2020/6408613>.
- [33] Shen, F., Xu, J.P., Xu, Z.S. (2016) An outranking sorting method for multi-criteria group decision making using intuitionistic fuzzy sets, *Information Science* 334, 338–353.
- [34] Szmidt E, Kacprzyk J. (2002) Using intuitionistic fuzzy sets in group decision making. *Control Cybern* 31:1055–1057.
- [35] Szmidt E., Kacprzyk J. (2004) A similarity measure for intuitionistic fuzzy sets and its application in supporting medical diagnostic reasoning. In: *ICAISC*, pp 388–393.
- [36] Szmidt E., Kacprzyk J. (2000) Distances between intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets Syst.* 114, 505-518.
- [37] Wang W., Xin X. (2005) Distance measure between intuitionistic fuzzy sets. *Pattern Recognit Lett* 26, 2063–2069.
- [38] Wei C.P., Wang P., Zhang Y.Z. (2011) Entropy, similarity measure of interval-valued intuitionistic fuzzy sets and their applications. *Inf Sci.* 181, 4273-4286.
- [39] Xiao F. (2020) A distance measure for intuitionistic fuzzy sets and its application to pattern classification problems. *IEEE Trans Syst Man Cybern: Syst.* 1-13. <http://dx.doi.org/10.1109/tsmc.2019.2958635>.
- [40] Zadeh, L.A. (1965) Fuzzy sets, *Inf. Control.* 8, 338–353.
- [41] Zhang H., Yu L. (2013) New distance measures between intuitionistic fuzzy sets and interval-valued fuzzy sets. *Inf Sci* 245, 181–196.
- [42] Zhang X., Zhou B., Li P. (2012) A general frame for intuitionistic fuzzy rough sets. *Information Science* 216, 34–49.